

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE PUBLICATION

# JOURNAL OF TECHNOLOGY



OPU

Revue Scientifique de l'ENP

1986 N°2

*1, Place Centrale de Ben Aknoun (Alger)*

RECOMMANDATIONS AUX AUTEURS POUR

LA REPARTITION D UN ARTICLE

Les contributions se présentent sous forme :

- \* d'articles de synthèses ou monographiques
- \* d'articles sur un sujet spécifique à caractère scientifique et/ou technologique, pouvant être le résultat de travaux de recherche,
- \* de communications courtes originales.
- \* des comptes rendus de séminaires symposiums conférences etc...

Elles doivent être envoyées à l'adresse ci dessus, accompagnées des originaux des figures, à l'intention du rédacteur en Chef :

Chaque article sera lu et apprécié par deux ou trois correcteurs désignés par le comité de rédaction sur proposition du Conseil Scientifique.

Les textes acceptés pour la publication ne seront pas retournés aux auteurs à moins d'une demande spécifique. Après acceptation définitive, il ne sera pas possible d'inclure des informations complémentaires, ni d'accepter des corrections d'auteurs.

Les auteurs recevront les épreuves à relire avant publication. Elles devront être retournées au plus tard dans les quinze jours.

Les modalités pour la présentation conforme de l'article devront être demandées à l'adresse suivante :

Monsieur le Rédacteur en chef

" Journal of Technologi "

Ecole Nationale Polytechnique

Avenue Pasteur - Hassen Badi ALGER 10°

Tél : 76.59.29 - 76.53.03. - 76.53.01.

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE PUBLICATION

# JOURNAL OF TECHNOLOGY



OPU

Revue Scientifique de l'ENP

1986 N° 2

1, Place Centrale de Ben Aknoun (Alger)

© OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES: 06 — 86

Codification : 2 . 00 . 2481



## TABLE DES MATIERES

1. Contribution to the determination to physical properties of pur substances and petroleum fractions by numerical méthodes : Y. BOUMGHAR, D. DERMOUNE, S.E. CHITOUR.
2. Etude cinétique d'adsorption d'une solution aqueuse de phenol sur le charbon actif : N. METTOUCHI, A. TYCZKOWSKI.
3. Etude de la qualité d'un effluent urbain en vue de son utilisation pour l'irrigation : cas des eaux usées de la Wilaya de Koléa : M. NAKIB, K. BENCHAAALAL, A. KETTAB.
4. Méthode énergétique simplifiée pour le calcul des dalles rigido-plastiques sous impulsion instantanée : G. GUIGOVA, P. BONNEVILLE.
5. Etude experimentale sur un modèle bidimensionnel des rigidités de sol des fondations enterées : Z. DJILLALI-BERKANE, P. BONNEVILLE.
6. Model MARKOVIEEN d'insolation applicable au dimensionnement des systèmes photovoltaïques : A. MAAFI, A. ADANE, A. OUABDESSELAM.
7. Variateurs de vitesse à moteur asynchrone. Leur simulations et synthèse sur leurs performances : M.O. MAHMOUDI, K. MOUMEN.
8. Vibriosolation optimale des systèmes mécaniques : M. KSIAZEK, T. REZZOUG.
9. Tests des variables omises : différentes approches : D. FEROUKHI.

Imprimés d'abonnement.

CONTRIBUTION TO THE DETERMINATION  
TO PHYSICAL PROPERTIES OF PUR SUBSTANCES  
AND PETROLEUM FRACTIONS BY NUMERICAL METHODS

Y. BOUMGHAR, O. DERMOUNE, S.E. CHITOUR

Chemical Engineering Department  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

10, Avenue Pasteur, Belfort Alger.

ملخص :

المعادلات العشوائية الجزيئية المقترحة للخواص "الثيرموديناميكية" للاجسام الصافية و الاجزاء البترولية ترتز أساسيا على مساهمات المجموع. في مجال كبير للحرارة محتويا النقطة الحرجة، الخواص المقاسة و التي و جدناها تعطي نتائج ايجابية.

Abstract :

Empirical correlations are proposed for thermodynamic properties of pur substances an petroleum fractions, based essentially on group contributions.

Predicted and measured properties are in good agreement over a wide range of temperature including the critical point.

Résumé :

Les corrélations empiriques, proposées pour les propriétés thermodynamiques des substances pures et des fractions pétrolières, sont essentiellement basées sur les contributions de groupe.

Dans un large intervalle de température incluant le point critique, les propriétés mesurées et celles trouvées reproduisent fidèlement le comportement des substances.

## INTRODUCTION :

The aim of this study is to predict thermodynamic properties of pure substances and petroleum fractions by means of empirical correlations, based essentially on group contributions.

a) Determination of variation of the enthalpy of vaporization over a wide range of temperatures.

The basic equation used is the well known empirical correlation of THEISEN (1) predicting the enthalpy of vaporization of pure liquids in terms of the enthalpy of vaporization at normal boiling point and reduced temperatures :

$$\Delta H_{v,T}^{\circ} = \Delta H_{v,T_1}^{\circ} \left( \frac{T_c - T}{T_c - T_1} \right)^n \quad \dots(1)$$

where :

.  $\Delta H_{v,T}^{\circ}$  and  $\Delta H_{v,T_1}^{\circ}$  are respectively the enthalpy of vaporization at temperatures T and  $T_1$ ,

.  $T_c$  = critical temperature of pure component,

. n = exponent, of value 0,33 for THEISEN,

0,33 for WATSON (2), 0,4 for DE WIJS (3).

The proposed extension of the above WATSON-THEISEN correlation consists in replacing the constants by a non dimensional polynomial of degree two or less, in the reduced temperature of the pure substance or the reduced temperature of the group, as the case may be.

$$\Delta H_{v,T}^{\circ} = \Delta H_{v,T_c}^{\circ} \left( \frac{1 - T_r}{1 - T_{re}} \right)^A + B T_r + C T_r^2 \quad \dots(2)$$

Where  $T_r$  and  $T_{re}$  represent respectively the reduced temperature at which the enthalpy of vaporization is sought, and the reduced normal boiling point temperature ; and the coefficients A; B; C are numerically determined best fits.

This work is a continuation of the preceding work of GUERMOUCHE, VERGNAUD (4) and CHITOUR (5) on enthalpy of vaporization of paraffinic and aromatic

hydrocarbon families, which is thus extended to wider temperature ranges including the critical point, as well as to the naphthenic hydrocarbon family.

The results of the numerical calculations of coefficients A, B, C are shown in table 1.

	COMPONENT	A	B	C
P	2- Methylpentane	0,1066	0,4876	- 0,2328
	2- Methylhexane	0,4953	- 0,6517	0,6233
	3- Methylheptane	0,3757	0,0574	- 0,0654
N	Cyclopentane	0,3330	0,1010	- 0,0672
	2- Methylcyclopentane	0,4600	- 0,5130	0,5000
	Cyclohexane	0,3744	0,0795	- 0,0783
A	1.2.3. Trimethyl Benzene	0,1471	0,8755	- 0,6311
	1.2.4. Trimethyl Benzene	0,2140	0,4390	- 0,2280
	1.3.4. Trimethyl Benzene	0,4324	- 0,2153	0,1767

Table. 1 : Enthalpy of vaporization.

For each component, we compared the experimental value of  $\Delta H_v$  from API-PROJECT 44,  $\Delta H_v$  from the WATSON correlation and  $\Delta H_v$  from our correlations. Tables 2, 3, and (4) show that the correlated values are in good agreement with experimental values.

T (°C)	Tr	n	1	2	3	4	5
37,77	0,143	0,4148	147	146,98	145,63	$0,13 \cdot 10^{-3}$	$9,32 \cdot 10^{-3}$
93,33	0,355	0,3424	133	130,82	130,73	$16,3 \cdot 10^{-3}$	$17,06 \cdot 10^{-3}$
148,88	0,566	0,3261	115	115,00	112,45	0	$22,1 \cdot 10^{-3}$
204,44	0,778	0,3655	90	88,55	87,16	$16,1 \cdot 10^{-3}$	$31,5 \cdot 10^{-3}$
260	0,989	0,4604	20	20,02	27,82	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,391
Mean difference						$6,7 \cdot 10^{-3}$	$94,1 \cdot 10^{-3}$

Table. 2 : Methyl Hexane

T (°C)	Tr	n	1	2	3	4	5
97,7	0,1341	0,3836	165	164,99	164,87	$0,6 \cdot 10^{-4}$	$7,8 \cdot 10^{-4}$
93,3	0,3318	0,3921	149	149,29	149,41	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$
148,8	0,5293	0,3945	130	130	130,78	0	$6 \cdot 10^{-3}$
204,4	0,7271	0,3908	105	105,22	106,31	$2,09 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$
260	0,9249	0,3809	65	04,98	65,11	$3,07 \cdot 10^{-4}$	$1,69 \cdot 10^{-3}$
Mean difference						$8,7 \cdot 10^{-4}$	$46,1 \cdot 10^{-4}$

Table. 3 : Cyclohexane

T (°C)	Tr	n	1	2	3	4	5
93,33	0,2441	0,3075	158	154,22	157,68	0,021	$2,02 \cdot 10^{-3}$
148,88	0,3895	0,3504	145	144,99	145,38	$6,89 \cdot 10^{-5}$	$2,62 \cdot 10^{-3}$
204,44	0,5348	0,3835	130,5	131,03	131,12	$4,06 \cdot 10^{-3}$	$4,75 \cdot 10^{-3}$
260	0,6802	0,4070	112	112,02	113,71	$1,78 \cdot 10^{-4}$	$15,2 \cdot 10^{-3}$
315,55	0,8255	0,4210	89	86,13	90,33	0,032	$14,9 \cdot 10^{-3}$
371,11	0,9709	0,4253	40	40,01	45,73	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$143,2 \cdot 10^{-3}$
Mean difference						$9,6 \cdot 10^{-3}$	$30,4 \cdot 10^{-3}$

Table. 4 : Trimethyl Benzene



Where :

$$(1) = \Delta H_v \text{ API-Project}$$

$$(2) = \Delta H_v \text{ This Work}$$

$$(3) = \Delta H_v \text{ Watson}$$

$$(4) = (1 - 2) / (2)$$

$$(5) = (1 - 3) / (3)$$

b) Determination of properties of pur components and petroleum fractions.

We know that a petroleum fraction is a complex mixture of hydrocarbons, each contributing by its chemical nature and concentration to the global property considered. The proposed correlations allow us to determine properties of the group which cannot be determined experimentally for all compositions from the know ledge of the corresponding property of each hydrocarbon family. These properties are valid in the 40 to 200 °C temperature range. The method consists in selecting five hydrocarbons for each family (parafinic, naphthenics, aromatics) (8) (9) (10). The properties considered are : boiling temperature, vapor pressure, molecular weight, enthalpie of vaporization, refraction index, critical P-V-T properties.

The calculation results obtained with an HP 9836 micro-computer are given in tables 5 to 7 and figures 1 to 8, where the density is plateed versus the eight other properties, for the three family (parafinic, naphthenics and aromatics).



1. Parafins :

$$P_c = -5,499 \cdot 10^6 d^5 + 1,866 \cdot 10^7 d^4 - 2,532 \cdot 10^7 d^3 + 1,717 \cdot 10^7 d^2 - 5,814 \cdot 10^6 d + 787249,200.$$

$$T_c = -1,604 \cdot 10^6 d^5 + 5,516 \cdot 10^6 d^4 - 7,567 \cdot 10^6 d^3 + 5,180 \cdot 10^6 d^2 - 1,770 \cdot 10^6 d + 241493,525.$$

$$V_c = 4,728 \cdot 10^7 d^5 - 1,601 \cdot 10^8 d^4 + 2,168 \cdot 10^8 d^3 - 1,467 \cdot 10^8 d^2 + 4,961 \cdot 10^7 d - 6,706 \cdot 10^6.$$

$$T_{eb} = 4,790 \cdot 10^6 d^5 - 1,614 \cdot 10^7 d^4 + 2,177 \cdot 10^7 d^3 - 1,468 \cdot 10^7 d^2 + 4,946 \cdot 10^6 d - 666470,100.$$

$$MM = 4,008 \cdot 10^6 d^5 - 1,346 \cdot 10^7 d^4 + 1,810 \cdot 10^7 d^3 - 1,217 \cdot 10^7 d^2 + 4,091 \cdot 10^6 d - 550056,472.$$

$$n = 175,343 d^5 - 614,484 d^4 + 860,690 d^3 - 602,228 d^2 + 211,002 d - 28,363.$$

$$TV = -2,050 \cdot 10^8 d^5 + 7,023 \cdot 10^8 d^4 - 9,618 \cdot 10^8 d^3 + 6,584 \cdot 10^8 d^2 - 2,254 \cdot 10^8 d + 3,085 \cdot 10^7.$$

$$\Delta H_v = 1,331 \cdot 10^6 d^5 - 4,555 \cdot 10^6 d^4 + 6,228 \cdot 10^6 d^3 - 4,254 \cdot 10^6 d^2 + 1,451 \cdot 10^6 d - 197645,561.$$

Table. 5

2. NAPHTENES :

$$P_c = -8,752 \cdot 10^7 d^5 + 3,529 \cdot 10^8 d^4 - 5,689 \cdot 10^8 d^3 + 4,582 \cdot 10^8 d^2 - 1,843 \cdot 10^8 d + 2,965 \cdot 10^7.$$

$$T_c = 3,416 \cdot 10^8 d^5 - 1,375 \cdot 10^9 d^4 + 2,212 \cdot 10^9 d^3 - 1,778 \cdot 10^9 d^2 + 7,145 \cdot 10^8 d - 1,147 \cdot 10^8.$$

$$V_c = 1,120 \cdot 10^9 d^5 - 4,498 \cdot 10^9 d^4 + 7,223 \cdot 10^9 d^3 - 5,795 \cdot 10^9 d^2 + 2,323 \cdot 10^9 d - 3,723 \cdot 10^8.$$

$$M_M = 2,128 \cdot 10^8 d^5 - 8,570 \cdot 10^8 d^4 + 1,379 \cdot 10^9 d^3 - 1,109 \cdot 10^9 d^2 + 4,459 \cdot 10^8 d - 7,163 \cdot 10^7.$$

$$T_{eb} = 3,525 \cdot 10^8 d^5 - 1,420 \cdot 10^9 d^4 + 2,285 \cdot 10^9 d^3 - 1,838 \cdot 10^9 d^2 + 7,396 \cdot 10^8 d - 1,187 \cdot 10^8.$$

$$n = 28767,019 d^5 - 115893,795 d^4 + 186627,479 d^3 - 150157,660 d^2 + 60363,789 d - 9698,240.$$

$$T_V = -8,634 \cdot 10^8 d^5 + 3,495 \cdot 10^9 d^4 - 5,655 \cdot 10^9 d^3 + 4,571 \cdot 10^9 d^2 - 1,846 \cdot 10^9 d + 2,981 \cdot 10^8.$$

$$\Delta H_v = -1,104 \cdot 10^8 d^5 + 4,466 \cdot 10^8 d^4 - 7,218 \cdot 10^8 d^3 + 5,829 \cdot 10^8 d^2 - 2,352 \cdot 10^8 d + 3,793.$$

Table. 6

3. Aromatics :

$$\begin{aligned}
 P_c &= 5,070 \cdot 10^{10} d^4 - 1,749 \cdot 10^{11} d^3 + 2,263 \cdot 10^{11} d^2 - 1,301 \cdot 10^{11} d + 2,805 \cdot 10^{10}, \\
 T_c &= 42,560 \cdot 10^{11} d^4 + 8,834 \cdot 10^{11} d^3 - 1,428 \cdot 10^{12} d^2 + 6,570 \cdot 10^{11} d - 1,416 \cdot 10^{11}, \\
 V_c &= -5,949 \cdot 10^{11} d^4 + 2,052 \cdot 10^{12} d^3 - 2,655 \cdot 10^{12} d^2 + 1,526 \cdot 10^{12} d - 3,291 \cdot 10^{11}, \\
 MM &= -1,423 \cdot 10^{11} d^4 + 4,909 \cdot 10^{11} d^3 - 6,351 \cdot 10^{11} d^2 + 3,651 \cdot 10^{11} d - 7,872 \cdot 10^{10}, \\
 T_{eb} &= -2,581 \cdot 10^{11} d^4 + 8,903 \cdot 10^{11} d^3 - 1,152 \cdot 10^{12} d^2 + 6,622 \cdot 10^{11} d - 1,427 \cdot 10^{11}, \\
 n &= 8,682 \cdot 10^6 d^4 - 2,994 \cdot 10^7 d^3 + 3,871 \cdot 10^7 d^2 - 2,225 \cdot 10^7 d + 4,794 \cdot 10^6, \\
 TV &= 1,953 \cdot 10^{11} d^4 - 6,737 \cdot 10^{11} d^3 + 8,716 \cdot 10^{11} d^2 - 5,011 \cdot 10^{11} d + 1,080 \cdot 10^{11}, \\
 \Delta H_v &= 5,916 \cdot 10^{10} d^4 - 2,041 \cdot 10^{11} d^3 + 2,640 \cdot 10^{11} d^2 - 1,518 \cdot 10^{11} d + 3,272 \cdot 10^{10}.
 \end{aligned}$$

Table. 7

It is thus possible to determine each one of these properties from these equations knowing only the specific gravity and the family to which the substance belongs.

As an example, we gave the graph of the density for the three families in terms of the other eight parameters. These equations can be used for the petroleum fractions as shown in the following table if we admit the additivity of properties based on mass.

$$P = \frac{\sum x_i P_i}{\sum x_i} \quad \dots (3)$$

Where : P is the global property.

P<sub>i</sub> is the property of component i.

X<sub>i</sub> is the percent mass fraction.

Example : Consider the percent composition, determined from gas chromatography, of a petroleum fraction whose average boiling temperature is 70° C :

$$x_p = 54.7 \quad , \quad x_n = 42.1 \quad , \quad x_A = 3.3$$

The comparison of predicted and measured properties are in good agreement as shown in table 8.

Parameters	PC (atm)	TC (°C)	VC ( $\frac{\text{cm}^3}{\text{Mole}}$ )	$d_4^{20}$ ( $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )	MM (g)	n	V.P mmHg	$\Delta H_v$ Cal/g
Experimental Values (CPG)	31.7	249.6	371.00	0.693	90.8	1.389	-	77.93
Calculated Values	32.6	251.9	358.2	0.696	87.3	1.390	118.3	81.4
Deviation [%]	2.8	0.9	3.4	0.4	3.8	0.07	-	4.5

Table. 8 : Comparison between experimental and calculated values.

#### CONCLUSION :

In the first part of this study we tried to propose an empirical correlation based on WATSON-THEISEN'S, with coefficients A, B, C numerically determined as best fits of nine hydrocarbons from three families.

The comparison of correlated and experimental values shows good agreement.

In the second part of the study, we proposed eight equations for eight properties of PNA families.

Calculated and experimental properties are in good agreement. The hypothesis of the additivity of properties based on mass is verified.

-O- B I B L I O G R A P H Y -O-

---

1. THEISEN : Verht.D.Phys. Ges. 1897, 16, 80.
2. WATSON : Chem. 1943, 35, 398.
3. DE WIJS : J. Phys. Chem. 1950, 54, 599.
4. M.H. GUERMOUCHE, J.M. VERGNAUD : Journal de chimie physique 1974 n°7.8 P. 1049.
5. S.E. CHITOUR, J.M. VERGNAUD : Journal de chimie physique 1975 N°9 P.1001.
6. Y. BOUMGHAR, S.E. CHITOUR : Engineers projet "contribution to determination of physicals properties of petroleum fractions", Ecole Nationale Polytechnique Alger, Juin 1984.
7. O. DERMOUNE, S.E. CHITOUR : 'Engineers projet "contribution to determination of physical properties by numerical methods", Ecole Nationale Polytechnique Alger, Janvier 1985.
8. PERRY : PERRYS Chemical engineering hand book Mc. Graw Hill 1963.
9. MAXWELL : Data book on hydrocarbons Ed. Van Nostran 1963.
10. API Projet 1944 : Technical data book.

NOMENCLATURE :

$P_c, T_c, V_c$ , critical properties.

$T_{eb}$  ; boiling point, or temperature mean average.

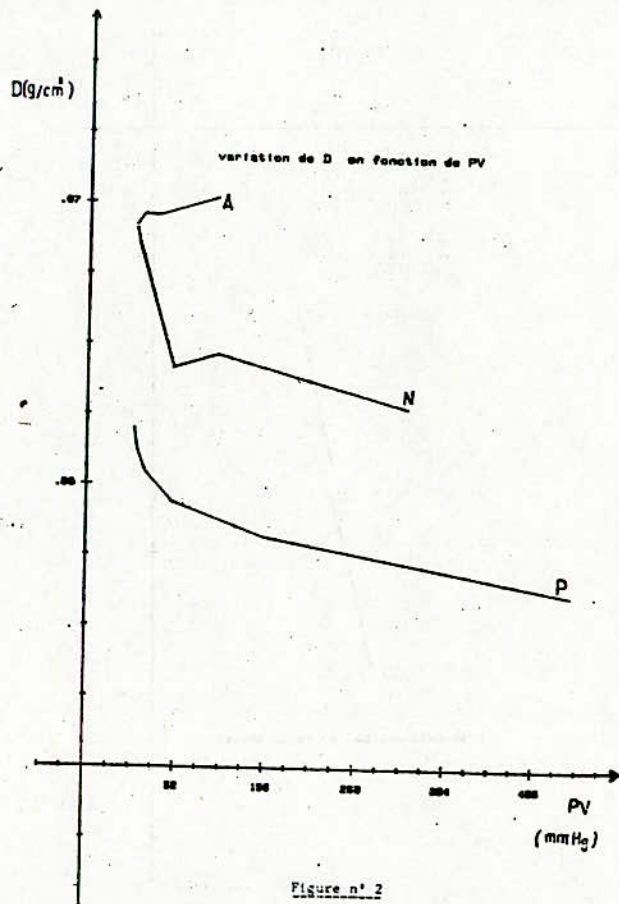
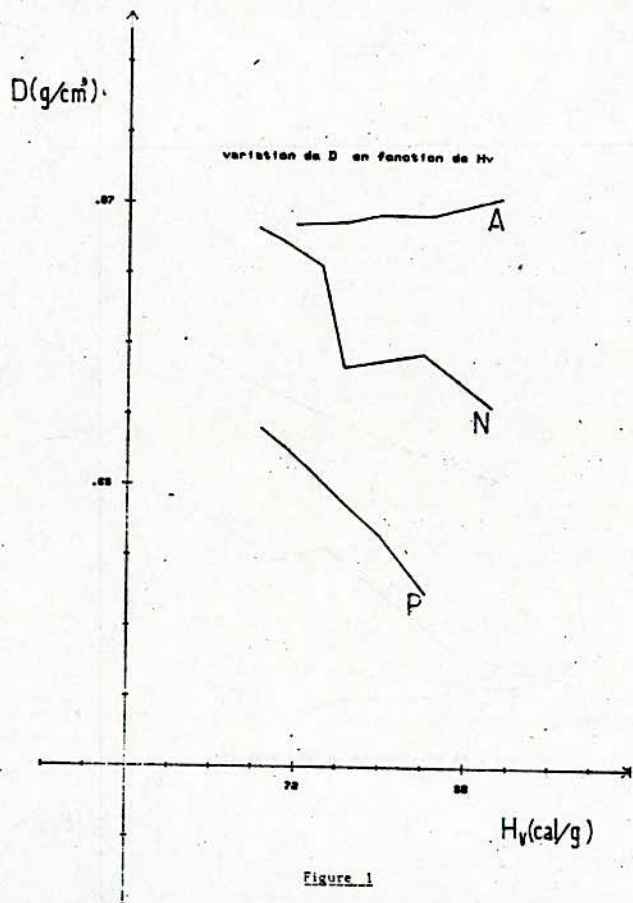
$M.M$  ; molecular weight.

$T. V$  ; Vapor pressure.

$n$  ; refractive index.

$\Delta H_v$  ; enthalpy of vaporization.

$X_p, X_n, X_a$  ; percent of each family.





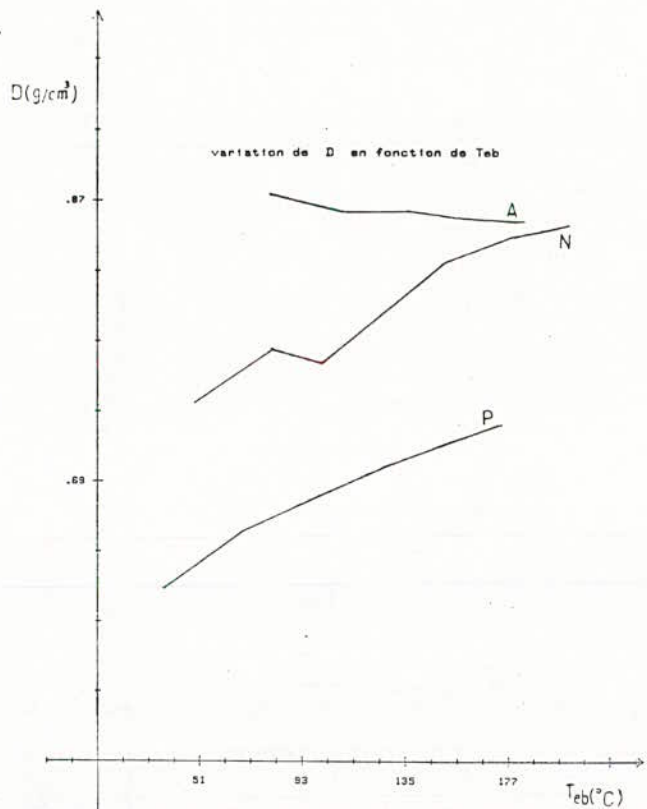


Figure n° 3

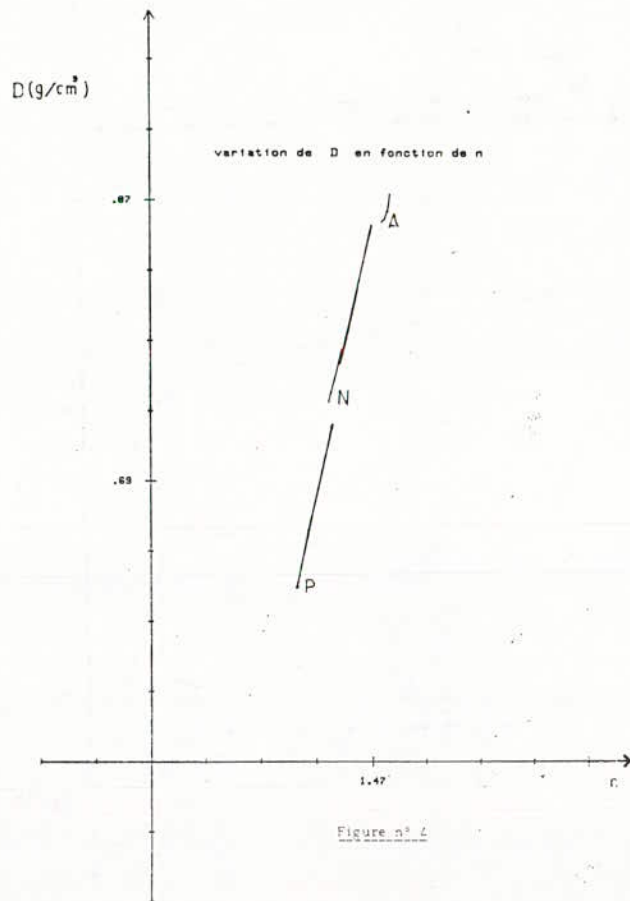


Figure n° 4

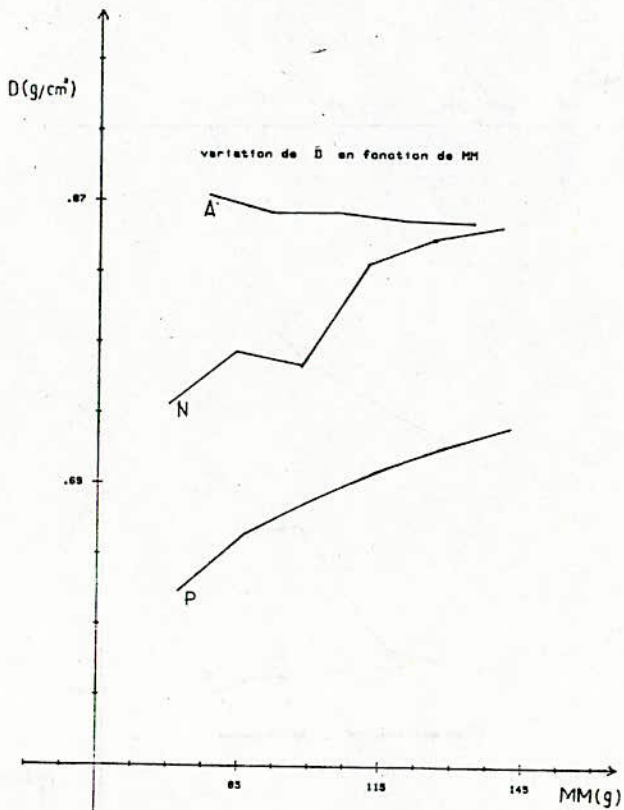


Figure n°5

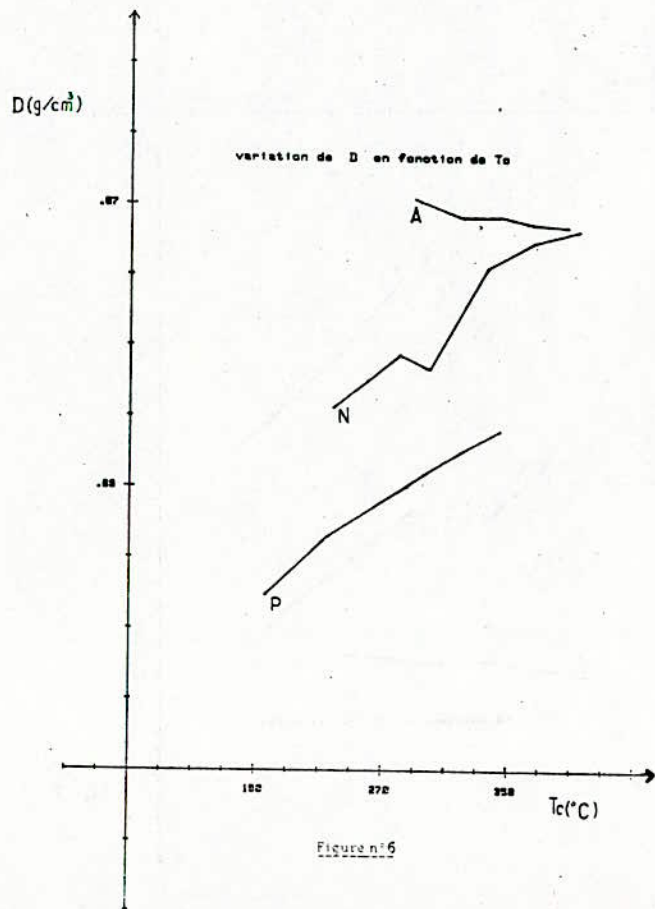
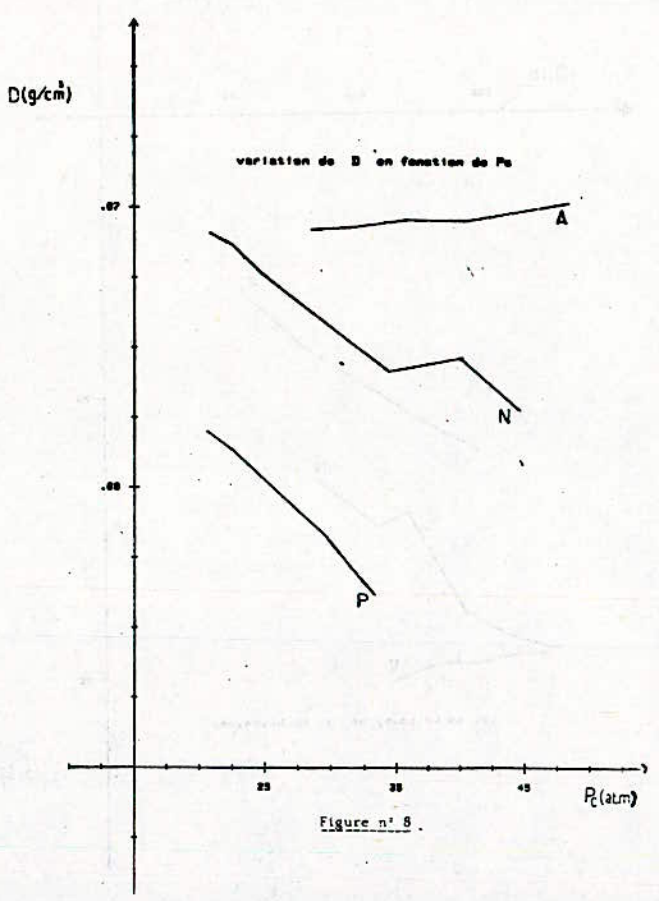
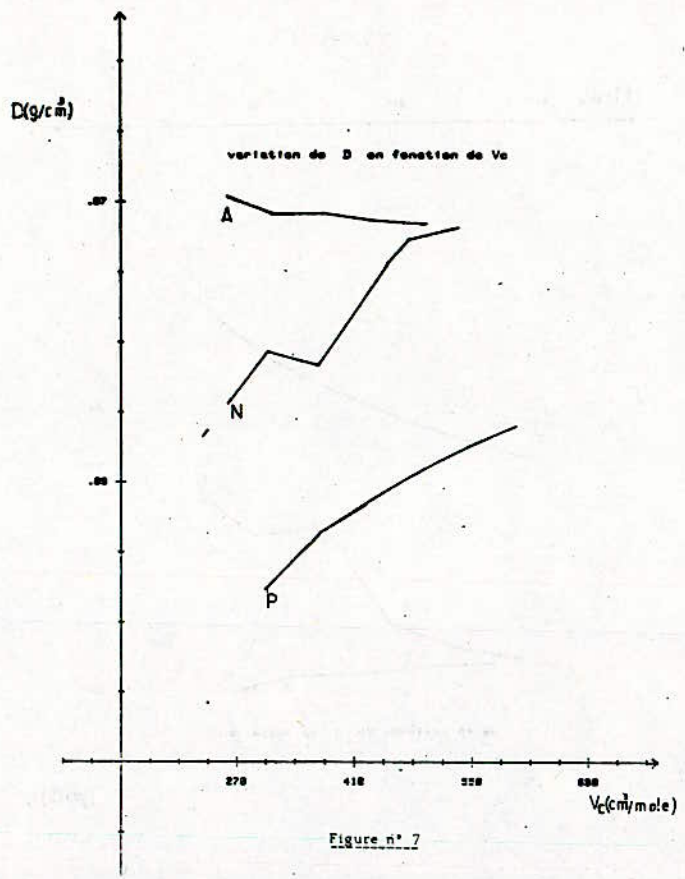


Figure n°6



ETUDE CINETIQUE D'ADSORPTION D'UNE SOLUTION AQUEUSE  
DE PHENOL SUR DU CHARBON ACTIF

N.METTOUCHI & A. TYCZKOWSKI  
Département Génie-Chimique  
Ecole Nationale Polytechnique  
10. Avenue Hassen-Badi Alger

ملخص

هذا العمل يحتوي علي دراسة تاثير مختلف العوامل علي المعلمات التي تضبط حركية استزاز محلول المائي بواسطة ثلاثة انواع من الفحم المنشط. العوامل التي شملتها الدراسة هي زمن نصف التشبع معامل تحويل المادة الي طور مائع و الي طور جامد و اخيرا معاملات الانتشار و سرعة الامتزاز. استغلال النتائج المتعلقة بالتوازن قد اطهزت ان الايزوتيرمات المحصل عليها. تطابق علاقة فراند ليش للامتزاز ، وكذلك النتائج الخاصة بتجارب الحركية فانها قد بينت ان معامل تحويل المادة في الطور المائع ثابت بينما هو متغير في الطور الجامد.

ABSTRACT:

This book consists in studying the influence of operating parameters on the coefficients describing the adsorption kinetics of phenol aqueous solution on three types of actives carbons, whiche are the half saturation time, the coefficients of mass transfer in liquide and solide phases, the coefficient of effective diffusion and the removal rate. The exploitation of equilibrium results reveals that isotherms are confor to Frenlich sorption equation and the exploitation of binetics trys shows that the coefficient of mass transfer in liquide phase in constant, but the other one in solide phase varies during tests.

**RESUME:**

Ce travail repose sur l'étude de l'influence des paramètres opératoires sur les coefficients régissant la cinétique d'adsorption d'une solution aqueuse de phénol sur trois types de charbon actif à savoir donc: le temps de demi-saturation, les coefficients de transfert à masse en phases liquide et solide, le coefficient effectif de diffusion et la vitesse d'adsorption. L'exploitation des résultats sur l'équilibre a révélé que les isothermes répondent à l'équation d'adsorption de Freundlich et celle des essais cinétiques a montré que le coefficient de transfert de masse en phase liquide est constante mais l'autre en phase solide varie.

## I. INTRODUCTION:

Au moment où les problèmes de la pollution suscitent chez nous une légitime inquiétude, comment ne pas s'intéresser à l'un des plus imminents: celui de l'eau. La lutte contre la pollution des eaux comporte deux aspects distincts: la réduction des matières polluantes rejetées d'une part, et le taux de dilution de celles-ci d'autre part. Cela suppose donc une double action, à savoir donc la création des moyens d'épuration efficace et la régularisation du régime des cours d'eau.

Notre travail qui s'inscrit dans ce grand domaine de recherche, a consisté tout particulièrement à étudier l'élimination d'un composé organique présent dans les effluents urbains et industriels, telles que les industries métallurgiques, chimiques, pharmaceutiques, de raffinage, etc... et plus précisément le phénol; ce par le procédé d'adsorption sur du charbon actif. L'étude est fondée sur la détermination:

- du temps de demi saturation,
- de deux coefficients de transfert de matière en phases liquide et solide,
- du coefficient efficace de diffusion,
- de la vitesse d'adsorption.

## II. TECHNIQUE EXPERIMENTALE:

Pour la détermination des isothermes d'adsorption des trois charbons, nous avons utilisé une série de flacons brun de 250 ml munis de bouchons. Dans chaque flacon sont versés 100 ml de la solution de phénol et la quantité de charbon nécessaire. Le tout est placé dans un bain thermostaté à une température constante de 30°C, et laissé pendant deux à quatre semaines jusqu'à obtention de l'équilibre. Les flacons sont agités manuellement et ce périodiquement. Confère tableau n°1. Quant à la partie cinétique, nous avons pratiqué les essais dans un mélangeur cylindrique de deux litres de diamètre  $\phi = 12$  mm de hauteur  $h = \phi = 120$  mm et à



l'aide d'un agitateur à hélice de diamètre extérieur  $\phi = 50\text{mm}$ , le tout plongé dans un bain thermostaté maintenu à une température constante de  $43^{\circ}\text{C}$ .

Tout au long de cette étude, nous avons utilisé trois types de charbon actif A1 (en poudre), A2 et A3 (en grains) qui ont servi à des granulométries différentes. Les caractéristiques physiques sont consignés dans le tableau n°2.

Parrallèlement, nous avons choisi une solution aqueuse de phénol dont la concentration varie entre 100 et 500 mg/l. Le système ainsi cité se trouve agité à une vitesse variant de 250 à 750 trs/mn, dépendamment de l'essai considéré.

De même que nous avons fait varier la taille des particules de charbon, c'est à dire le rapport  $V/m$  où  $V$  = volume de la solution = constante = 1,350 litres et  $m$  = masse de charbon en grammes. La durée maximale de chacune des expériences est de quatre heures.

Toutes ces données expérimentales sont portées dans le tableau n°3.

Avant et après chaque essai, l'analyse des solutions de phénol est faite à l'aide d'un spectrophomètre ultra violet et visible du type Baush et Lomb, à une longueur d'onde de  $510\text{ nm}$ .

TABLEAU N°1: CONDITIONS OPERATOIRES POUR L'EQUILIBRE D'ADSORPTION:

PARAMETRES TYPE DE CHARBON	m (g)	Xo (mg/l)	V.10 <sup>3</sup> (l)	T (°C)	t Jours
1	0,25-0,75*	300 et 600	100	30	20
2	0,25- 2*	300 et 600	100	30	30
3	0,25- 2*	300	100	30	30

\* Domaine de travail.

TABLEAU N°2: CARACTERISTIQUES PHYSIQUES:

PROPRIETES PHYSIQUES TYPE DE CHARBON	$\phi$ ( $\mu\text{m}$ )	$\rho_s$ ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	$\sigma$ ( $\text{m}^2/\text{g}$ )
A <sub>1</sub>	36	1,523	933
A <sub>2</sub>	36 - 1130*	0,915	887
A <sub>3</sub>	36 - 315 *	1,194	785

TABLEAU N°3: CONDITIONS OPERATOIRES POUR LA CINETIQUE D'ADSORPTION:

PARAMETRES TYPE DE CHARBON	V (l)	T (°C)	X <sub>0</sub> (mg/l)	m (g)	N (trs/mn)
A <sub>1</sub>	1,350	30	200	2,7-10,8*	350-750*
A <sub>2</sub>	1,350	30	100-500*	2,7-13,5*	250-750*
A <sub>3</sub>	1,350	30	200	2,7-10,8*	500-750

### III. EXPLOITATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET FORMULATION DES PARAMETRES CINETIQUES:

Le tracé de l'isotherme d'adsorption necessite la détermination de la quantité de soluté absorbé en fonction de la concentration du soluté dans la solution à l'équilibre.

Voir Fig.N°1

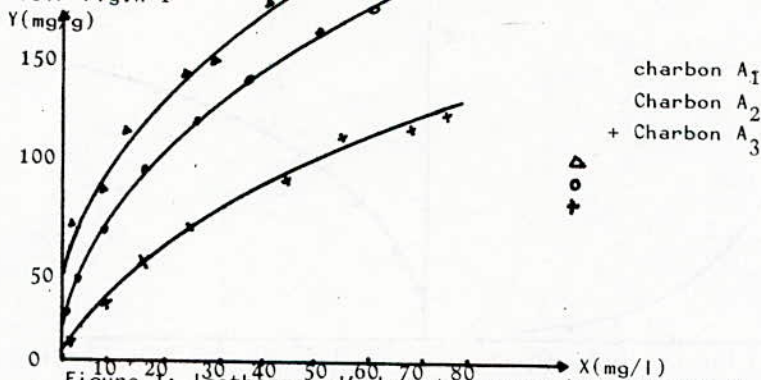


Figure 1: Isothermes d'adsorption pour les charbons A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> et A<sub>3</sub>

La connaissance de l'isotherme d'adsorption s'impose pour l'exploitation des résultats relevant de l'étude cinétique. Aussi, dans le cadre de cette dernière, les courbes cinétiques sont présentées sous la forme  $X = f(t)$  où  $X$  est la concentration du soluté en phase liquide, au cours du temps  $t$ . A la base de celle-ci nous avons une autre courbe cinétique  $Y = f(t)$  où  $Y$  est la quantité de soluté adsorbé en milligramme par gramme de charbon en fonction du temps et à partir de laquelle est déterminé le temps de demi-saturation, voir fig. n°2. De plus, nous avons déterminé quatre paramètres cinétiques. Notre étude cinétique est basée donc sur la détermination:

- du temps de demi-saturation  $t_{0,5}$
- du coefficient de transfert de masse en phase liquide  $K_L$
- du coefficient de transfert de masse en phase solide  $K_S$
- du coefficient effectif de diffusion  $D_e$
- de la vitesse d'adsorption  $\dot{N}$ .

Puis, nous avons étudié l'influence du type de charbon ainsi que celle de la masse, de la vitesse de rotation, de la concentration initiale de la solution et de la taille des particules.

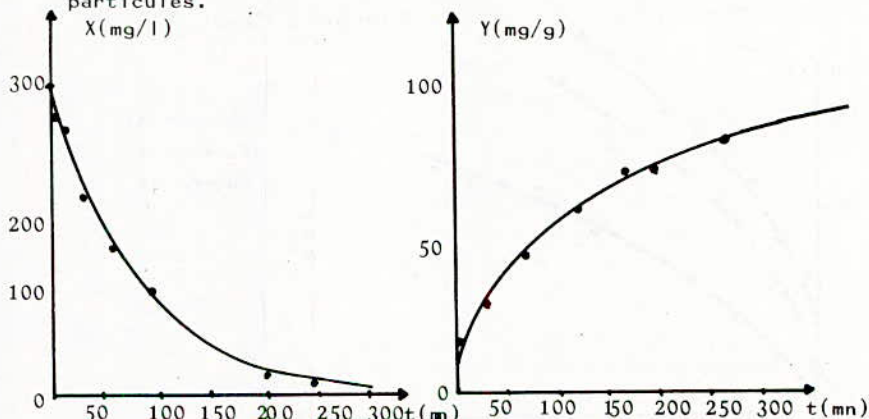


Figure N°2: Cinétique d'adsorption sous les formes  $X=f(t)$  et  $Y=f(t)$ .

Les coefficients cinétiques ont été déterminés selon les méthodes citées ci-après:

### III.1 Coefficients de transfert de masse en phases liquide et solide selon H.SPANH et E.W.SCHLUNDER:

La vitesse d'adsorption est gouvernée par une résistance aux transferts de masse externe et interne. Ces deux mécanismes de transfert liés peuvent être décrits par le biais :

d'équations basées sur des coefficients de transfert de masse.

Ceux-ci se définissent comme suit:

#### III.1.1 Transfert de matière en phase liquide:

$$\dot{N}(t) = A K_L (X_t - X^*)$$

où  $\dot{N}$  = vitesse de transfert en G/s

A = surface des particules en  $m^2$

$X^*$  = concentration du soluté à l'interface liquide-solide, en phase liquide en mg/l.

$X_t$  = concentration du soluté en phase liquide à l'instant t, en mg/l.

$K_L$  = coefficient de transfert de masse en phase liquide en m/s.

#### III.1.2 Transfert de masse dans la particule:

$$\dot{N}(t) = A \rho_s K_s (Y^* - Y_t)$$

où  $\rho_s$  = masse volumique du solide en  $g/cm^3$

$K_s$  = coefficient de transfert de masse en phases solide en m/s

$Y^*$  = quantité du soluté adsorbé à l'interface liquide-solide, en phase solide en mg/g.

$Y_t$  = quantité du solide adsorbé à l'instant t en mg/g, laquelle  $Y_t = \frac{V}{m} (X_0 - X_t)$

Où V = volume de la solution en litre

m = masse de solide en gramme

$X_0$  = concentration initiale de la solution en mg/l.

La pente en un point correspondant à  $X(t)$ , nous donne  $dx/dt$  qui est proportionnelle à la vitesse d'adsorption  $N(t)$ , ainsi le bilan différentiel nous donne:

$$\dot{N}(t) = -V \frac{dx}{dt} = m \frac{dy}{dt} \quad (4)$$

où  $dy/dt$  est la pente en un point  $Y(t)$  de la courbe  $Y = f(t)$ .  
 A partir des équations (1) et (4), les concentrations à l'équilibre ( $X^*$ ,  $Y^*$ ) peuvent être obtenues en fonction des concentrations ( $X, Y$ ) comme indiqué dans fig.3.

Ceci moyennant la connaissance de  $K_L$ . Ce coefficient de transfert de masse, en phase liquide  $K_L$  peut s'obtenir en utilisant la vitesse de transfert  $\dot{N}(0)$  à l'instant  $t=0$ . A ce moment là, la résistance au transfert de masse est réduite à la couche externe entourant la particule, ainsi :

$$K_L = - \frac{V}{AX_0} \left( \frac{dx}{dt} \right)_{t \rightarrow 0} \quad (5)$$

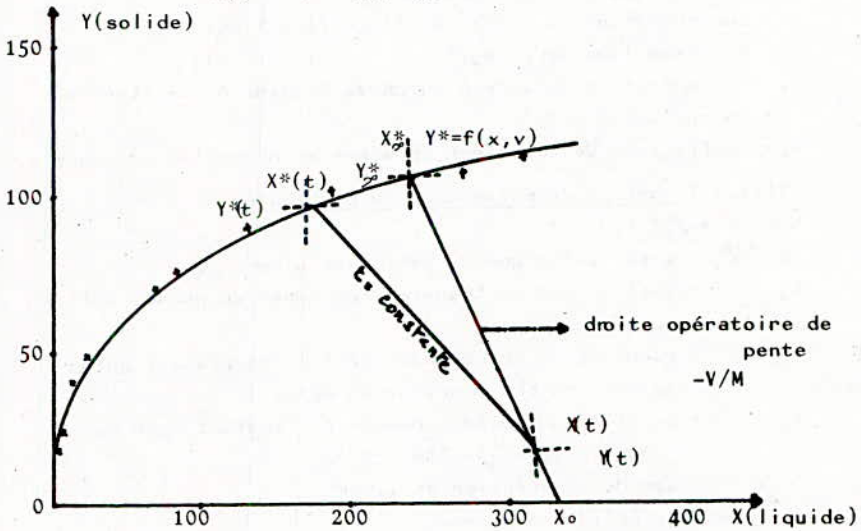


Figure N°3: Distribution des concentrations.



Puis à l'aide des équations (1) et (2), nous déduisons:

$$K_s(t) = \frac{K_L (X_t - X^*)}{\rho_s (Y^* - Y_t)} \quad (6)$$

Le coefficient de transfert de masse en phase solide  $K_s$  est donc fonction du temps et l'allure de la courbe  $K_s = f(t)$  est donnée dans la fig. n°4.

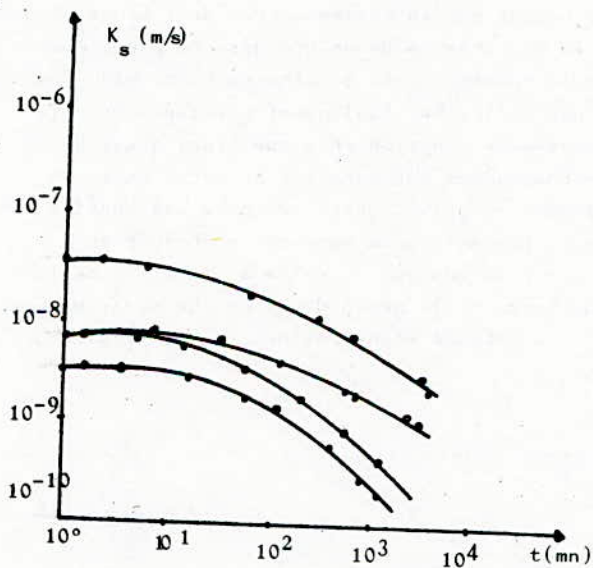


Figure N°4: Coefficient de transfert de masse en phase solide  $K_s$  en fonction du temps sur du charbon 106/427/3, et adsorbat P.A.A.



### III.2. Vitesse d'adsorption selon ZOGORSKI, FAUST et HAAS:

Plusieurs chercheurs ont obtenu une bonne linéarisation à partir de données de l'adsorption sur des adsorbants poreux en réduisant sur un graphe la quantité de soluté adsorbé par unité de masse de l'adsorbant en fonction de la racine carrée du temps,  $t^{1/2}$ .

La pente de cette courbe, présente des dimensions de molarité (ou de masse) de soluté adsorbé par unité de masse d'adsorbant par la racine carrée du temps.

Autrement dit, la pente est exprimée en micromoles de soluté par gramme d'adsorbant par la racine carrée de l'heure ( $\mu\text{mole/gh}^{1/2}$ ) ou par grammes de soluté adsorbé par gramme d'adsorbant par la racine carrée de l'heure ( $\text{g/g. h}^{1/2}$ ). Ces unités ne sont pas celles habituellement utilisées pour la constante de vitesse de réaction chimique type, aussi un grand nombre de chercheurs ont caractérisé cette pente de constante de vitesse relative. Cette approche est donc un concept incorrect. Une meilleure approche s'obtient en considérant la quantité adsorbée cumulée en fonction de la racine carrée du temps et la pente de la courbe ainsi obtenue représente alors la vitesse d'adsorption. Confère fig. N°5.

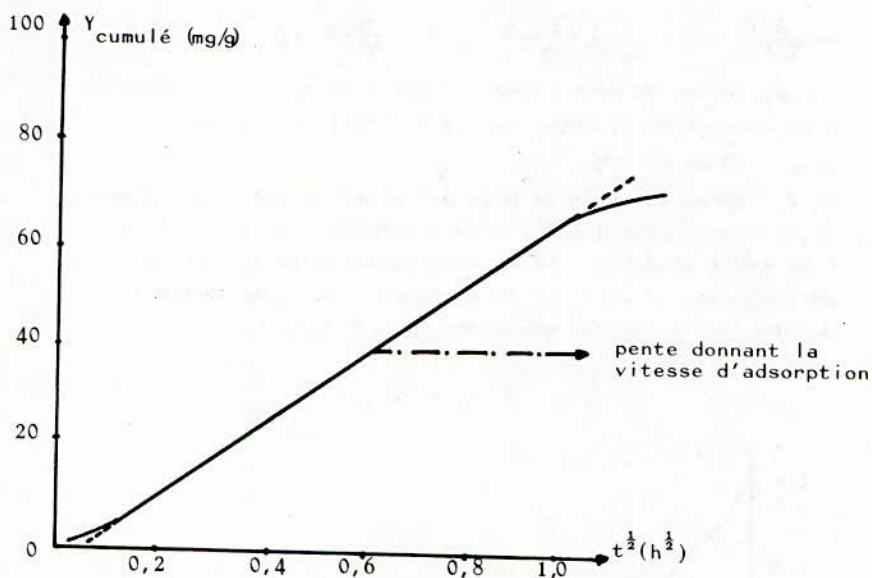


Figure N°5: Quantité adsorbée cumulée en fonction de la racine carrée du temps.

### III.3: Coefficient effectif de diffusion selon la méthode de CRANK:

Cette méthode est appliquée par des grains sphériques dans ce cas la 2<sup>o</sup> loi de fick s'écrit sous la forme:

$$-\frac{\partial X_s}{\partial t} = \frac{1}{r} \left[ -\frac{\partial}{\partial r} \left( D_e \frac{\partial X_s}{\partial r} \right) \right] \quad (7)$$

$X_s$  = concentration du soluté en mg/l

$r$  = distance radiale du centre de la sphère en m

$t$  = temps en secondes

$D_e$  = Coefficient effectif de diffusion en m<sup>2</sup>/s

En admettant que le coefficient effectif  $D_e$  soit constant et indépendant de la concentration, cette équation devient:

$$\frac{\partial X_s}{\partial t} = D_e \left( \frac{\partial^2 X_s}{\partial r^2} + \frac{\partial X_s}{\partial r} \cdot \frac{2}{r} \right) \quad (8)$$

La résolution de cette équation est donnée sous la forme de deux paramètres a dimensionnels qui sont définis par:

$$D_e / R^2 \text{ et } \gamma = Y_t / Y_0$$

Où R = Rayon du grain en m et qui s'obtiennent graphiquement. Ayant calculé  $E = 1 - \gamma$ , à partir de la fig. n°6, donnant E en fonction de  $D_e t / R^2$ , nous obtenons  $D_e t / R^2$  que nous portons ensuite en fonction du temps. Ceci nous donne une droite dont la pente nous donne  $D_e / R$  donc  $D_e$ .

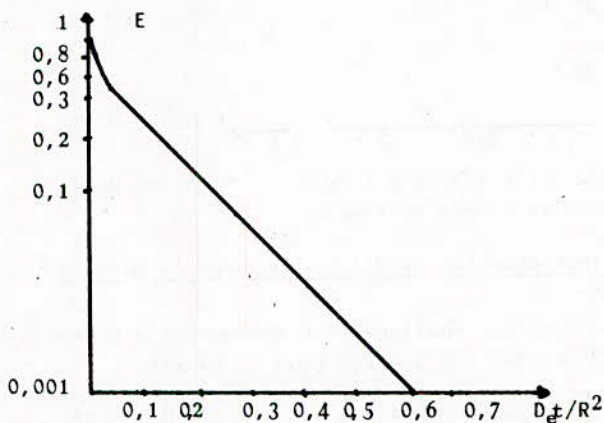


Figure N°6: Variation de E en fonction de  $D_e t / R^2$

#### IV: DOMAINE DES RESULTATS ET EXEMPLE TYPE:

##### IV-1: Domaine des résultats obtenus:

Nous exposons le champs des résultats obtenus pour les coefficients de transfert de masse, le temps de demi-saturation, le coefficient effectif de diffusion et la vitesse d'adsorption, afin de faire apparaître l'ordre de grandeur.

Tableau N°4: Domaine des résultats:

Type de charbon	$t_{0,5}$ mn	$K_L 10^5$ m/s	$K_S 10^8$ m/s	$De 10^9$ m <sup>2</sup> /S	$N_{z,F,H} 10^3$ g/g h $\frac{1}{2}$
A <sub>1</sub>	0,5	2,90-10,78*	0,0081- 0,38*	0,0014	360-1400*
A <sub>2</sub>	0,5-79	4,13-19,81*	0,038- 8,26*	0,0014- 0,052*	200-1160*
A <sub>3</sub>	0,5-33	5,21-11,38*	0,014- 2,63*	0,0009- 0,092*	164-1150

\* Intervalle des résultats.

##### IV.2: Exemple type:

Nous considérons ici, le cas où nous faisons varier la vitesse d'agitation en maintenant constants tous les autres paramètres opératoires, et ce afin de montrer l'influence de celle-ci sur les divers paramètres cinétiques cités plus haut.

IV.2.1: Le temps de demi-saturation:  $t_{0,5}$

Expériences	Type de charbon	N trs/mn	X <sup>0</sup> mg/l	$\phi$ u m	V/m l/g	t <sub>0,5</sub> mn
E 10	A <sub>2</sub>	250	200	1130	0,50	79
E 11	A <sub>2</sub>	500	200	1130	0,50	35
E 12	A <sub>2</sub>	750	200	1130	0,50	33

Le temps de demi-saturation diminue avec l'augmentation de la vitesse d'agitation car le procédé étant plus rapide, le transport vers l'interface liquide-solide est plus rapide.

IV.2.2: Le coefficient de transfert de masse en phase liquide:  $K_L$ .

Expériences	Type de charbon	N trs/nu	X <sup>0</sup> mg/l	$\phi$ um	V/m l/g	K <sub>L</sub> 10 <sup>3</sup> m/s
E 10	A <sub>2</sub>	250	200	1130	0,50	7,70
E 10	A <sub>2</sub>	500	200	1130	0,50	11,84
E12	A <sub>2</sub>	750	200	1130	0,50	19,64

Le coefficient  $K_L$  augmente avec l'augmentation de la vitesse d'agitation car une rupture du film entourant la particule ayant lieu, l'épaisseur de celui-ci diminue et le transfert vers la phase liquide est alors plus rapide.

IV.2.3. Le coefficient de transfert de masse en phase solide:  $K_S$ .

Expériences	Type de charbon	N trs/mn	$X^\circ$ mg/l	$\phi$ um	V/m l/g	t mn	$K_S \cdot 10^8$ m/s
E 10	A <sub>2</sub>	250	200	1130	0,50	1	4,76
						2	4,69
						15	3,12
						60	1,77
						90	1,33
E 11	A <sub>2</sub>	500	200	1130	0,50	1	6,58
						15	4,28
						30	3,63
						60	2,75
						90	2,12
E 12	A <sub>2</sub>	750	200	1130	0,50	1	8,26
						2	8,26
						30	4,90
						60	3,84
						90	3,34

Une faible influence de la part de la vitesse d'agitation. Ces variations sont liées à la méthode de calcul utilisée.

IV.2.4 Le coefficient effectif de diffusion selon CRANK:  $D_e$ .

Expériences	Type de charbon	N TRS/mn	$X^\circ$ mg/l	$\phi$ um	V/m l/g	$D_e \cdot 10^9$ m <sup>2</sup> /s
E 10	A <sub>2</sub>	250	200	1130	0,50	0,128
E 11	A <sub>2</sub>	500	200	1130	0,50	0,134
E 12	A <sub>2</sub>	750	200	1130	0,50	0,252



Nous notons que le coefficient effectif de diffusion augmente avec la vitesse, ceci peut s'expliquer par le fait que le transfert en phase liquide augmente, et le transfert en phase solide demeurant sensiblement le même, le transport total augmente alors.

IV.2.5: La vitesse d'adsorption selon ZOGORSKI, FAUST et HAAS: N, Z, F, H

Expériences	Type de charbon	N trs/m <sup>3</sup>	X <sub>0</sub> mg/l	$\phi$ um	V/m l/g	$\dot{N}, Z, F, H \cdot 10^3$ g/g.h <sup>1/2</sup>
E 10	A <sub>2</sub>	250	200	1130	0,50	200
E 11	A <sub>2</sub>	500	200	1130	0,50	232
E 12	A <sub>2</sub>	750	200	1130	0,50	274

Le coefficient de transfert de masse en phase liquide  $K_L$  augmentant avec l'agitation et le coefficient de transfert de masse en phase solide subissant une très légère variation, la vitesse de transfert total augmente alors.

V. CONCLUSION:

L'exploitation des isothermes d'adsorption pour chacun des trois types de charbon montre que celles-ci répondent bien à l'équation de Freundlich, chacune d'elle avec ses propres coefficients.

A travers les résultats obtenus pour l'étude de la cinétique d'adsorption, nous constatons que:

1/ Le temps de demi-saturation subit une influence de la part des paramètres opératoires, à savoir qu'il diminue avec l'augmentation de masse (ceci étant dû au fait qu'un apport supplémentaire de charbon augmente le nombre de sites ce qui active le processus d'adsorption et donc diminue la durée de saturation et par la même de demi-saturation).

Il augmente avec la taille des particules car la résistance au transfert en phase solide est d'autant plus grande que la taille augmente.

Il diminue quand la concentration initiale du soluté augmente, ceci pouvant s'expliquer par le fait que le nombre de molécules de soluté était plus grand, le flux est supérieur donc la vitesse d'adsorption plus grande.

2/ Le coefficient de transfert de masse en phase liquide  $K_L$  augmente avec l'augmentation de la taille des particules, car la surface externe des particules diminuant avec l'augmentation de la taille, il en ressort selon la formulation de  $K_L$  que celui-ci augmente.

$K_L$  diminue avec l'augmentation de la masse d'adsorbant, car les conditions hydrodynamiques changent et le rapport  $v/m$  diminue.

3/ Le coefficient de transfert de masse en phase solide  $K_S$  diminue avec le temps, ceci en raison de la saturation progressive de l'adsorbant provoquant une diminution dans la disponibilité des sites, ce qui ralentit le transfert.  $K_S$  augmente avec l'augmentation et la concentration initiale du soluté, ceci s'expliquant par la force motrice.

$K_S$  augmente avec la taille car  $K_L$  augmente dans ce cas ainsi que la force motrice.

$K_S$  diminue en augmentant la masse car la force motrice demeure pratiquement constante alors que  $K_L$  diminue.

4/ Le coefficient effectif de diffusion augmente avec la concentration initiale de la solution car le transport est plus rapide.

De diminue en augmentant la masse car les vitesses de transport en phases liquide et solide diminue.

La détermination de ce coefficient a été possible uniquement dans certains cas, alors que pour le reste nous n'avons pas obtenu de droite en traçant la courbe  $D_c t / r^2 = f(t)$  donc impossible à exploiter.

5/ L'interprétation de la vitesse d'adsorption rejoint directement celle du temps de demi-saturation  $t_{0,5}$ .

6/ En matière d'influence du type de charbon, nous concluons que le charbon  $A_1$  est celui qui offre les meilleures performances.

\* B I B L I O G R A P H I E \*

1. L.PRADERE et J.LAUTIER "Raffinage du Pétrole et Traitement du Gaz Naturel".  
Rev. de l'A.F.T.P (206), 44-70 (1971)
2. H.SPAHN et E.V.SCHLUNDER "The Scale Up of. Actualité carbon culumus for water purification, based on results from batch test - 1".  
chem. Eng. 30, 529-437 (1975)
3. J.S. ZOGORSKI, S.D.FAUST et J.H.HAANS. The Kinetics of adsorption of phenol by granular activated carbon".  
Jour of coll and int sci 55 (2), 329 - 341 (1976)
4. Theodoret et A. TYZKOWSKY "Cinétique d'adsorption d'une solution par un charbon actif".  
Proj. fin d'ét, E N P (1982)
5. R.E. Treybal "Mass transfert operations"  
MC GRAW HILL BOOK Co New-York 1955
6. P.WUITHIER "Raffinage et génie-chimique"  
Tome I (1965)
7. S.E. CHITOUR "Chimie des surfaces, introduction à la catalyse"  
2eme Ed.O.P.U (1981).

\* TABLE DES SYMBOLES \*

V = Volume de la solution (l)  
 m = Masse de l'adsorbant (g)  
 T = Température (°C)  
 X<sub>o</sub> = Concentration initiale de la solution (mg/l)  
 t = Temps (s)  
 φ = Diamètre des particules (μm)  
 ρ = Masse volumique du solide (g/cm<sup>3</sup>)  
 σ = Surface spécifique (m<sup>2</sup>/g)  
 N = Vitesse d'agitation (trs/mn)  
 X<sub>t</sub> = Concentrations du soluté en solution au temps t (mg/l)  
 X = Concentration du soluté à l'équilibre dans la solution (mg/l)  
 Y<sub>t</sub> = Quantité adsorbée à l'instant t (mg/g)  
 Y = Quantité adsorbée à l'équilibre (mg/g)  
 A = Surface externe des particules (m<sup>2</sup>)  
 X\* = Concentration du soluté à l'interface liquide-solide (mg/l)  
 Y\* = Quantité adsorbée à l'interface liquide-solide (mg/g)  
 N = Vitesse d'adsorption (g/s)  
 K<sub>L</sub> = Coefficient de transfert de masse en phase liquide (m/s)  
 K<sub>S</sub> = Coefficient de transfert de masse en phase solide (m/s)  
 D<sub>e</sub> = Coefficient effectif de diffusion (m<sup>2</sup>/s)  
 N<sub>Z,F,H</sub> = Vitesse d'adsorption selon ZOGORSKI, FAUST et HAAS (g/g.h<sup>1/2</sup>).

ETUDE DE LA QUALITE D'UN EFFLUENT URBAIN EN VUE  
DE SON UTILISATION POUR L'IRRIGATION :  
CAS DES EAUX USEES DE LA VILLE DE KOLEA

M. NAKIB, K. BENCHALAL, A. KETTAB

Laboratoire d'Hydraulique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
10, Avenue Pasteur, Hassen Badi, Alger.

ملخص :

يهدف هذا العمل الى دراسة النوعية الفيزيوكيميائية لمياه الصرف الصحي بعد معالجتها (حالة بلدية القليعة) بغية استخدامها للري الزراعي لقد تمت دراسة محطة نموذجية من حيث تحديد الابعاد و تم انجازها على مستوى تجريبي، وقد اجريت قياسات بعض الواصلات (MES, cl, Na, Mg, Ca, ...) ان ضبط نوعية هذه المياه سمح لنا بتثبيت الصعوبات و تحديد شروط استعمال هذه المياه في عملية الري.

Abstract :

This work deals with the study of the physical and chemical properties of the wastewater after treatment for the purpose of its usage for irrigation (the case of Kolea city). An experimental study has been done for determination of a pilot plant and also for measurements for some of the parameters (MES, cl, Na, Mg, Ca ...).

The control for the quality of this water permit us to fix the proper conditions for the use of such water for irrigation.

Résumé :

Le but de ce travail est d'étudier la qualité physico-chimique d'un effluent urbain après épuration (cas de la ville de Koléa) en vue de son utilisation pour l'irrigation.

Une station pilote a été dimensionnée et construite au laboratoire et différents paramètres ont été mesurés (MES, cl, Na, Mg, Ca, ...).

La caractérisation de ces effluents nous a permis de situer les contraintes et de fixer les conditions d'utilisation de ces eaux pour l'irrigation.



#### INTRODUCTION :

À travers le monde, la localisation préférentielle des activités humaines grandissantes (urbaine, industrielles, ...) à proximité immédiate de l'eau et la croissance démographique, font que la situation en matière de pollution s'aggrave de plus en plus (5).

En Algérie, selon des données fournies par le Ministère de l'Intérieur, 2545 unités industrielles sont considérées comme polluantes. Leur impact sur l'environnement est accentué par le problème de l'insuffisance des moyens de mobilisation des ressources en eau (les polluants sont concentrés dans de faibles volumes d'eau).

Il faut ajouter à cela les rejets des agglomérations qui sont souvent à forte charge organique et par conséquent difficiles à être résorbés par le milieu naturel, causant ainsi des nuisances à l'environnement immédiat de l'homme. La législation algérienne en matière des eaux et de l'environnement a rendu l'épuration des effluents indispensable.

Certes, depuis bien longtemps, des eaux usées brutes ont été utilisées pour l'irrigation des cultures sans traitement préalable, cependant de nombreuses études ont montré le danger de cette pratique et la nécessité d'implantation des stations d'épuration pour réutiliser ces eaux une fois qu'elles sont épurées.

Cela devra permettre d'économiser l'eau courante, de recycler les fertilisants contenus dans les eaux usées, d'accroître la production agricole et de diminuer le prix de revient du traitement et de gestion des eaux.

Nos travaux de recherche ont été orientés sur l'étude en station pilote du traitement des eaux usées urbaines de la ville de Koléa. Nous avons adopté le procédé à boues activées à faible charge.

Une étude des possibilités d'utilisation des eaux épurées pour l'irrigation des cultures a été faite.

#### 1) L'INTERET DE L'UTILISATION DES EAUX EPUREES DANS L'IRRIGATION ET CONTRAINTES LIMITANT CETTE UTILISATION :

### 1.1- Intérêt de l'utilisation des eaux épurées dans l'irrigation :

Il convient de faire une distinction entre l'irrigation pratiquée avec des eaux brutes et celles utilisant les eaux traitées. Dans le premier cas, il s'agit en fait de faire absorber la charge polluante de l'effluent par un système sol-culture, la valorisation agricole n'est pas l'objectif principal mais plutôt un résultat secondaire d'une opération d'élimination d'une pollution.

Dans le cas de l'irrigation par les eaux traitées, la production agricole est la finalité première.

La caractérisation de ces effluents nous permettra de situer les contraintes et de fixer les conditions de leur utilisation dans l'irrigation.

### 1.2- Contraintes limitant l'utilisation des eaux épurées dans l'irrigation :

Le domaine d'emploi d'une eau épurée est déterminé en fonction des risques qu'elle peut présenter.

#### 1.2.1- La toxicité :

La toxicité se manifeste dans le végétal lui-même comme résultat de l'absorption et de l'accumulation de certaines substances contenues dans l'eau d'irrigation :

##### a) la concentration saline des eaux :

Les substances toxiques les plus fréquentes dans les eaux d'irrigation sont le sodium, le chlorure et le bore.

L'apport des sels au sol perturbe les conditions d'alimentation hydrique et minérale de la plante (10).

L'action des sels se manifeste par une augmentation de la pression osmotique de la solution du sol.

La mesure de la conductivité électrique d'une eau est en pratique suffisante pour caractériser la charge globale en sels et prévoir son action sur les cultures.

Enfin, le sodium apporté par l'eau d'irrigation exerce en outre une action néfaste sur la végétation, de façon indirecte, en modifiant les propriétés physiques du sol.

Les ions  $\text{Na}^+$  demeurent dans le sol à l'état soluble et lorsque leur concentration devient importante, ils remplacent les autres cations sur le complexe absorbant (2, 10).

La formule qui permet d'évaluer le potentiel de risque est celle du coefficient d'adsorption du sodum (SAR).

$$\text{SAR} = \frac{[\text{Na}^+]}{\sqrt{\frac{[\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}]}{2}}}$$

où les teneurs sont exprimées en meq/l.

Un autre problème qui peut se poser est celui de la diminution de perméabilité du sol. Celle-ci est directement liée à des modifications défavorables du sol dues à une forte teneur en sodium dans l'eau d'irrigation. En effet le sodum peut se substituer aux ions alcalino-teneux des argiles et déflocculer celles-ci, ce qui entraîne une imperméabilisation du sol.

b) - Les micropolluants minéraux :

Il s'agit essentiellement des métaux lourds et certains metalloïdes.

Certains de ces éléments, les oligo-éléments sont nécessaires à la production végétale et leur présence dans les eaux est favorable dans la mesure où leur teneur reste inférieure à certains seuils, il s'agit du zinc, du cuivre du manganèse, du fer et du bore.

Tableau n°1 : Concentrations maximales d'éléments à l'état de traces recommandés pour les eaux d'irrigation. Source (2).

Eléments (mg/l)	Eaux utilisées en permanence tous types de sols	Utilisation allant jusqu'à 20 ans sur des sols à texture fine ayant un pH de 6 à 8,5
Bore	1,0	2,0
Cuivre	0,2	5,0
Fer	5,0	20,0
Manganèse	0,2	10,0
Zinc	2,0	10,0

Ces niveaux de concentration ne doivent normalement endommager ni les plantes ni les sols.

c) - La perméabilité des sols récepteurs :

Une faible perméabilité cause une mauvaise pénétration de l'eau dans le sol pendant l'irrigation et réduit la quantité d'eau mise en réserve dans le sol. En dehors de l'action des sels (sodium), ce facteur peut être favorisé par la richesse en matières en suspension de l'eau d'irrigation (2).

Les MES de l'eau d'irrigation sont retenues à la surface du sol, dans les premiers centimètres du profil.

Les teneurs limites en MES pour que les eaux usées puissent être réutilisées pour l'irrigation sont de 20 à 30 mg/l. De telles valeurs semblent bien correspondre à celles contenues dans un effluent urbain ayant subi un traitement secondaire.



## 2) PRESENTATION DES SOLS DE LA REGION DE KOLEA :

Des analyses réalisées sur des échantillons prélevés dans le triangle Koléa- Attatba- Oued El Alleug, montrent que ces sols paraissent répondre au qualificatif d'argilo-calcaire. Formés d'éléments fins, ils ont un pouvoir absorbant très intéressant pour l'eau et les matières fertilisantes. Ils sont suffisamment perméables, l'argile étant corrigé par le calcaire et parfois par l'humus.

Ces sols sont donc physiquement bien équilibrés et aptes à porter les cultures les plus exigeantes à condition de se voir restituer chaque année, les éléments fertilisants prélevés par les récoltes ainsi que la fraction organique qui est minéralisée sous forme de gaz carbonique.

Les éléments minéraux sont ramenés en grande partie par les engrais, la fraction organique peut être restituée par le fumier de ferme ou à défaut par d'autres déchets organiques tels que les boues résiduelles des stations d'épuration.

## 3) EPURATION ET CARACTERISATION DES EFFLUENTS DE KOLEA :

### 3.1 - Conception de la station pilote :

NOUS avons opté pour le procédé à boues activées ; le dimensionnement de l'installation porte à la fois sur l'ouvrage d'aération, sur celui de clarification et sur le système de recirculation.

L'ensemencement par les eaux usées et la formation des boues activées sont obtenus après deux semaines de fonctionnement.

La base d'exploitation de la station pilote est la charge massique (faible charge :  $C_m = 0,13 \text{ Kg de DBO}_5 / \text{Kg de M V S. Jour}$ ).

L'aération est assurée par un système à air comprimé (fines bulles) et les concentrations en oxygène dissous dans le bassin d'aération sont suivies quotidiennement.

Cette aération assure un brassage et évite le dépôt de boues dans l'aérateur.

### 3.2 - Résultats et interprétation :

Sur la base d'un ensemble de valeurs mesurées nous avons calculé la moyenne arithmétique pour chaque élément.

Tableau n°2 : Valeurs moyennes mesurées avant et après traitement en station pilote (mg/l).

	N	P	K	Ca	Mg	Na	cl	M E S
Eb	35,40	5,90	11,72	81,50	50,70	188,70	252,20	535,60
Ee	29,50	5,10	9,6	69,60	43,80	176,40	237,50	28,60

321 Richesse des eaux épurées en éléments fertilisants.

a) Les éléments majeurs :

- Azote total : les résultats montrent une réduction de la valeur en azote de 20% donnant une concentration résiduelle de 29,5 mg/l. Ce taux de réduction de l'azote semble être en bon accord avec celui trouvé par Edeline (3) qui précise en outre que l'azote intervient pour 12,40 % dans la biomasse.

- Phosphate : les boues activées consomment elles-même du phosphore lors de la synthèse de leur biomasse (stockage intracellulaire), mais ceci représente un taux d'élimination insuffisant : de l'ordre de 13%.

En effet, la cellule bactérienne ne contient que 2,26 % de phosphore (3).

- Potassium : l'effluent urbain de Koléa est très riche en potassium (9,6 mg/l) ceci améliore la valeur fertilisante de ces eaux.

b) Les éléments secondaires :

Nous nous sommes intéressés particulièrement à certains métaux lourds et au bore.

Les taux d'élimination moyens obtenus sur station pilote sont consignés dans le tableau n° 3.



Tableau n° 3 : Concentration de l'effluent urbain étudié en métaux lourds et bore (mg/l).

	Fe	Zn	Cu	Mn	B
Eb	1,9	0,91	0,15	0,3	1,8
Ee	0,42	0,38	0,05	0,14	1,60
Taux d'élimination %	78	58	66	53	12

Les valeurs de ce tableau sont comparables à celles citées dans la littérature (1).:

La présence de zinc et fer dans l'environnement urbain explique l'importance des concentrations enregistrées.

En considérant le flux de métaux à l'intérieur de la station pilote, on remarque que le taux d'élimination est de même ordre de grandeur et varie dans l'intervalle 53% - 78% sauf pour le bore pour lequel le rendement est de 12% ; il est normal que le bore, métalloïde n'intervenant pas dans le métabolisme, soit indifférent aux processus bactériens ; présent sous forme anionique, le bore ne peut guère s'échanger sur les substrats (4).

Si l'on compare les valeurs des Tabs. 3 et 1 concernant respectivement les teneurs en éléments traces contenus dans l'effluent urbain traité et les teneurs tolérables dans les eaux d'irrigation, on constate que la moyenne des teneurs de l'effluent étudié est inférieure aux maximums indiqués. Cela tient en partie au fait qu'une proportion importante des métaux lourds se trouve concentrés dans les boues.

Par ailleurs les sols de la région de Koléa sont calcaires (pH basique) et les risques vis à vis des métaux lourds sont de ce fait atténués.

La contrainte existe pour le bore dont la concentration exige une utilisation discontinuée sur sol à texture fine.

### 3.2.2- La salinité :

#### a) La conductivité électrique :

D'après le tableau n°4 les valeurs de conductivité électrique paraissent augmenter légèrement avec le traitement des eaux ; cela est dû à la richesse des eaux usées brutes en matières organiques et colloïdales qui sont de mauvais conducteurs et à l'oxydation réalisée par cette épuration.

Tableau n°4 : Minéralisation de l'effluent étudié.

	Eb	Ee
C E 25° C mho/cm	1748	1755
Minéralisation (mg/l)*	1118,7	1123,2

\* Minéralisation (mg/l) = 640 X CE (mmho/cm)

Source (2).

#### b) Le coefficient d'adsorption du sodium (SAR) :

La valeur moyenne du SAR est de 4,06 pour les eaux épurées urbaines de Koléa, cette valeur autorise l'utilisation de ces eaux dans l'irrigation, mais du point de vue de la minéralisation, l'eau ne peut être utilisée que pour des plantes tolérantes à la salinité et sur sols bien drainés.

Les sols de la région de Koléa sont physiquement bien équilibrés et peuvent donc porter les cultures les plus exigeantes (8).

Ces sols sont suffisamment perméables et donc aptes à recevoir des eaux épurées sous la seule condition de choisir des espèces végétales tolérant la salinité.

#### c) les matières en suspension :

La valeur moyenne en M E S est de 28,60 mg/l ; la texture des sols de la région de Koléa est favorable à l'utilisation de ces eaux dans l'irrigation, la filtration n'étant pas nécessaire.

En ce qui concerne les obstructions du matériel d'arrosage (en cas d'irrigation par aspersion) il y est remédié par le choix le plus adéquat possible de celui-ci, notamment pour le diamètre des orifices ainsi que par un entretien régulier.

#### CONCLUSION :

Nos recherches, mêmes partielles, ont apporté des précisions analytiques sur la nature des eaux épurées et nous ont permis d'aboutir sur quelques recommandations.

Les analyses effectuées ont montré des concentrations non négligeable en éléments nutritifs, mais ces dernières sont très faibles devant les besoins des plantes et ne dispensent donc pas l'apport d'un engrais minéral.

Comme les eaux épurées étudiées sont salines, il faudra penser à augmenter les doses d'irrigation de manière à drainer les sels déposés par l'irrigation précédente.

Cette quantité d'eau supplémentaire est l'eau de lessivage qui dépend également de la tolérance aux sels de la culture pratiquée. Cette meilleure disponibilité de l'eau dans la partie supérieure de la zone racinaire atténue les effets osmotiques. L'utilisation des stations d'épuration est continue, il est donc possible d'avoir l'eau "à la demande" et d'adapter la fréquence des arrosages aux exigences saisonnières de la culture.

Néanmoins, il est recommandé de compléter notre étude par une étude bactériologique qui fixerait les limites d'utilisation des eaux épurées et les précautions à prendre en fonction de leurs teneurs en germes pathogènes.

#### - A B R E V I A T I O N S -

- C E. 25°C : Conductivité électrique à 25°C.  
D B O<sub>5</sub> : Demande biochimique en oxygène.  
Eb : Eau usée brute.  
Ee : Eau épurée.  
meq/l : Milliéquivalent gramme par litre  
mmho/cm : Millimho par centimètre.  
M V S : Matières volatiles en suspension.

- B I B L I O G R A P H I E -

---

- (1) AMMANN. P, JPC, LP (1977)  
Etude des métaux lourds dans une station d'épuration  
TSM n°11,, Pp 475 - 482.
- (2) AYERS. RS et DW (1976)  
La qualité de l'eau en agriculture  
Bult FAo d'irrigation et de drainage n°29.
- (3) ÉDELINE. F (1979)  
L'épuration biologique des eaux résiduaires  
CEBEDOC. Liège.
- (4) GUIOLLOT B, RL, MP (1980)  
Le bore dans les effluents urbains  
Essais d'interprétation en terme de bilan éco-sociologique  
T S M n°10. pp 511 - 515.
- (5) KETTAB. A (1981)  
La pollution industrielle et l'environnement  
Revue EI-BIA n°1.
- (6) KETTAB. A (1985)  
Traitement des eaux. Tome 3 : législation et gestion des eaux  
cours polycopiés E.N.P.
- (7) PESSON. P (1980)  
La pollution des eaux continentales incidence sur les biocénoses aquatiques  
Ed. Gauthier Villars.
- (8) RUTY. O (1948-49)  
La région naturelle de Blida  
Revue U.A.A. p 23 - 31.
- (9) THOMANN. C (1983)  
Les possibilités d'utilisation des eaux usées en agriculture  
Ed. Tec et Doc. P; 10 - 16.
- (10) VALIRON. F (1983)  
La réutilisation des eaux usées  
Ed. Tec et Doc Pp 105 - 129.
- (11) VIBERT. A (1966)  
Résistivité électrique et minéralisation globale.  
T S M n°01. Pp 51 - 55

METHODE ENERGETIQUE SIMPLIFIEE  
POUR LE CALCUL DES DALLES RIGIDO-PLASTIQUES  
SOUS IMPULSION INSTANTANEE

G. GUIGOVA & P. BONNEVILLE

Département Génie Civil

Ecole Nationale Polytechnique

10, Avenue Pasteur - Hassen Badi , Alger

الملخص :

نقدم طريقة تغريبية جديدة حسابية في مفترض الصلبة لدائنية لصغائح المستطيلة تحت اندفاع خطفي في توزيع انتظامي. هذه الطريقة تادي الى حساب سريع الحارفة القسوة و مدة الانشقاق. النتيجة الصحيحة تابعة الى معامل فغد طاقة الانطلاق متعلقة بدراسات نظرية و تجريبية اخرى.

Abstract :

An approximate method for calculating rigid-plastic rectangular plates under uniformly distributed instantaneous impulse is proposed. This method is convenient to obtain so fast the maximal deflexion and the time of the plastification. The exactly solution depends on a coefficient of "loss of initial kinetic energy" wich can be determined by the other theoretical studies or experimentation.

Résumé :

Une méthode approximative originale est proposée pour le calcul dans l'hypothèse rigido-plastique des plaques rectangulaires sous impulsion instantanée, uniformément répartie. Cette méthode conduit à un calcul très rapide de la déflexion maximale et du temps de la rupture. La solution exacte dépend d'un coefficient de "perte d'énergie initiale", relevant d'autres études théoriques ou expérimentales.



## INTRODUCTION :

Le problème du calcul des éléments et structures rigides sous sollicitations impulsionnelles intervient pour la sécurité à l'égard d'explosions d'origines diverses, de chocs mécaniques, ou de "chocs sismiques".

Pour ces sollicitations exceptionnelles, les vérifications doivent être faites aux états ultimes, c'est à dire en tenant compte des déformations plastiques. En ce qui concerne les dalles en béton armé, si leur comportement en phase élastique est relativement bien connu, les effets d'impulsion en phase plastique n'ont été que très partiellement étudiés tant sur le plan théorique qu'expérimental, et il n'existe actuellement aucune méthode pratique de vérification de ces éléments d'ouvrages.

Une des premières recherches sur le comportement des structures rigido-plastiques sous effet impulsionnel instantané a été effectuée par l'Académicien A. GVOZDEV en 1943/2/. Ses études ont traité des éléments rigido-plastiques monodimensionnels sous effet impulsion dû à des explosions sur la base d'une méthode énergétique, en exprimant que l'énergie cinétique reçue lors de l'impulsion est dépensée dans le travail des articulations plastiques.

Par ailleurs, L.TZENOV/5/ a abordé le problème des dalles rigido-plastiques sous impulsion pour quelques cas particuliers de conditions d'appui par une méthode "analytique dynamique" qui tient compte de l'évolution temporaire de la plastification.

La méthode L. TZENOV est notamment développée dans la thèse/1/ dont un des aspects est ici présenté.

Dans le présent article, nous proposons une méthode simplifiée d'analyse énergétique du comportement dans l'hypothèse rigido-plastique de la plaque rectangulaire reposant sur ses quatre côtés, selon des conditions d'appui quelconques, et soumise initialement à une impulsion uniformément répartie.



### PRINCIPES ET HYPOTHESES :

La méthode présentée étend le bilan énergétique de GVOZDEV au cas des dalles, pour une configuration de rupture conforme à la théorie statique des "lignes de rupture" de JOHANSEN /3/.

Le matériau obéit à un comportement rigido-plastique parfait, selon le diagramme contraintes - déformations représenté à la fig. 1.

Sous l'effet d'une impulsion, tous les points de la dalle ont une vitesse initiale uniforme  $V_0$ , le contour étant immobile.

On admet qu'en première approximation, la dalle passe brusquement d'un état neutre de déformation à un état de déformation plastique par l'apparition instantanée des lignes de rupture selon le modèle de "l'enveloppe pliée", conformément à la théorie de JOHANSEN/3/, fig. 2. Ce changement d'état s'accompagne éventuellement d'une perte d'énergie (de rupture).

Le moment le long des lignes de rupture est constamment égal au moment ultime  $M_u$

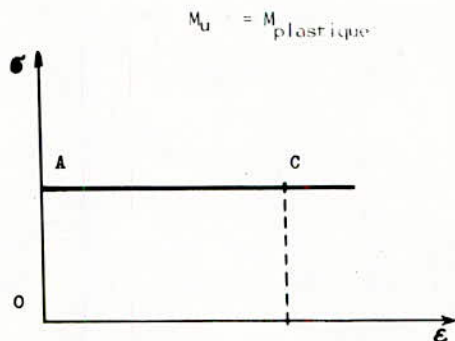


Fig. 1 : Diagramme contraintes-déformations

MISE EN EQUATION :

EVALUATION DE L'ENERGIE CINETIQUE EN UN POINT :

La charge impulsionnelle instantanée communiquée à la dalle une énergie cinétique initiale :

$$E_{Co} = \frac{1}{2} M V_0^2 = \frac{1}{2} m S V_0^2 \quad (1)$$

En cours de déformation, la vitesse au centre (le long de la charnière centrale) est  $\dot{Z}$ , avec un déplacement  $Z$ . Cette vitesse décroît linéairement de  $\dot{Z}$  au centre à zéro le long des charnières d'appui.

En un point quelconque à la distance  $x$  de la charnière d'appui, la vitesse sera (fig.2) :

$$v = \dot{Z} \frac{x}{l'} \quad (2)$$

où  $l'$  est la distance de la charnière d'appui de la plaque considérée à la charnière centrale, soit :

$l' = l$  pour les plaques trapézoïdales

$l' = 4l$  pour les plaques triangulaires

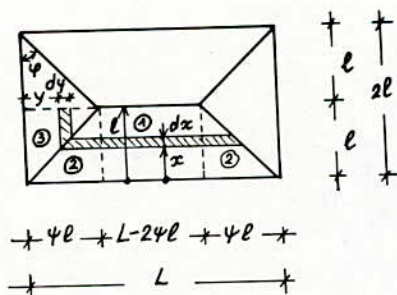


Fig. 2 : Schéma de calcul de la dalle

L'énergie cinétique de la dalle a pour expression :

$$E_c = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} v^2 m d\omega \quad (3)$$

Avec (2) l'équation (3) devient :

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{z}^2 \iint_{\Omega} \frac{x^2}{\ell^2} d\omega$$

$$\text{Soit: } E_c = \frac{1}{2} m S \dot{z}^2 \lambda \quad (4)$$

$$\text{en posant } \iint_{\Omega} \frac{x^2}{\ell^2} d\omega = S \lambda, \quad (5)$$

$\lambda$  est un coefficient variable selon la configuration de la dalle, calculé selon la formule (5) et variant de 1/3 pour la dalle infiniment longue ou appuyée sur deux côtés, à 1/6 pour la dalle carrée.

Dans le cas général (dalle rectangulaire), on obtient :

$$\lambda = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{\psi}{L/\ell} \right)$$

$$\text{avec } \psi = \sqrt{3 + \frac{4\ell^2}{L^2}} - \frac{2\ell}{L}$$

Selon la théorie de JOHANSEN /4/.

#### ETABLISSEMENT DU BILAN ENERGETIQUE :

A l'instant "post-initial"  $t_1$  supposé infiniment voisin de l'instant initial  $t_0$ , les lignes de rupture sont supposées développées, et l'énergie cinétique post-initiale de la dalle est une fraction  $\lambda'$  de l'énergie initiale:

$$E'_{co} = \lambda' E_{co} \quad (6)$$

Cette relation détermine la vitesse post-initiale  $\dot{z}_0$  au centre :

$$\begin{aligned} E'_{co} &= \frac{1}{2} M \dot{z}_0^2 \lambda = \frac{1}{2} M v_0^2 \lambda' && \text{d'où} \\ \dot{z}_0 &= v_0 \sqrt{\frac{\lambda'}{\lambda}} \end{aligned} \quad (7)$$

A l'instant  $t_1$  commence le mouvement de déformation de la dalle qui se poursuit jusqu'à ce que le travail des articulations plastiques ait absorbé en totalité de l'énergie potentielle à l'instant  $t_1$ .

A noter que dans le cas d'une dalle horizontale, cette énergie potentielle comprend, en plus de l'énergie cinétique, l'énergie potentielle correspondante à l'abaissement du centre de gravité de l'ensemble de la dalle en fin de déformation.

Le bilan énergétique s'écrit alors, entre l'instant post-initial  $t_1$  et l'instant final  $t_2$  de fin de déformation :

$$E_c = E'_{co} + K'_1 Z - K_1 Z \quad (8)$$

où  $K_1 Z$  représente le travail des moments ultimes limites dans les articulations plastiques.

Ce travail, proportionnel au déplacement de la dalle, sera exprimé sous la forme :

$$K_1 Z = \sum \int M_{u_i} \theta_i ds \quad (9)$$

en fonction des rotations  $\theta_i$  le long des différentes lignes de rupture, la forme de la plaque et les conditions d'appui.

$K'_1 Z$  est l'énergie potentielle supplémentaire due à la pesanteur ; elle s'exprime par le déplacement du centre de gravité  $Z_G$  :

$$K'_1 Z = P Z_G \quad (10)$$

Le tableau ci-après détermine les valeurs des coefficients  $K_1$  et  $K'_1 = P Z_G/Z$

#### ETABLISSEMENT DES EQUATIONS DE LA FLECHE ET DE LA VITESSE AU MILIEU DE LA DALLE SUR LA CHARNIERE CENTRALE :

En remplaçant (1), (4) et (6) dans (8) l'équation du bilan énergétique prendra la forme suivante :

$$\frac{1}{2} M \lambda \dot{Z}^2 = \frac{1}{2} M \lambda' v_0^2 - (K_1 - K'_1) Z$$

soit

$$\dot{Z}^2 = \left[ v_0^2 - (K_1 - K'_1) Z \frac{1}{1/2 M \lambda' v_0^2} v_0^2 \right] \frac{\lambda'}{\lambda} \quad (11)$$

Après transformation et intégration on obtient les expressions de la flèche et de la vitesse au milieu de la dalle sur la charnière centrale, dans l'intervalle  $(t_1, t_2)$  :

$$w = - \frac{K_1 - K'_1}{2 M \lambda} t^2 + v_0 \sqrt{\frac{\lambda'}{\lambda}} \quad (12)$$

$$v = - \frac{K_1 - K'_1}{M \lambda} t + v_0 \sqrt{\frac{\lambda'}{\lambda}} \quad (13)$$

L'équation de la flèche est celle d'une parabole, la vitesse est une fonction linéaire du temps (Fig. 3).

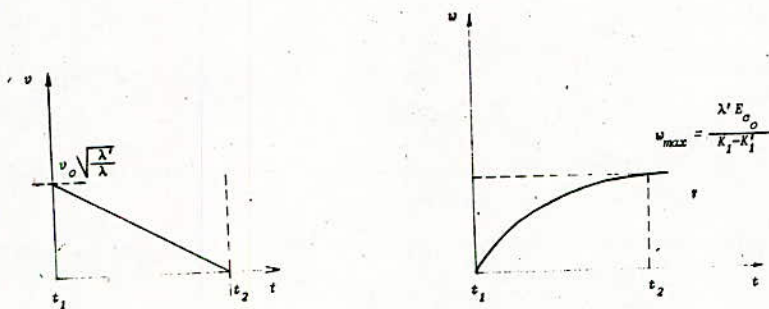


Fig. 3 : Graphes de la flèche et de la vitesse au centre de la dalle.

De l'équation (13) on déduit l'instant final  $t = t_2$  et la flèche finale correspondante, soient :

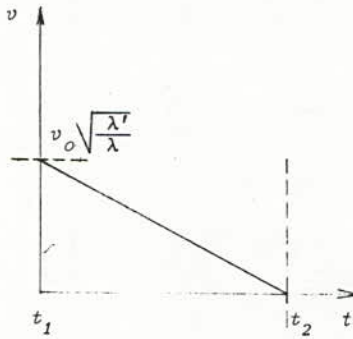
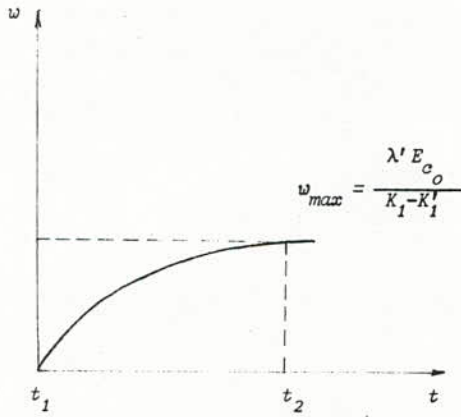


Fig.3 : Graphes de la flèche et de la vitesse au centre de la dalle



$$t_2 = \frac{2 \sqrt{\lambda \lambda'} E_{co}}{v_o (K_1 - K'_1)} \quad (14)$$

$$w_{max} = Z_2 = \frac{\lambda' E_{co}}{K_1 - K'_1} \quad (15)$$

Cas particuliers :

$\lambda' = 1$  - Pas de perte d'énergie par rupture.

$K'_1 = 0$  - Le travail du poids propre de l'élément est négligeable ou nul (cas d'une dalle verticale),

Dans ce cas

$$t_2 = \frac{2 \sqrt{\lambda} E_{co}}{v_o K_1} \quad (a)$$

Et  $Z_{max} = \frac{E_{co}}{K_1} \quad (b)$

#### COMMENTAIRE SUR L'ENERGIE CINETIQUE POST-INITIALE

##### CONSIDERATIONS DE BASE :

On a considéré la formation des lignes de rupture instantanément au temps  $t = t_1 \approx 0$ , en admettant que le mouvement de la dalle se réduisait à la rotation des plaques séparées par ces lignes.

On peut avoir deux approches pour la résolution du problème :

##### 1er cas :

On suppose que toute l'énergie cinétique initiale est absorbée par le travail des lignes de rupture définitives, à l'exclusion de toute autre dissipation d'énergie.

Cette hypothèse donne, à partir des moments ultimes connus, une limite supérieure de la flèche. Elle est donc sécuritaire.

Des conclusions analogues ont été faites sur l'utilisation de la théorie énergétique de GVOZDEV citée par L. TZENOV / 5 /.

##### 2ème cas :

On admet que lors de la formation des lignes de rupture, une énergie supplémentaire est dépensée, par suite notamment des fissurations annexes. En ce cas, l'énergie cinétique "post-initiale" est réduite par rapport à

l'énergie cinétique initiale dans un rapport  $\lambda'$ .

La méthode énergétique simplifiée ne permet pas a priori de déterminer ce coefficient  $\lambda'$  sans hypothèse supplémentaire.

Si l'on prend, par exemple, l'hypothèse de continuité cinématique au centre, c'est à dire la conservation de la vitesse  $v_0$  au centre après rupture, soit

$$\dot{z}_0 = v_0 \sqrt{\frac{\lambda'}{\lambda}} = v_0, \text{ soit } \lambda = \lambda',$$

On déduit que le coefficient  $\lambda'$  de perte d'énergie initiale varie de 1/6 à 1/3 de la dalle carrée à la dalle infiniment longue.

Cette énergie de rupture est a priori excessive d'autant plus que si la conservation de la vitesse au centre est maintenue, il n'en est pas de même des vitesses intermédiaires selon les charnières obliques qui prennent instantanément une valeur inférieure à  $v_0$ .

On peut donc supposer que le comportement réel correspond à un cas intermédiaire, de coefficient :

$$\lambda < \lambda' < 1$$

Dans le cas de la dalle carrée simplement appuyée sur ses quatre côtés, par un calcul comparatif avec la méthode analytique dynamique, ainsi que par voie expérimentale /1/ une valeur de  $\lambda' = 0,5$  a été obtenue.

#### CONCLUSION :

En conclusion, cette méthode présente l'avantage d'une grande simplicité de calcul.

Elle peut être utilisée dans tous les cas pour un calcul sécuritaire en prenant un coefficient  $\lambda' = 1$  (pas de perte d'énergie de rupture).

La connaissance de la valeur réelle du coefficient  $\lambda'$  (par exemple par voie expérimentale) permettrait de l'utiliser avec plus de précision.

Tableau : Valeurs des coefficients  $K_1$  et  $Z_G/Z$

Type de dalle $\beta = \frac{L}{2l}$	$\vartheta'$	$\vartheta''$	$\vartheta$	$\vartheta_1$	ds	$K_1$	$Z_G/Z$	
dalle carrée $L = 2l$ $\beta = 1$		$\frac{Z}{L}$			$\vartheta\sqrt{2}$	$4 l \sqrt{2}$	$8 M_u$	1/3
dalle carrée $L = 2l$ $\beta = 1$		$\frac{Z}{L}$			$\vartheta\sqrt{2}$	$4 l \sqrt{2}$ $8 l$	$8 (M_u + M'_u)$	
dalle infini- ment longue $L \gg 2l$ $\beta \rightarrow \infty$		$\frac{Z}{L}$		$2\vartheta'$		$2 L$	$2 M_u \frac{L}{l}$	1/2
dalle infini- ment longue $L \gg 2l$ $\beta \rightarrow \infty$		$\frac{Z}{2l}$		$2\vartheta'$		$2 L$ $2 L$	$2 \frac{L}{l} (M_u + M'_u)$	

Tableau

(suite)

Type de dalle $\beta = \frac{L}{2l}$	$\theta'$	$\theta''$	$\theta$	$\cdot \theta_1$	ds	$K_I$	$Z_G / Z$
dalle 	$\frac{Z}{l}$		$2\theta'$	$\sqrt{3} \frac{Z}{l}$	$8l$ $2(L-2\sqrt{3}l)$	$2M_u \left( \frac{L}{l} + 2\sqrt{3} \right)$	$\left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \frac{L}{l}$
longue $L > 4l$ $B > 2$ 	$\frac{Z}{l}$	$\frac{Z}{\sqrt{3}l}$	$2\theta'$	$\sqrt{3} \frac{Z}{l}$	$8l$ $2(L-2\sqrt{3}l)$ $2L$ $4l$	$2 \frac{L}{l} (M_u + M'_u) + 4\sqrt{3} \left( M_u + \frac{1}{3} M'_u \right)$	$\left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \frac{L}{l}$
dalle rectan- gulaire $1 < \beta \leq 2$ 	$\frac{Z}{l}$		$2\theta'$	$2 \sin \psi \frac{Z}{l}$	$\frac{4l}{\cos \psi}$ $2(L-2\psi l)$	$2M_u \left( \frac{L}{l} + 2\psi \right)$	$\left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \frac{\psi l}{L} \right)$
	$\frac{Z}{l}$	$\frac{Z}{\psi l}$	$2\theta'$	$2 \sin \psi \frac{Z}{l}$	$4l / \cos \psi$ $2(L-2\psi l)$ $2L$ $4l$	$2 \frac{L}{l} (M_u + M'_u) + 4\psi \left( M_u + \frac{1}{2} M'_u \right)$	

- BIBLIOGRAPHIE -

---

- /1 / GUIGOVA G.  
Comportement dynamique des dalles rigido-plastiques sous impulsion instantanée.  
Thèse de magister E.N.P. Janvier 1986.
- /2 / GVOZDEV A.A.  
Calcul des structures sous effet d'une explosion.  
Revue Stroïtelnaïa Promichlenost n° 1-2  
Moscou 1943 (en russe).
- /3 / JOHANSEN K.W.  
Yield-line theory  
Traduction anglaise de l'ouvrage original  
(Brudelinieteorier, J.Ul. Gjellerups, 1943)  
Cement and Concrete Association, Londres 1962.
- /4 / ROBINSON J. R  
Traité de Béton Armé.  
Editions CHEC 1976.
- /5 / TZENOV L.  
Dalle rigido-plastique sous impulsion instantanée.  
Annuaire des Ecoles Techniques Supérieures - Mécanique Appliquée  
Vol. VI - Livre 1  
Ed. Technika Sofia 1971 (en Bulgare).



ETUDE EXPERIMENTALE, SUR UN MODELE BIDIMENSIONNEL

DES RIGIDITES DE SOL DES FONDATIONS ENFERREES

Z. DJILLALI - BERKANE & P. BONNEVILLE

Département Génie Civil

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

10 Avenue Pasteur - Hassan Badi ALGER

ملخص:

دراسة نموذج ميكروثلاثي الأبعاد لاسمار عميق في تربة مرنة، مكنتنا من تعيين  
قانون تقريبي لتغير التساوة الانتقالية والدروانية بدلالة معامل العمق،  
وهذا ما يسمح لنا بتعميم طريقة نوابير التربة في حالة الاساسات العميقة،

Abstract:

An original two-dimensions model of foundation buried in elastic soil enabled us to determine the variation of the foundations rigidities in translation and rocking, and, subsequently, extend the "soil springs" method for this type of foundation.

Résumé:

Un modèle bidimensionnel original de fondation enterrée en sol élastique a permis de déterminer une loi approchée de variation, selon l'enfoncement, des rigidités de translation et de basculement, permettant ainsi l'extension de la méthode des "ressorts de sol" à ce type de fondation.

## I - Introduction

Le calcul dynamique des structures sous sollicitations sismiques est affecté par les conditions de fondation et de sol, particulièrement dans le cas de fondation sur sol meuble.

Pour les calculs usuels, la méthode des "ressorts de sol", assimilant le vecteur-force exercé par le sol sur la fondation à une réaction élastique, donne une approximation satisfaisante. Dans le cas de fondations rectangulaire sur sol meuble de grande épaisseur, les ressorts de sol ont été calculés pour les fondations superficielles, notamment:

- par D. D. BARKAN [1] pour la rigidité de translation horizontale,
- par M. I. GORBUNOV POSADOV [2] pour la rigidité de basculement.

Ces paramètres n'ont pas été déterminés, en dehors d'applications numériques particulières, pour le cas des fondations enterrées.

Le présent exposé décrit un modèle expérimental bidimensionnel, mis au point pour l'étude des fondations enterrées, et son utilisation pour déterminer les rigidités de translation horizontale et de basculement. Ce travail de recherche fait partie d'une thèse de Magister [3] relative au comportement des structures rigides, mais ses résultats en ce qui concerne les ressorts de sol s'appliquent à des structures quelconques

## 2 - Principes du modèle

L'étude est faite à partir d'un modèle bidimensionnel sol-structure:

- Le sol est modélisé par une membrane de caoutchouc fixée sur trois côtés, et libre à la partie inférieure; il s'agit donc d'un modèle "inversé", c'est à dire que la composante verticale des efforts est algébriquement changée de signe (fig. 1-a).
- La structure rigide intervient dans l'interaction sol-structure par sa fondation, de longueur  $2b$ , et de profondeur  $p$ . Elle est modélisée par un système de coques rigides appliquées

sur les deux faces de la membrane selon le contour de la fondation pour la profondeur choisie. (fig. 1 a) .

Les calculs habituels de ressorts de sol supposent un ressort horizontal au niveau de la base de la fondation; en fait, et surtout pour les fondations enterrées, cette force se situe à une cote non nulle, soit  $p'$ , par rapport à cette base.

Les ressorts de sol en basculement et translation sont donc définis par trois paramètres indépendants, soient les deux rigidités et la position du ressort horizontal.

La cote  $p'$  du ressort horizontal est déterminée sur le modèle pour différentes profondeurs par une méthode statique.

Les rigidités sont calculées à l'aide des valeurs  $p'$  et de deux périodes d'oscillation déterminées par les expériences suivantes: consistant à entraîner la structure dans une oscillation de rotation, à l'aide d'un balancier dont on mesure la période:

- périodes  $T_1$  que nous désignons par "périodes d'oscillations de rotation" correspondant à une position de l'axe de rotation du balancier au niveau de la base de la fondation (fig. 1-c)

- périodes  $T_2$  "périodes de translation" correspondant à une position de l'axe à une cote  $z$  non nulle par rapport à la base de la fondation (fig. 1-d)

#### Remarque:

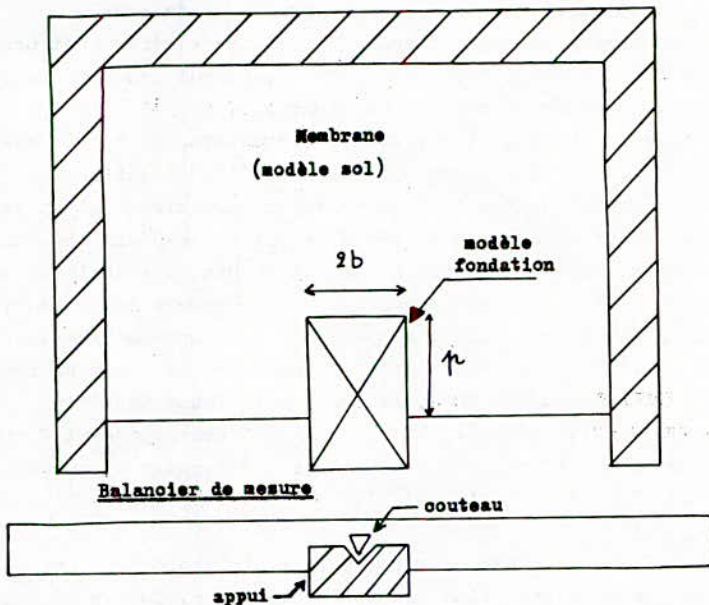
La mesure des périodes  $T_1$  et  $T_2$  a été préférée à une mesure statique de la rotation dans les mêmes conditions expérimentales. Des résultats d'essais préalables par méthode statique avaient en effet une précision inacceptable par suite des déformations différées de la membrane; cette imprécision est éliminée par les essais dynamiques faisant appel à l'élasticité instantanée; la méthode permet également d'obtenir une précision sur les résultats ne dépendant pratiquement que des mesures de périodes, et éliminant pratiquement l'imprécision sur les grandeurs physiques du modèle.

### 3 - Appareillage, méthode de mesure et calculs

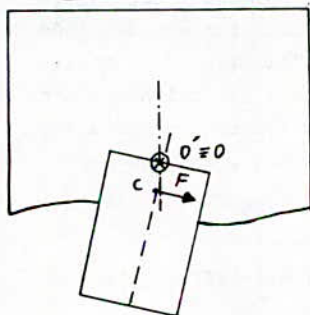
Modèle de sol: La membrane, qui ne peut travailler qu'en

**Fig. 1 - MODELE EXPERIMENTAL DE FONDATION ENTERRÉE**  
**PRINCIPE DES MESURES DYNAMIQUES ( Rotation - Translation )**

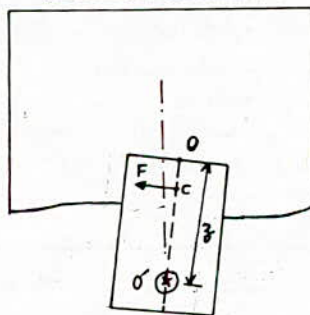
**Modèle sol-fondation**



**Essai en "rotation"**



**Essai en "translation"**





traction doit être fixée avec une légère tension latérale. Une expérimentation préalable a montré que les variations pratiques de ces tensions lors des montages avaient une faible influence sur les périodes.

Modèle de fondation: Le modèle utilisé est un ensemble de deux coques symétriques, dont les bords sont serrés sur les deux faces de la membrane, de manière à réaliser le contour de la fondation étudiée. Ces coques sont de même assemblées rigidement au balancier.

Balancier de mesure: Il s'agit d'un balancier pesant symétrique d'axe horizontal, reposant sur deux plaques d'appui métalliques par l'intermédiaire de deux supports matérialisant l'axe de rotation. (fig. 1-b)

Mesure des périodes: La mesure des périodes a été faite à l'aide d'un chronomètre, par séries de 10 ou 5 périodes, selon l'importance de l'amortissement. Des essais préalables ont montré la nécessité pour la précision des mesures de vérifier lors de chaque essai:

- la verticalité de la membrane,
- l'orthogonalité de la membrane avec l'axe de rotation
- l'amplitude des oscillations suffisamment faible pour ne pas créer de voilement de la membrane.

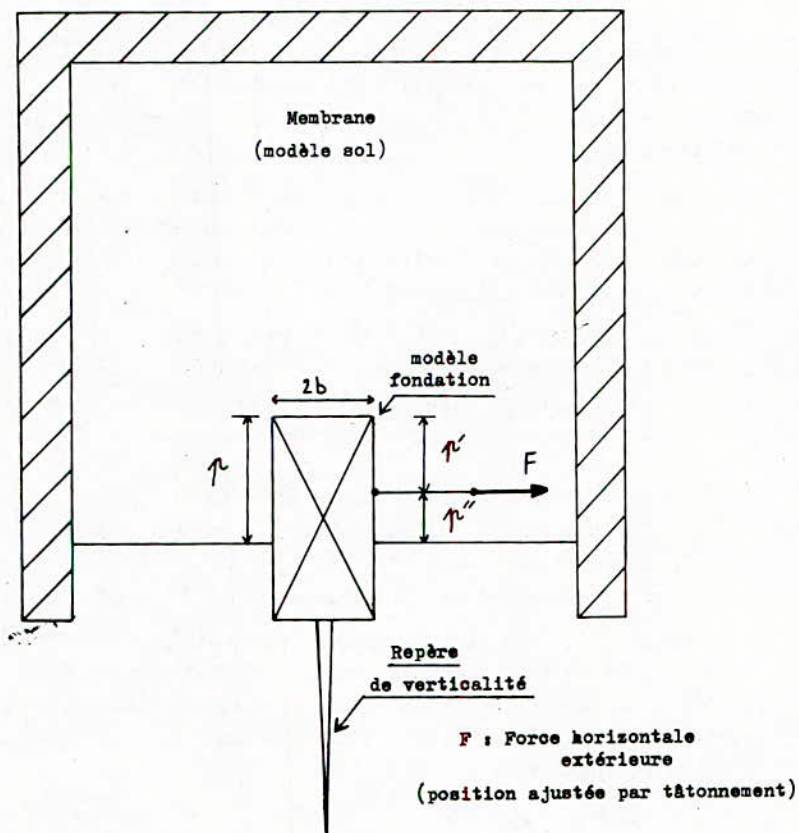
Mesure de la position du ressort horizontal: Pour une profondeur  $p$  de la fondation, la cote  $p'$  a été déterminée en exerçant sur le modèle de fondation une force horizontale dont la position est ajustée par tâtonnement de sorte que ce modèle ne subisse aucune rotation. (fig. 2)

Calcul des rigidités: Considérons, selon la figure 1(c et d) un mouvement de rotation du modèle de fondation autour d'un point  $O'$  situé à la cote  $z$  par rapport à la base de la fondation.

- Dans l'essai dit "de rotation", la cote  $z$  est prise égale à zéro,



Fig. 2      MODELE EXPERIMENTAL DE FONDATION ENTERREE  
MESURE DE LA POSITION DU RESSORT HORIZONTAL



- Dans l'essai dit "de translation", la cote  $z$  est choisie en vue d'une précision satisfaisante sur les périodes.

Soient les notations suivantes:

$O'$  : centre de rotation du balancier

$O$  : centre de la base de la fondation

$C$  : point d'application du ressort horizontal

$K_C$  : rigidité de rotation autour du point  $C$

$K_O, K_{O'}$  : rigidités de rotation autour de  $O$  ou de  $O'$

$K$  : rigidité de translation horizontale

$l_G, l'_G$  : distance du centre de rotation au centre de gravité de l'appareillage mobile (balancier, fondation, support) dans les essais de rotation et translation respectivement

$M_G$  : masse de l'appareillage mobile

$J_o, J_o'$  : moment d'inertie polaire de l'appareillage mobile dans l'essai de "rotation" et de "translation" respectivement. On posera  $J_o' = J_o (1 - \epsilon)$

$T_o, T_o'$  : période propre de l'appareillage mobile pour les mesures de rotation et de translation respectivement.

Tous les essais correspondent à des oscillations autour de l'axe  $O'$ .

Pour une rigidité de rotation  $K_z$ , la pulsation est:

$$\omega = \frac{K_z}{J} \quad \text{avec une période } T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{d'où } K_z = \frac{4\pi^2 J}{T^2}$$

En écrivant que le moment de rappel au point  $O'$  est la somme du moment de rappel autour du point  $C$ , des moments au point  $O'$  de la force de rappel horizontale en  $C$ , et du poids propre de l'appareillage mobile dans l'essai de rotation et de translation, on déduit les rigidités de translation  $K_z$  et de rotation  $K_C$ :

$$K = \frac{4\pi^2 J_o}{z^2 - 2zp'} \left[ \frac{1-\epsilon}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_o^2} - \frac{1-\epsilon}{T_o'^2} \right] \quad (1)$$

$$K_c = 4 \pi^2 J_0 \left[ \frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_0^2} \right] - K p^2 \quad (2)$$

#### 4 - Programme des essais

Mesure des périodes en "rotation" et en "translation"  
pour l'étude de l'influence des conditions aux limites :

En faisant varier les dimensions du modèle sol-structure [3], on vérifie que cette influence est assez faible, et l'adoption d'un modèle de sol de plus grande dimension ne permettait pas un gain de précision appréciable, d'où le choix du modèle sol-structure suivant :

- Largeur et hauteur du modèle de sol: 40 cm et 22 cm
- Longueur du modèle de fondation: 7,2 cm

Essais et mesures annexes: A signaler quelques essais et mesures tels que:

- périodes propre du balancier avec équipement mobile, en position "rotation" ou "translation"
- influence de la durée des charges et de la température sur le module d'élasticité de la membrane
- détermination du moment d'inertie du balancier avec équipement mobile pour les deux types d'essais.

#### 5 - Résultats et interprétation des essais

Position du ressort horizontal: L'essai de mesure de la position du ressort horizontal ne permet pas de déterminer la position exacte de ce ressort, mais donne une plage d'incertitude par rapport à la position moyenne, pour laquelle aucune rotation du modèle de fondation n'est observable.

Cette plage est d'environ  $\pm 3\%$  de la longueur de la base 2b pour un enfoncement nul, et atteint  $\pm 9\%$  env. pour un enfoncement  $p/2b$  voisin de 1.

En se basant sur la position moyenne d'équilibre (milieu

de la plage d'incertitude), dont les points figuratifs sont alignés avec un faible écart (fig. 3 ), on obtient une première loi approchée de la cote  $p'$  du centre de rigidité:

$$p'/2b = 0,45 \chi - 0,04 \quad (3)$$

La précision pour les enfoncements élevés peut être améliorée, en remarquant que l'expression (1) donnant K comporte le facteur  $(z - 2 p')$  en dénominateur. Comme la grandeur physique K est finie, pour la valeur de l'enfoncement  $\chi$  qui annule le dénominateur, l'expression:  $\frac{1-\epsilon}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_0^2} - \frac{1-\epsilon}{T_0'^2}$ , en

numérateur, doit également s'annuler.

On peut obtenir expérimentalement, avec une bonne précision la valeur de  $\chi$  pour laquelle cette expression, qui ne dépend que des périodes, s'annule, soit:  $\chi = 1,19$ .

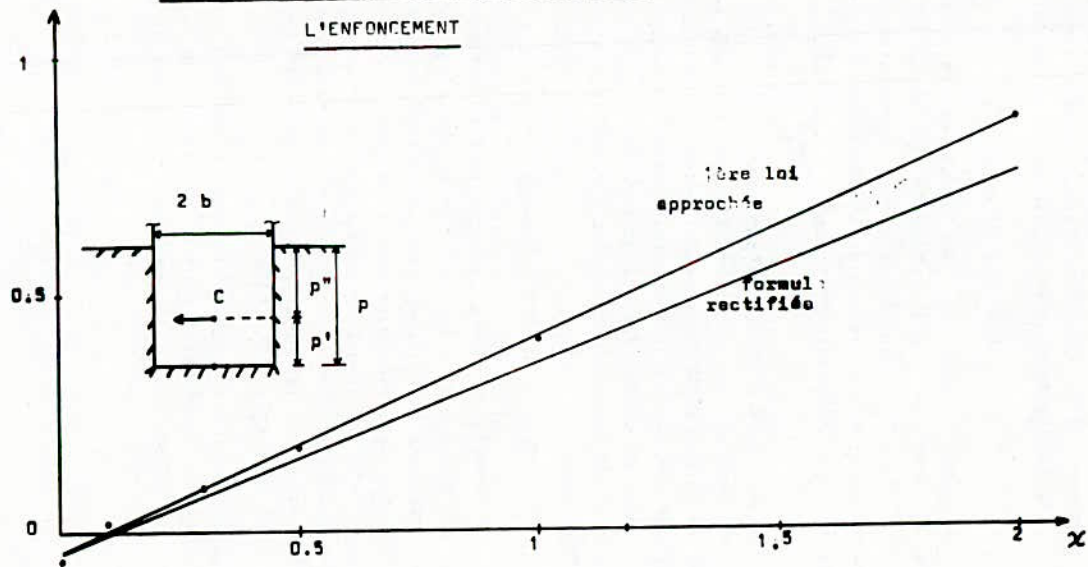
Le point de passage obligé ( $\chi = 1,19$   $p' = z/2 = 3\text{cm}$ ) du graphe  $p'(\chi)$  permet de rectifier le coefficient angulaire de la formule de  $p'$ , soit:

$$p'/2b = 0,39 \chi - 0,04 \quad (4) \quad (\text{fig. 3})$$

On remarque que pour les très faibles enfoncements  $p'$  est négatif, c'est à dire que, pour un modèle réel, le ressort horizontal est situé au dessous de la surface du sol. Ce résultat est en conformité avec les recherches concernant les "matrices d'impédance" qui indiquent que, pour les fondations superficielles soumises à une force horizontale dans leur plan, la matrice comporte une composante de rotation faible, mais non nulle ( voir ref. [4] et [5] ).

Calcul des rigidités:  $p'$  étant défini par la formule précédente, les expressions (1) et (2) donnent à un coefficient près la valeur des rigidités K et  $K_c$  pour les différents

Fig. 3 GRAPHE DE  $p'/2b$  EN FONCTION DE  
L'ENFONCEMENT





enfoncements essayés. Les valeurs des périodes variables  $T_1$  et  $T_2$  intervenant dans le calcul des rigidités sont données en fonction de l'enfoncement à la fig. 4. Les rigidités sont représentées fig. 5.

La loi de variation des rigidités en profondeur qui en résulte est donnée, avec un faible écart par rapport aux points expérimentaux par les formules:

$$\begin{aligned} K/K_0 &= 1 + 1,8 \chi & \textcircled{5} & \text{avec} \\ K_c/K_{c0} &= 1 + 2,4 \chi + 1,3 \chi^2 & \textcircled{6} & \chi < 1 \end{aligned}$$

Les rigidités  $K_0$  et  $K_{c0}$  désignent ici les rigidités de translation et de rotation des fondations superficielles de même longueur  $2b$  que les fondations profondes étudiées.

#### 6 - Conclusions:

Les formules approchées  $\textcircled{5}$ ,  $\textcircled{6}$  et  $\textcircled{4}$  donnent, à la précision d'un modèle de type bidimensionnel, couramment utilisé en mécanique des sols, la loi de variation des rigidités de translation et de basculement en fonction de l'enfoncement, ainsi que la position du ressort horizontal, et permettent ainsi le calcul dynamique complet des structures à fondations enterrées, sous sollicitation sismique horizontale par la méthode des "ressorts de sol" étendue à ce type d'ouvrages.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. D. BARKAN - "Dynamics of bases and foundations"  
Mc Graw Hill Book Co N.Y. U.S.A. 1962
- [2] M. I. GORBUNOV POSADOV - "Design of structures upon elastic foundations"  
Proc. 5th I.C.S.M.F.E. vol 1 (618-642) 1961

- [3] Z. DJILLALI BERKANE - "Influence du 2ème mode de vibration sur le comportement sismique des structures rigides sur sol meuble"  
Thèse de Magister - Ecole Nat. Polyt. Alger 1984
- [4] D. LEFEVRE - "Mesure des constantes rhéologiques du sol pour le calcul des fondations vibrantes"  
Thèse Dr Ing. E.C.P. Paris 1980
- [5] J. E. LUCC et R. A. WESTMANN - "Dynamic response of circular footings"  
A.S.C.E. Jour. Engng. Mech. Div. E.M.S. oct. 1971

Fig. 4 PERIODES DANS LES ESSAIS DE  
" ROTATION " ET DE " TRANSLATION "  
EN FONCTION DE L'ENFONCEMENT

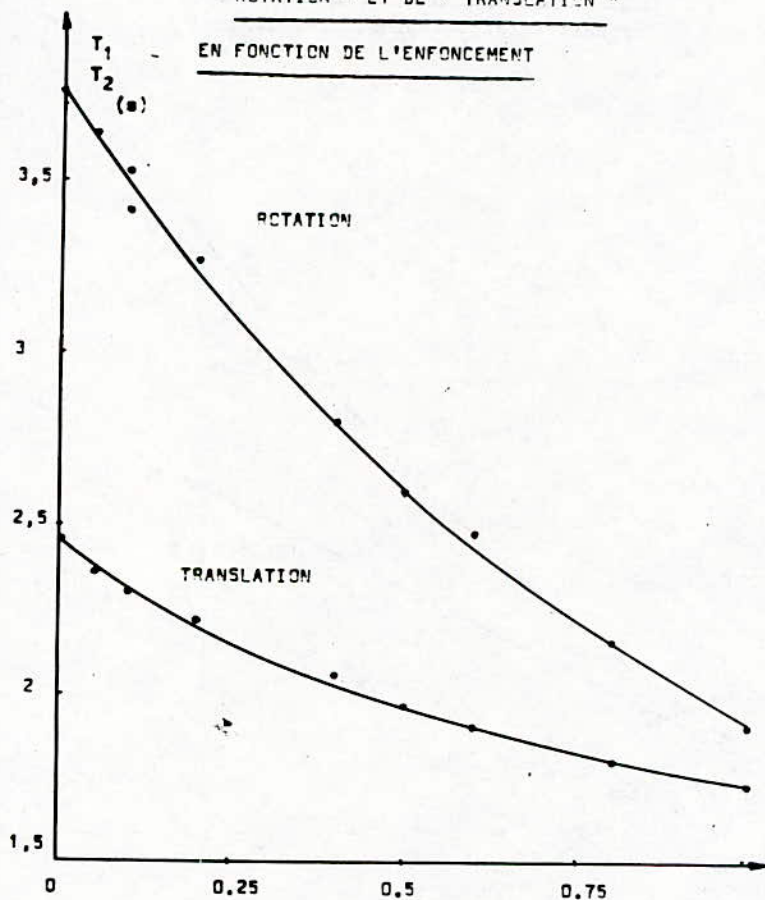
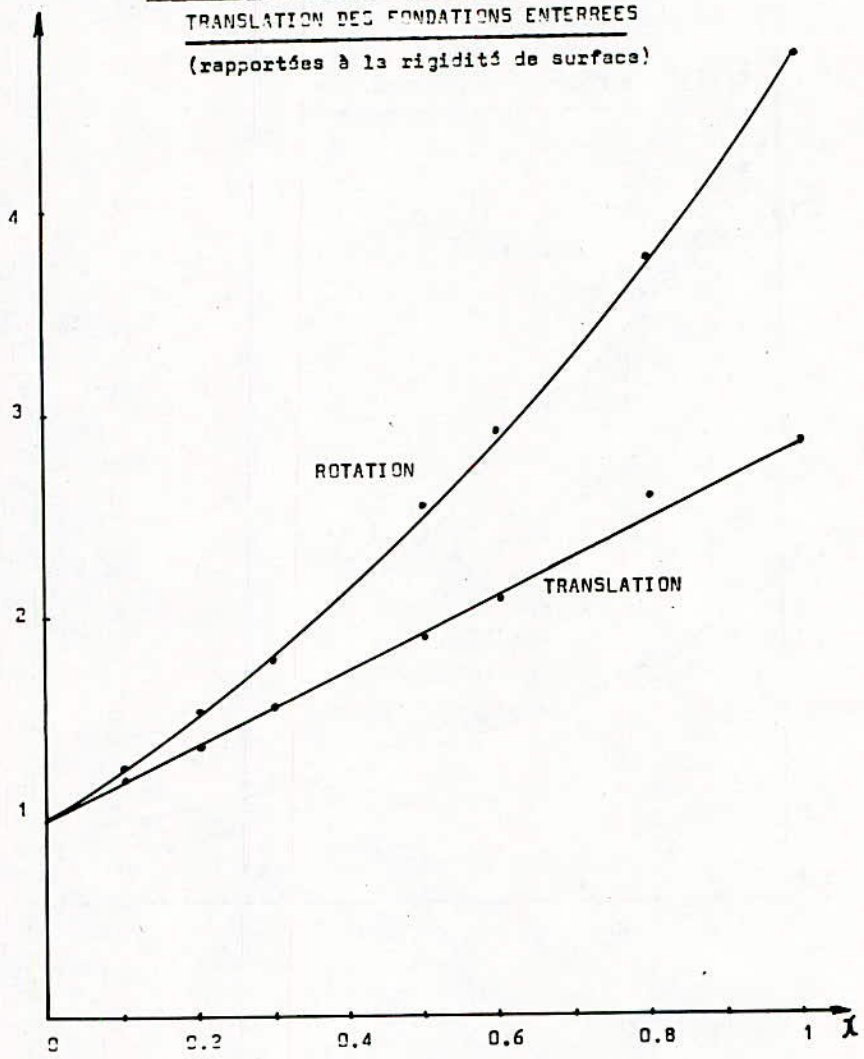


Fig. 5 RIGIDITES DE ROTATION ET DE  
TRANSLATION DES FONDATIONS ENTERREES  
(rapportées à la rigidité de surface)



MODELE MARKOV IEN D'INSOLATION APPLICABLE AU DIMENSIONNEMENT  
DES SYSTEMES PHOTOVOLTAIQUES

---

A. MAAFI, A. ADANE ET A. OUABDESSELAM.

Laboratoire d'Electronique Appliquée

Ecole Nationale Polytechnique,

10, Avenue Pasteur, Hassen Badi, Alger.

ملخص :

في هذا المقال نتطرق الى وصف الاشعاع الشمسي بواسطة نموذج يستعمل سلسلة ماركوف من الدرجة الاولى و ادرج حالتين للطقس : الطقس الجيد و الطقس الرديء. يمكن الحصول على هذا النموذج بعد تحليل معطيات الطاقة الشمسية لناحية الجزائر.

Abstract :

In this paper, we describe the solar radiation of ALGIERS using a first order Markov chain model with two states of climat : the good weather and the bad weather. We have found that a good model fitting is realised for a threshold value of insolation fraction equal to 0.43.

Résumé :

Dans cet article nous décrivons le rayonnement solaire d'ALGER à l'aide d'un modèle en chaîne de Markov du premier ordre à partir de deux états du climat : le beau temps et le mauvais temps. Nous avons trouvé qu'un bon ajustement du modèle aux données d'insolation d'ALGER est obtenu pour une valeur du seuil de fraction d'insolation égale à 0.43.



## INTRODUCTION :

En conversion photovoltaïque, il se pose un problème crucial : celui de dimensionner aussi correctement que possible les systèmes photovoltaïques. Cette question est liée à celle d'une bonne représentation mathématique du rayonnement solaire.

Dans cet esprit, nous avons mis au point un modèle Markovien du premier ordre à deux états à partir de données d'insolation mesurées au voisinage de l'Aéroport d'Alger par l'Office National de la Météorologie de 1972 à 1982. Autrement dit, cette modélisation a été effectuée en étudiant un système météorologique où la suite des journées a été assimilée à une chaîne de Markov à deux états : le beau temps et le mauvais temps. A cet effet, les fractions d'insolation (rapport entre l'insolation journalière mesurée  $SS$  et sa valeur potentielle  $SS_0$  au jour considéré) ont fait l'objet d'une analyse statistique approfondie et d'un traitement sur ordinateur.

Cette étude qui a été faite mois par mois, cumulés sur la période de 11 ans, a consisté à comparer ces fractions d'insolation à une valeur de référence, comprise entre 0 et 1, appelée seuil de fraction d'insolation  $S_g$ . Ceci permet de classer les données d'insolation en séquences de beau temps ou de mauvais temps selon que  $\frac{SS}{SS_0} \geq S_g$  ou  $\frac{SS}{SS_0} < S_g$  respectivement.

L'étude de la fréquence des séquences de climat ainsi obtenues en fonction de leur durée (exprimée en jours) et pour différentes valeurs de  $S_g$  permet d'atteindre la valeur optimale du seuil de fraction d'insolation : celle pour laquelle il ya un bon ajustement du modèle Markovien du premier ordre à deux états aux données d'insolation d'ALGER.

Dans cet article, nous exposons cette méthode d'ajustement et nous expliquons comment déterminer le seuil global annuel qui est un paramètre très important. En effet, il permet de déduire tous les paramètres du rayonnement solaire qui interviennent dans le dimensionnement des systèmes solaires à conversion photovoltaïque /1,2/.

## LE MODELE :

Soit B, l'état de beau temps et M, l'état de mauvais temps. Le schéma la figure 1 illustre toutes les transitions possibles entre ces deux états.

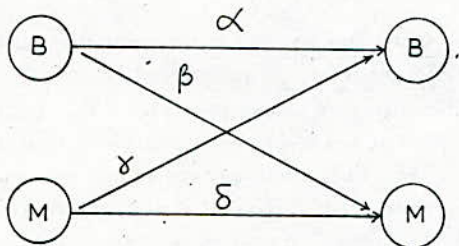


Figure n°1 : Transitions possibles entre les deux états B et M.

Ces transitions sont caractérisées par les quatre probabilités de passage suivantes :

$$\alpha = \Pr (X_{j+1} = 1 / X_j = 1) \quad (1)$$

$$\beta = \Pr (X_{j+1} = 1 / X_j = 0) \quad (2)$$

$$\gamma = \Pr (X_{j+1} = 0 / X_j = 1) \quad (3)$$

$$\delta = \Pr (X_{j+1} = 0 / X_j = 0) \quad (4)$$

où  $X_j$  est une variable aléatoire prenant la valeur 1 ou 0 selon que le jour  $j$  est beau ou mauvais.

L'ensemble des probabilités de transition  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  définit la matrice stochastique

$$P = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \quad (5)$$

Le modèle est complètement défini par la connaissance de cette matrice.

## AJUSTEMENT DU MODELE AUX DONNEES D'INSOLATION D'ALGER :

### 1- PRETRAITEMENT DES DONNEES D'INSOLATION :

Plutôt que d'étudier directement les données d'insolation journalière  $SS$ , nous avons considéré les fractions journalières d'insolation  $\frac{SS}{SS_0}$ . Ceci afin de les rendre indépendante des variations saisonnières.  $SS_0$  est l'insolation correspondant au fait qu'il a fait strictement beau temps au cours de la journée considérée, on a alors  $SS = SS_0$ . Dans le cas où il a fait strictement mauvais temps, il n'y a pas d'ensoleillement et on a  $SS = 0$ .  $SS_0$  apparaît donc comme une insolation potentielle. Dans la réalité, les valeurs de fraction d'insolation se situent toujours entre 0 et 1 quel que soit le jour considéré.

Par ailleurs, pour que l'évolution climatique soit peu marquée (données stationnaires) nous avons réuni les observations journalières en populations mensuelles. Le mois est en effet une échelle de temps assez courte pour que l'évolution climatique soit limitée, mais assez longue pour permettre la réunion en onze ans d'une population suffisante.

A la fin de cette opération de prétraitement les données sont prêtes à être utilisées pour la mise au point du modèle.

### 2- LE SEUIL :

La question qui se pose maintenant est quelle valeur de seuil  $S_g$  faut-il choisir pour ajuster le modèle Markovier, aux données d'insolation d'Alger.

Pour résoudre ce problème nous avons élaboré une méthode statistique qui permet d'obtenir l'optimum du seuil de fraction d'insolation.

Son principe est donné par l'organigramme de la figure n°2.

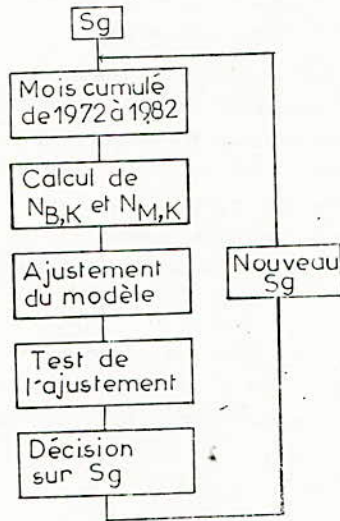


Figure n°2 : Organigramme donnant le principe de la méthode de recherche du seuil optimum.

Elle comporte les étapes suivantes :

- i) Calcul du nombre et de la durée des séquences de beau temps et de mauvais temps au sens d'un seuil :

Pour un mois donné, on étudie les fractions d'insolation cumulées de 1972 à 1982. On compare chaque fraction d'insolation du mois à une valeur  $S_g$  du seuil.

Dans le cas où  $\frac{SS}{SS_0}$  est supérieure ou égale à  $S_g$ ; on identifie la journée correspondante à une journée de beau temps. Dans le cas où  $\frac{SS}{SS_0}$  est inférieure à  $S_g$ , on dit que la journée considérée est une journée de mauvais temps.

Le rôle du seuil apparaît ici clairement, c'est un critère de choix entre l'état de beau temps et celui de mauvais temps.

On classe ensuite les séquences de beau temps en fonctions de leur durée (nombre de jours pour lesquels on a toujours  $\frac{SS}{SS_0} \geq S_g$  sans interruption). On procède de la même manière pour les séquences de mauvais temps (nombre de jours consécutifs ayant  $\frac{SS}{SS_0} < S_g$ ). Puis, on détermine le nombre de séquences pour chaque durée de  $K$  jours. On peut alors tracer les histogrammes du nombre de séquences possibles de beau temps  $N_{B,K}$  et de mauvais temps  $N_{M,K}$  en fonction du nombre de jours  $K$ , pour une valeur de seuil donnée.

ii) Ajustement du modèle aux données d'insolation :

D'après le modèle Markovien défini au paragraphe 2, la probabilité pour qu'une séquence de beau temps commençant par l'état B durée  $K$  jours, peut s'écrire :

$$\text{Pr}_B(K) = G_1 e^{-F_1 K} \quad (6)$$

avec  $G_1 = \beta e^{-\text{Ln } \alpha}$  et  $F_1 = -\text{Ln } \alpha$

De même, la probabilité pour qu'une séquence de mauvais temps débutant par l'état M dure  $K$  jours, aura pour expression :

$$\text{Pr}_M(K) = G_2 e^{-F_2 K} \quad (7)$$

avec  $G_2 = \gamma e^{-\text{Ln } \delta}$  et  $F_2 = -\text{Ln } \delta$

Nous pouvons ajuster les nuages de points définis par les couples  $(K, N_{B,K})$  et  $(K, N_{M,K})$  au moyen des exponentielles du type (6) et (7) respectivement.

A cet effet, nous avons utilisé la méthode des moindres carrés en considérant que les erreurs  $e_K = Y_{K,\text{exp}} - Y_{K,\text{théo}}$  sont variables ( $Y_{K,\text{exp}}$  et  $Y_{K,\text{théo}}$  représentent respectivement les données expérimentales et les valeurs théoriques résultant du modèle). En outre, elles ont des dispersions différentes suivant la valeur de la variable de liaison et elles sont caractérisées par des écarts-types  $\sigma_K$ .



iii) Test de l'ajustement :

Celui-ci consiste à calculer la quantité

$$Q = \sum_K \left( \frac{e_K}{\sigma_K} \right)^2 \quad (8)$$

Celle-ci suit une loi du  $\chi^2$  du type  $\chi^2_{n-l-1}$  (où  $n$  est le nombre d'observations et  $l$  le nombre de degré de liaisons /3/. L'application du test du  $\chi^2$  permet de tester la qualité de l'ajustement et de retenir le seuil correspondant ou de le rejeter.

#### 4. LES RESULTATS :

##### 4.1. Détermination du seuil global annuel :

L'application de la méthode décrite au paragraphe 3-2 permet de déterminer un seuil pour le beau temps et un autre pour le mauvais temps. Pour obtenir un seuil global il faut effectuer un test du  $\chi^2$  global sur

$$Q = Q_B + Q_M \quad (9)$$

où  $Q_B$  est l'erreur résultant de l'ajustement dans le cas du beau temps et  $Q_M$  celle correspondant à l'ajustement dans le cas du mauvais temps.

Nous obtenons alors des valeurs mensuelles du seuil dont l'évolution au cours de l'année est représentée par la figure 3.

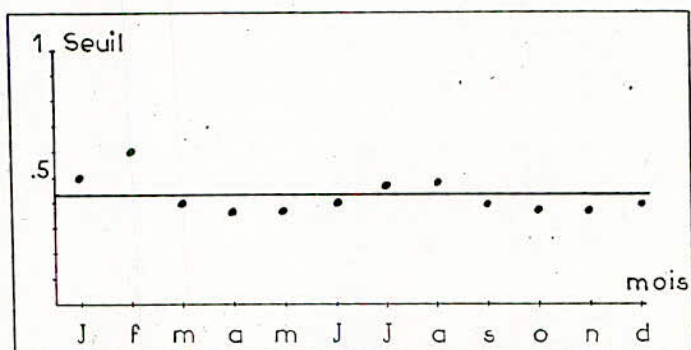


Figure n° 3: Evolution du seuil au cours de l'année

On constate que le seuil oscille autour d'une valeur moyenne qui le seuil global annuel. Ce dernier vaut

$$\bar{S}_{g_0} = 0.43$$

#### 4.2 - Détermination des paramètres du modèle :

Soient  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$ ,  $\gamma^*$  et  $\delta^*$ , les valeurs respectives de l'estimation des probabilités de transition  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  par maximum de vraisemblance.

La matrice de transition estimée s'écrit :

$$P^* = \begin{pmatrix} \frac{p}{p+q} & \frac{q}{p+q} \\ \frac{r}{r+s} & \frac{s}{r+s} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$p$ ,  $q$ ,  $r$  et  $s$  sont respectivement les nombres de transitions observées du type  $B \rightarrow B, B \rightarrow M, M \rightarrow B$  et  $M \rightarrow M$ .

Les incertitudes sur ces estimations sont données par les écarts quadratiques sur  $\alpha$  et  $\delta$ . Soient :

$$\sigma_{\alpha^*}^2 = \sigma_{\beta^*}^2 = \frac{(p+1)(q+1)}{(p+q+2)^2(p+q+3)} \quad (11)$$

$$\sigma_{\delta^*}^2 = \sigma_{\gamma^*}^2 = \frac{(r+1)(s+1)}{(r+s+2)^2(r+s+3)} \quad (12)$$

Le calcul des paramètres du modèle a été effectué par ordinateur. Le programme qui a été ainsi élaboré permet de calculer pour chaque mois de l'année cumulé sur la période étudiée, les valeurs de  $p, q, r$  et  $s$  observées, celles de  $\alpha^*$  et  $\delta^*$  que l'on déduit par maximum de vraisemblance à partir de la relation (10) et les erreurs sur  $\alpha^*$  et  $\delta^*$  déduites des expressions (11) et (12). Le programme donne aussi les valeurs de  $\bar{\alpha}$  et  $\bar{\delta}$  qui sont les valeurs moyennes pondérées de  $\alpha$  et  $\delta$  pour chacun des douze mois de l'année. D'autre part, le programme détermine le coefficient de corrélation :

$$C_1 = (\alpha - \gamma) \quad (13)$$

Il donne également la probabilité d'avoir du beau temps et celle d'avoir du mauvais temps prédits par le modèle. A cet effet, les expressions suivantes ont été utilisées pour calculer ces probabilités :

$$\text{Pr} (X_j = 1) = \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \quad (14)$$

et:

$$\text{Pr} (X_j = 0) = \frac{\beta}{\beta + \gamma} \quad (15)$$

Afin de comparer les prévisions du modèle à ce qu'on observe réellement, nous avons conçu le programme de façon à calculer les fréquences de beau temps et de mauvais temps directement déduites des données d'insolation.

Nous avons porté sur la figure 4 les variations au cours de l'année des valeurs moyennes pondérées des probabilités de transition  $\alpha$  et  $\delta$ ; ainsi que les erreurs probables sous forme de batonnets. Sur la figure 5 nous avons porté les variations au cours de l'année du coefficient de corrélation  $C_1$  ainsi que les erreurs probables sous forme de batonnets.

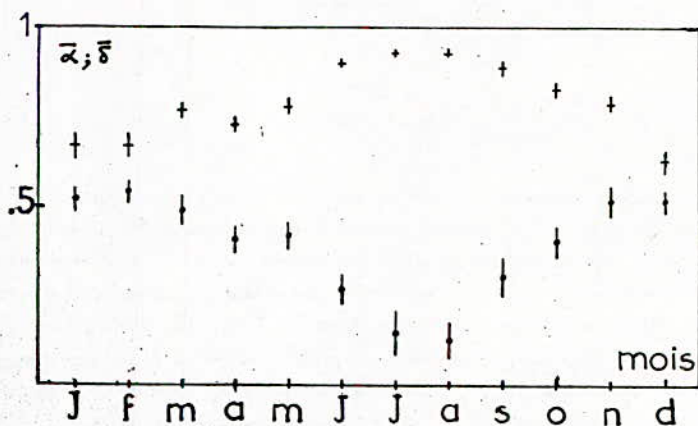


Figure n° 4 : Variations au cours de l'année des moyennes pondérées des probabilités de transition  $\alpha(-)$  et  $\delta(.)$ .

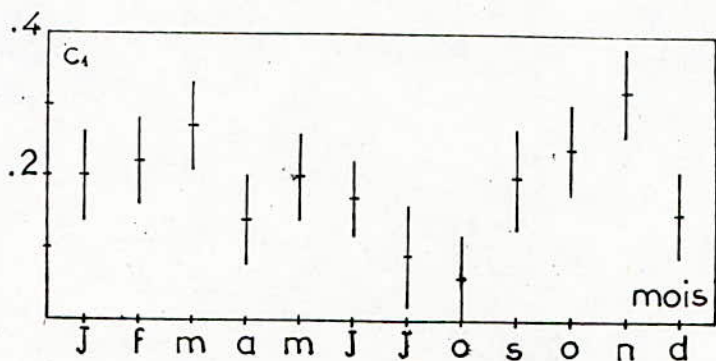


Figure n° 5 : Variation au cours de l'année du coefficient de corrélation  $C_1$ .



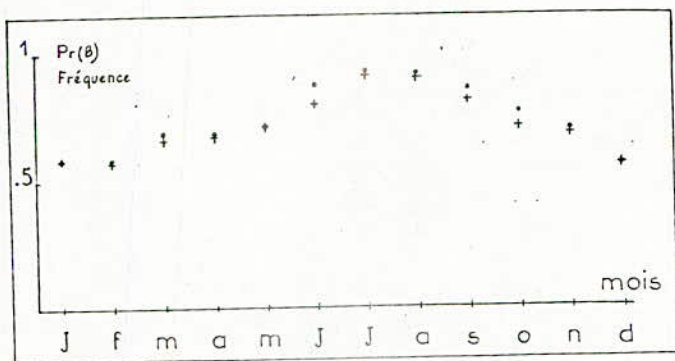


Figure n° 6 : Probabilité de beau temps prédit par le modèle (.) et comparaison avec la fréquence de beau temps observé (+).

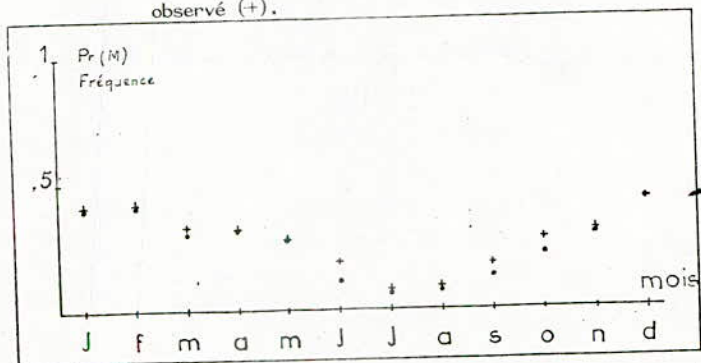


Figure n° 7 : Probabilité de mauvais temps prédit par le modèle (.) et comparaison avec la fréquence de mauvais temps observé (+).

Les figures 6 et 7 comparent la probabilité d'avoir du beau temps et celle d'avoir du mauvais temps prédits par le modèle aux fréquences de beau temps et de mauvais temps observées. On trouve qu'il y a un bon accord entre le modèle et l'observation pour chacun des douze mois de l'année.

#### CONCLUSION :

Nous avons montré que le rayonnement solaire de la région d'Alger peut être décrit par un modèle stochastique en chaîne de Markov du premier ordre à deux états : le beau temps et le mauvais temps.

Nos résultats confirment le caractère stochastique du rayonnement solaire. Notons que cette hypothèse a été vérifiée par B.J. BRINKWORTH en Grande Bretagne /4/, AMATO et al en Italie /5/ et R. LESTIENNE en France /6/.

Au cours du traitement des données d'insolation d'Alger, nous avons étudié le seuil de fraction d'insolation afin de déterminer les deux états du système météorologique. La valeur optimum du seuil global que nous avons obtenue est  $S_{g0} = 0.43$  en moyenne annuelle. Avec une telle valeur, le modèle reproduit bien l'évolution climatique au cours de l'année dans le site d'Alger.

Notons que les différentes études de modélisation du rayonnement solaire ont toujours fixé la valeur du seuil de façon empirique /6,7/. Par contre, l'intérêt de notre méthode réside dans la détermination du seuil à partir d'une analyse statistique des données d'insolation.

Si on voulait appliquer ce modèle au dimensionnement des systèmes solaires à conversion photovoltaïque, il faudrait que celui-ci puisse donner des informations sur les grandeurs énergétiques.

En étudiant la corrélation qui existe entre les données d'insolation et celles de l'irradiation solaire globale, on peut voir que celle-ci est voisine de l'unité. Ce qui nous autorise à traduire nos résultats sous forme de paramètres énergétiques et à en déduire deux grandeurs essentielles qui interviennent dans le dimensionnement des systèmes solaires à conversion photovoltaïque : la moyenne annuelle du flux global de rayonnement solaire et la durée moyenne de jours de mauvais temps /1,2/.

- R E F E R E N C E -  
-----

1. A. MAAFI, A. ADANE et A. OUABDESSELAM  
Traitement stochastique des données d'ensoleillement d'Alger  
en vue de l'optimisation des systèmes photovoltaïques.  
Proc. Conference and Workshop on the Physics of Non Conventional Energy  
Sources and Material Sciences for Energy, TRIESTE (1985).
2. A. MAAFI  
Traitement stochastique de données d'ensoleillement en vue de l'op-  
timisation des systèmes photovoltaïques.  
Thèse de Magister soutenue le 27 Avril 1986 à l'E.N.P.
3. G. SAPORTA  
Théories et méthodes de la statistique.  
Ed. Technip, 278, PARIS (1978).
4. B.J. BRINKWORTH  
Autocorrelation and stochastic modelling of insolation sequences.  
Solar Energy, 19, 343, (1977).
5. A. AMATO et al  
Stochastic modelling of solar radiation data.  
Il Nuovo Cimento, 8C, 248, (1985).
6. R. LESTIENNE  
Modèle Markovien simplifié de météorologie à deux états.  
L'exemple d'Odeillo.  
La météorologie, 12, 53, (1978).
7. M.J. MEJON et al  
Simulation de l'énergie solaire directe au pas de temps de la minute.  
L'exemple de Saint Chamas (Marseille).  
Rev. Phys. Appl., 15, 113, (1980).

VARIATEURS DE VITESSE A MOTEUR ASYNCHRONE  
LEURS SIMULATIONS ET SYNTHESE SUR LEURS PERFORMANCES

M.O. MAHMOUDI & K. MOUMEN

Laboratoire de Machines - Département de Génie-Electrique  
Ecole Nationale Polytechnique  
10, Avenue Hassen-Badi El-Harrach ALGER.

ملخص

في هذا النص نقدم تحليلا لملخص كفاءات القيادة و التحكم في السرعة لمحرك لا  
تواتي و هي  
التحكم بتدفق ثابت،  
التحكم عن طريق اختفاء جزء من الاستطاعة الكهربائية الخاصة بالدوار  
التحكم عن استرجاع هذه الاستطاعة

نظرا لكون الميزات و كلفة التجهيزات تختلف من كيفية قيادة لآخري و نظارا لسعة  
مجال الاستعمالات الممكنة فاننا سنقوم باحداد حوصلة من شأنها تساعد على تعيين  
التركيب الملائم.

ABSTRACT:

In this paper, we analyse the following different modes of drive and regulation:

- Control at bixed blux
- Control by the partial dissipation of the rotor power,
- Control by the recovery of the some power.

Viewed from the performances and the cost of the installations w  
which differe with the type of control, and viewed from the great  
possibilities of use, we have established a synthesis which permit  
to have the most appropriate control.

**RESUME:**

Dans ce rapport, nous analysons les différents modes de pilotage et de régulation suivants:

- Commande à flux constant,
- Commande par dissipation d'une partie de la puissance rotorique,
- Commande par récupération de cette puissance.

Vu que les performances et les coûts des installations diffèrent d'un principe de commande à un autre, et vue la grande plage des utilisations possibles, nous établissons une synthèse permettant de définir le montage le plus approprié.



## Introduction:

La robustesse de la machine asynchrone, sa fabrication peu onéreuse et son entretien réduit en font un moteur susceptible de remplacer le moteur à courant continu si certains problèmes relatifs à la commande sont complètement résolus.

Des études sur des groupes à vitesse variable par moteurs asynchrones sont menées en vue de dégager les solutions les plus compétitives, d'une part, et de faire le point de l'état du développement industriel de cette nouvelle génération d'entraînements, d'autre part [9], [11], [14] et [17].

Notre travail s'incère dans ce but et fait suite aux études relatives aux spécificités des variantes en fonction de l'utilisation prévue [8] et [22].

Après avoir analysé les performances réalisées par ces entraînements et souligné l'existence d'une grande diversité de solutions en la matière, une synthèse globale permettant la localisation technique a été dégagée.

Il n'est certes pas facile de présenter un sujet aussi diversifié que celui des entraînements par moteurs à courant alternatif. En effet, il existe de nombreuses combinaisons possibles, entre...

- d'une part, les types de machines et leurs sources d'alimentation, ... et
- d'autre part, les structures d'entraînements [8], [21] et [22].

## 1 Etude de l'Association M.A. - Onduleur

### 1.1 Présentation du Modèle de la Machine

Pour l'analyse des systèmes complexes (démarrage, autopilotage, ...), nous choisissons un modèle défini à partir des hypothèses simplificatrices suivantes:

- la machine est symétrique et non saturée, à entrefer constant;
- Les harmoniques de denture sont négligeables.

Dans un système lié au stator, d'axes " $\alpha$ ,  $\beta$ ", le modèle s'exprime par:

$$\left. \begin{aligned} \dot{[i]} &= ([A] + [B]_n) \cdot [i] + [C][u] \\ \dot{n} &= a_1 \begin{pmatrix} i_\beta^s & i_\alpha^r \\ i_\alpha^s & i_\beta^r \end{pmatrix} - a_2 n \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

avec

$$\begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} i_s^s & i_s^r & i_r^s & i_r^r \end{bmatrix} ; \quad [U] = t \begin{bmatrix} u_s^s & u_s^r & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = C_n \cdot x_{mp} / J \cdot \omega_n^2 ; \quad a_2 = \frac{f + k}{J \cdot \omega_n}$$

[A] ; [B] et [C] étant des matrices d'identification de la machine.

### 1.2 Effets des Harmoniques:

L'alimentation de la machine asynchrone par une tension non sinusoïdale engendre diverses dispersions par rapport aux performances classiques [2], [3], [4] et [7].

En effet, la décomposition en série de Fourier de la tension délivrée par l'onduleur (photo 1) mène à l'expression suivante:

$$U_{AB} = \frac{-2\sqrt{3}}{\pi} \cdot E \left( \sum_{k=1}^{\infty} \frac{-1}{6k+1} \sin[(6k+1)\omega t] + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{6k-1} \sin[(6k-1)\omega t] \right)$$

Les harmoniques non nulles de tension sont d'ordre  $(6k \pm 1)^\circ$ . Elles impliquent les mêmes harmoniques de flux qui se superposent aux flux nominal, et conduisent à une certaine saturation de la machine. Le courant statorique contient aussi des harmoniques de mêmes ordres qui se traduisent par des harmoniques de couple et causent des échauffements supplémentaires [3] et [7]. Ces harmoniques peuvent aussi donner lieu à des harmoniques de vitesse, mais ces dernières sont atténuées par effet d'inertie.

### 1.3 Simulation Numérique du Montage en Régime Libre

Nous utilisons l'algorithme de Runge-Kutta du 4<sup>o</sup> ordre pour intégrer le système d'équations (1.1) avec des conditions initiales nulles.

Le référentiel choisi, permet d'utiliser ces équations pour n'importe quelle onde de tension et particulièrement celle délivrée par l'onduleur.

I

L'examen des résultats obtenus montre que (fig.1.2):

- Les effets des harmoniques sur la vitesse sont négligeables (0.1 %).

- Le couple oscille autour de sa valeur moyenne (valeur qui correspond au couple développé pour une alimentation sinusoïdale). L'ondulation n'est que de 6%.

- Les harmoniques de courant dont la contribution au régime permanent est négligeable, augmentent légèrement les pertes Joule, et le rendement est quelque peu diminué.

## 2. Variateurs de Vitesse à M.A

En considérant le glissement  $g$ , l'expression de la vitesse s'écrit:

$$\Omega = (1 - g) \frac{2\pi f_s}{p} \quad (11.1)$$

Le contrôle de la vitesse peut se faire à priori par variation de la fréquence statorique  $f_s$  ou du glissement  $g$ .

Les nombreuses variantes de réglage de vitesse qui en découlent conduisent inévitablement à faire un choix sur des bases techniques exigées par le cahier de charges.

Le choix ne peut être correct que si les performances statiques et dynamiques réalisées par ces variateurs sont soigneusement analysées.

### 2.1 Commande par contrôle de la fréquence

La commande du moteur par la seule fréquence de son alimentation, posait l'inconvénient de la saturation magnétique, et par voie de conséquence, celui du mauvais rendement [1], [3] et [5].

Nous devons donc chercher un fonctionnement qui améliore les performances citées. Un tel fonctionnement s'obtient par le maintien du flux statorique constant [5], [10] et [14].

#### 2.1.1 Stratégie de Commande à Flux Constant:

Nous choisissons un système de coordonnées lié au champ tournant d'axes "d'q".

##### a) Régime Permanent:

La tension d'alimentation a pour expression [1]:

$$V_s \approx \Phi_s \cdot \left( f_s + \frac{r_1}{x_1} \right) \cdot \frac{x_2}{r_2} \cdot f_r \quad (11.2)$$

Nous constatons que la tension est essentiellement fonction de la fréquence  $f_s$  et que la fréquence rotorique  $f_r$  a une certaine influence, surtout aux basses vitesses ( $f_r$  élevée). Ainsi, nous retrouvons le fonctionnement à  $V_s/f_s = \text{constante}$ , avec corrections [9].

#### - b) Régimes Transitoires

Un programme de simulation de la machine commandée par la loi (11.2) a été établi afin d'examiner l'évolution des grandeurs de sortie du moteur au démarrage.

Les résultats obtenus (fig. 11.1) montrent que :

- les oscillations en amplitude du flux sont importantes,
- la vitesse présente aussi des oscillations, malgré l'inertie de la machine,
- les temps de réponse sont importants.

#### c) Conclusions:

La loi "tension/fréquence" déduite du régime permanent ne maintient pas le flux statorique constant pour des régimes transitoires tel que le démarrage. Cette loi reste valable pour des fonctionnements autour de points donnés.

Pour maintenir ce flux égal à une valeur constante, nous devons réguler le flux instantané.

#### 2.1.2 Régulation du Flux Statorique

Un dispositif de régulation du flux d'une machine asynchrone fonctionnant à flux régulé à sa valeur de consigne a été élaboré.

Ce dispositif réalise les performances suivantes :

- Le flux, restitué par un estimateur, est gardé constant, égal à une valeur de consigne.
- Le couple électromagnétique est commandé par la fréquence rotorique  $f_r$ .

La restitution du flux s'obtient à partir des grandeurs électriques de la machine. En effet,



Si l'on considère le repère lié au champ tournant tel que :

$$\begin{aligned}\phi_d^s &= \phi_s \\ \phi_q^s &= 0\end{aligned}$$

alors l'estimation s'obtient à partir des équations électriques suivantes (qui portent sur le flux) :

$$\frac{d}{dt} i_d^s = \frac{r_2}{\sigma x_1 x_2} \phi_d^s + \frac{r_1}{x_1 \sigma} \frac{d}{dt} \phi_d^s - \frac{r_2}{x_2 \sigma} i_d^s + f_r i_d^s \quad (11.3)$$

$$\frac{d}{dt} i_q^s = -\frac{f_r}{x_1 \sigma} \phi_d^s - \frac{r_2}{x_2 \sigma} i_q^s - f_r i_d^s$$

$$\phi_d^s = (u_d^s - r_1 i_q^s) / f_s$$

$$\gamma_e = \phi_d^s i_q^s$$

Dans le but d'examiner les performances dynamiques de cet estimateur, un programme de simulation a été élaboré dont les résultats sont présentés à la figure (fig.11.2).

Ces résultats nous permettent de tirer les conclusions suivantes :

- la régulation du flux permet de maintenir le couple électromagnétique constant,
- La variation du flux est inférieure à 6% (ceci permet d'avoir un fonctionnement du système avec une grande stabilité mécanique) et la constante de temps de cette variation est faible,
- La commande à flux régulé assure une protection contre les surcouples et, par la même, une sécurité pour l'alimentation de puissance de la machine.

### 2.1.3 Régulation de Vitesse

Nous introduisons un correcteur de type P.I pour régler la vitesse.

Nous avons présenté à la figure (fig.11.3) les réponses du circuit de réglage pour une consigne de vitesse de  $0.3 \Omega_n$ , puis de  $0.6 \Omega_n$ .

De ces résultats, les conclusions suivantes se dégagent :



- la fiabilité de l'estimateur est vérifiée et sa dynamique justifiée,
- le couple ne présente aucun dépassement,
- les temps de réponse sont suffisamment courts.

### 3 Commande par Variation du Glissement:

Deux méthodes conduisent à ce principe:

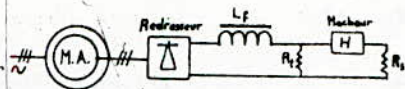
- par dissipation de l'énergie rotorique;
- par récupération de l'énergie rotorique.

#### 3.1 Commande par Dissipation de l'Énergie Rotorique

La stratégie de commande consiste à faire varier électroniquement la résistance insérée dans le circuit rotorique. Cette opération entraîne la variation du glissement.

##### 3.1.1 Etude de la Stratégie

La figure ci-contre représente le schéma de principe d'un montage permettant de faire varier la vitesse au moyen d'une résistance "pulsée" par un contacteur statique.



La valeur moyenne de la résistance vue par le pont est:

$$R_f(\alpha) = \frac{R_t}{1 + \frac{R_t}{\alpha \cdot R_s}} \quad (III.1)$$

et l'expression de la puissance développée par le moteur est:

$$P_m = \frac{E_c \cdot I_c}{g} - (2R'_s + \frac{X_c}{g}) I_c^2 \quad (III.2)$$

L'examen des performances réalisées par ce type d'entraînement (fig.III.1) montre que la variation de la vitesse du moteur par la variation du rapport cyclique du hacheur.

Cependant le fait d'insérer des résistances au rotor, entraîne une augmentation des pertes joules et par la même, une diminution du rendement. Un banc d'essai a été réalisé dans le laboratoire de Machines Electriques du Département de Génie-Electrique.

### 3.1.2 La Régulation

L'étude de la boucle ouverte a montré que le moteur est soumis à des contraintes prohibitives (pointes de courant, dépassements importants, etc...).

L'adjonction des boucles de régulation de courant et de vitesse permet de ramener ces contraintes à leurs limites admissibles.

L'examen des performances réalisées en boucle fermée montre que (fig. III.2):

- la variation du courant présente un dépassement de 11% uniquement,
- la compensation des constantes de temps dominantes du système permet d'avoir des réponses en vitesse de type apériodique (dépassement supprimé).

### 3.1.3 Conclusions:

D'une façon générale, les performances statiques, obtenues par ce type d'entraînement, sont plutôt mauvaises. Cela résulte du principe même de la commande: on varie la vitesse en agissant sur les pertes rotoriques. Le rendement en est alors affecté.

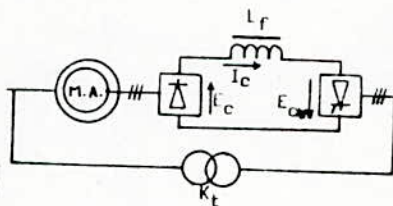
Néanmoins, pour les faibles puissances, une telle commande peut remplacer avantageusement (coût à l'achat et la maintenance) les entraînements avec variateurs de vitesse à moteur à courant continu; d'où les nombreuses applications industrielles possibles [17].

## 3.2 Commande par Récupération de l'Énergie Rotorique

Un autre procédé qui permet de faire varier le glissement: ... celui du renvoi de la puissance du glissement au réseau d'alimentation de la machine.

### 3.2.1 Description Générale

La récupération de la puissance s'effectue, d'une manière statique grâce au montage appelé "cascade hyposynchrone" de la figure ci-contre:

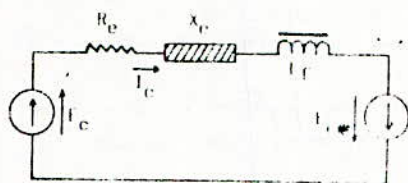


Le glissement  $g$  est réglé par action sur l'angle d'allumage des thyristors. Le fonctionnement en onduleur limite l'angle de commande  $\Psi$  à une plage variant entre  $\pi/2$  et  $(\pi - \beta)$ , où  $\beta$  est l'angle de garde, égal à  $\pi/6$  (norme industrielle).

a/ Shéma Electrique Equivalent

Désignons par  $R_r$  et  $X_r$ :

Le shéma électrique équivalent ramené en aval des ponts redresseurs est:



$$E_c = -\frac{3\sqrt{6}}{\pi} g a V_s \text{ avec:}$$

$$E_{c\Psi} = -\frac{3\sqrt{6}}{\pi} K_t V_s \cos(\Psi)$$

$$R_e = R_r + 2R_{tr}$$

$$X_e = X_r + \frac{3}{\pi} X_{tr}$$

b/ Couple Electromagnétique

Du fait de la connaissance de la puissance moyenne développée par les f.e.m. secondaires, la puissance disponible à la sortie du pont est la somme de la puissance dissipée par effet Joule dans les enroulements rotoriques et de la puissance fournie par le pont à diodes [17].

D'où, le couple développé par la machine:

$$C_m \approx \frac{P_m}{\Omega_s} = \frac{E_c I_c + 2r_2 I_c^2}{g, \Omega_s} \quad (111.3)$$

La figure (fig.11.1.a) donne les variations du couple en fonction du glissement pour diverses valeurs de  $\Psi$ .

A couple résistant constant, la modification de  $g$  s'obtient en agissant sur l'angle d'allumage  $\Psi$  des thyristors.

#### c/ Facteur de Puissance

La décomposition harmonique de l'intensité des courants primaires du transformateur montre que cette grandeur est déphasée d'un angle  $\Psi$  par rapport à la tension simple de l'alimentation.

La puissance réactive est:

$$Q_t = -\frac{3\sqrt{6}}{\pi} K_t V_s I_c \sin(\Psi) \quad (III.4)$$

Le facteur de puissance du système devient:

$$F_p = \frac{P_a}{[P_a^2 + (Q_M + Q_t)^2]}^{1/2} \quad (III.4)$$

où  $P_a$ ,  $Q_M$  sont respectivement la puissance absorbée et la puissance réactive.

Le facteur de puissance est affecté surtout pour des glissements élevés. Il convient de limiter la plage de fonctionnement de la cascade.

#### 4/ Synthèse

A partir de l'analyse des principaux entraînements à moteur asynchrone, nous pouvons établir une classification faisant intervenir les paramètres puissance, vitesse et environnement de travail.

Ainsi quand il s'agit d'assez faibles puissances, vue la simplicité du montage, le principe de commande par dissipation de l'énergie rotorique peut trouver une bonne application.

Quand il s'agit d'environnement corrosif ou explosif, il faut éviter les machines à contacts mécaniques glissants (machines à bagues). Donc la machine à cage et la commande par les grandeurs statoriques tension/fréquence représentent la solution. Cette dernière s'oriente vers la régulation du flux. L'onduleur doit être autonome. Quand il s'agit de rapidité ( $> 10\ 000$ tr/mn), le convertisseur doit être à base de transistors. On peut indifféremment utiliser la commande par grandeurs statoriques ou la cascade hyposynchrone.



Pour les fortes puissances, la cascade hyposynchrone présente une solution économique: assez bon rendement et onduleur non autonome.

## 5 Conclusions

Nous devons considéré les harmoniques contenus dans l'onde délivrée par les convertisseurs statiques et examiné leurs effets sur la machine asynchrone. Leurs conséquences ramenées à de justes proportions, ...

... nous avons alors entamé l'étude de différentes commandes où interviennent l'électronique de puissance et l'automatique.

C'est ainsi que nous avons analysé:

- la commande à flux statorique constant
- la commande par dissipation d'une partie de l'énergie électrique rotorique,
- la commande par récupération de cette puissance.

Ces études, menées essentiellement par simulation numérique, nous ont permis l'obtention d'une appréciable quantité d'informations sur le comportement de la machine de part ses courants, son couple et sa vitesse et du rendement des processus globaux.

Une implantation de commande (dissipation d'une partie de l'énergie électrique rotorique) a été réalisée dans notre laboratoire dans le cadre de nos travaux et exploitée.

Des essais expérimentaux ont été effectués sur d'autres commandes, lors d'un stage.

Les relevés expérimentaux, relatifs aux une et aux autres, confirment ceux obtenus par simulation.

Des différents résultats obtenus, il ressort que:

- pour le domaine des petites puissances, de part les avantages spécifiques que présente chaque commande, toutes les solutions sont compétitives. Le choix peut être cerné à partir du cahier de charges.
- par contre, l'évaluation de la puissance amène à une localisation de plus en plus précise, des diverses solutions, et ce pour des raisons autant techniques qu'économiques.



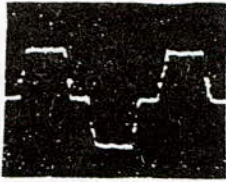


Photo 1

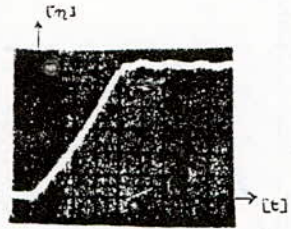
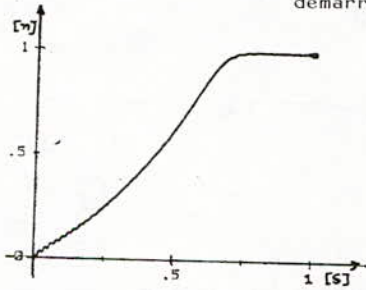


Photo 2  
(250 tr/s/div; 0,15s/div)

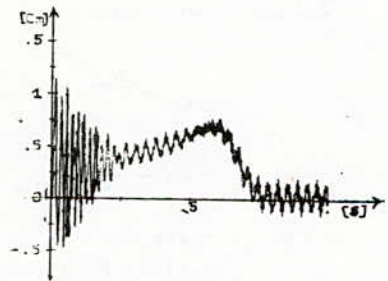
Fig.1.1: Vérification du modèle.

Photo 1: onde de tension entre phases

Photo 2: Variation de la vitesse au démarrage du moteur.

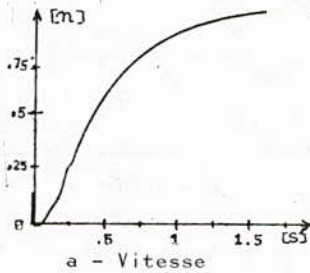


a - Vitesse

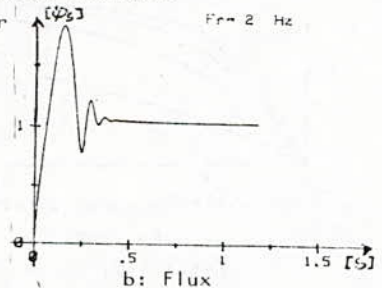


b - Couple

Fig. 1.2: Démarrage du moteur alimenté par un onduleur



a - Vitesse



b: Flux

Fig. 11.1: Démarrage du moteur commandé

par la loi  $V_s(f_s, f_r)$  pour  $f_r = 2$  Hz

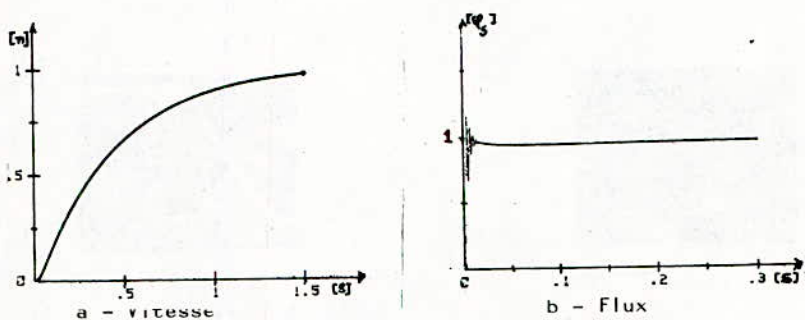


Fig.11.2: Démarrage du moteur à flux régulé

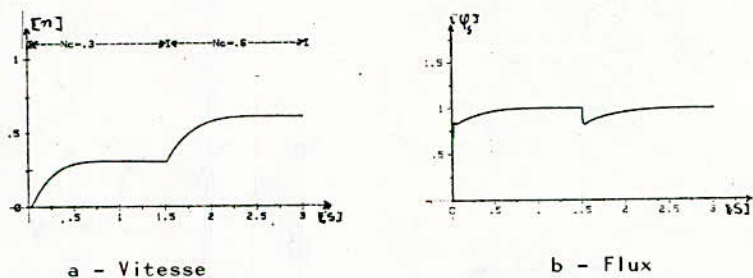


Fig.11.3: Régulation de vitesse à flux régulé

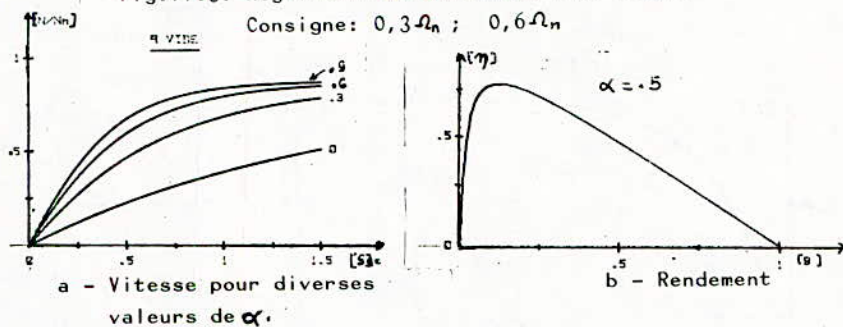
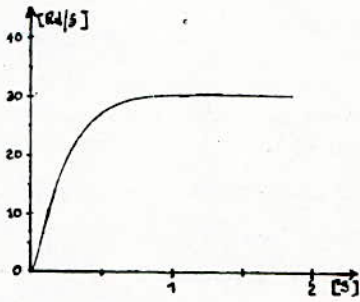
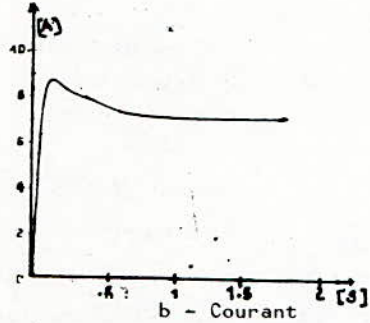


Fig.111.2: Commande par dissipation de la puissance au rotor.

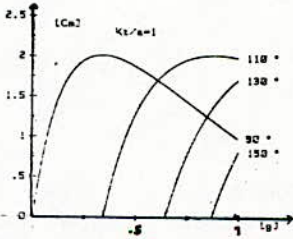


a - Vitesse

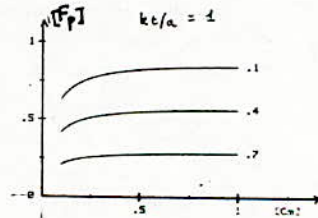


b - Courant

Fig. III.3: Régulation de vitesse  
Consigne: 30 rd/s.

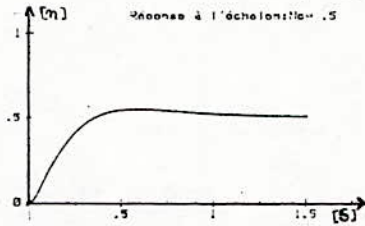


a - Couple pour diverses  
valeurs de  $\psi$

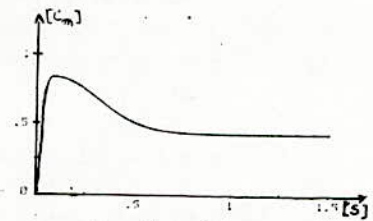


b - Facteur de puissance

Fig. IV.2: Commande par récupération  
de la puissance au stator



a - Vitesse



b - Couple

Fig. IV.3: Régulation de vitesse de la  
cascade hyposynchrone.  
Echelon:  $n_c = 0,5$

### Notations

a/ Relatives au modèle de la machine

$r_1$  ( $r_2$ ) : résistance réduite par phase du stator (du rotor)

$x_1$  ( $x_2$ ) : réactance réduite par phase du stator (du rotor)

$x_m$  : réactance - mutuelle réduite

$i_{dq}^s$  ( $i_{dq}^r$ ) : courant statorique (rotorique) selon l'axe d,q

$u_{dq}^s$  : tension statorique suivant l'axe d,q

$f_s$  ( $f_r$ ) : fréquence statorique (rotorique) réduite

$\phi_{dq}^s$  ( $\phi_{dq}^r$ ) : flux statorique (rotorique) suivant l'axe d,q

$n$  : vitesse réduite

$J$  : moment d'inertie des masses tournantes

$p$  : nombre de paires de pôles

$\sigma$  : coefficient de dispersion

$\omega_n$  : pulsation statorique nominale

$K$  : coefficient de charge

$T$  : temps propre

$f$  : coefficient de frottement

$U_{AB}$  : Tension entre phases de l'onduleur

b/ relatives au schéma équivalent et aux montages à semi-conducteurs

$a$  : rapport de transformation rotor-stator

$\alpha$  : rapport cyclique du hacheur

$\psi$  : Angle d'allumage de l'onduleur

$R_{tr}$  ( $X_{tr}$ ) : Résistance (réactance) du transformateur

$R_t, R_s$  : résistances externes

$I_c$  : courant moyen redressé

$k_t$  : Rapport de transformation

$g$  : glissement

$R_1'$  : résistance statorique ramenée au rotor

$R_2$  : résistance d'une phase rotorique

$X_1'$  : réactance de fuites statorique ramenée au rotor

$X_2$  : réactance de fuites rotorique

$V_s$  : tension simple d'alimentation

$E_c$  : tension redressée

$\Omega_n$  : vitesse de rotation nominale.

## Bibliographie

- [1] R. CHAUPRADE et F. MILSANT... "Commande électronique des moteurs à courant alternatif"; Editions Eyrolles; 1980.
- [2] K. MOUMEN... "Détermination par simulation de lois de commandes optimales d'un moteur asynchrone"; Thèse de Docteur Ingénieur; Nancy Juillet 1980.
- [3] M.N. BENASR... "Contribution à l'étude de l'échauffement des machines asynchrones alimentées par commutateur de courant"; Thèse de Doctorat de 3<sup>e</sup> Cycle; I N P G, Grenoble; Novembre 1984.
- [4] S. BAHBOUTH... "Etude en régime permanent d'une machine asynchrone alimentée par un onduleur à transistors"; Thèse de Docteur Ingénieur, I N P G, Grenoble, Octobre 1981.
- [5] F. BORDRY... "Regulation numérique de vitesse d'une machine asynchrone autopilotée à commutation électronique, alimentée en tension par contrôle indirect du flux statorique instantané"; Thèse de Docteur Ingénieur; I N P T, Toulouse, Novembre 1978.
- [6] R. LEDOEUFF et C. LUNG... "Problèmes de simulation numérique d'ensembles convertisseurs-machine-commande"; R.G.E; N°10, Octobre 1982, pp.698-703.
- [7] H.R. FUDEH... "Modeling and analysis of induction machines containing space harmonics"; IEEE Trans. On PAS; Vol. PAS. 102. Aout 1983, pp.2616-2628.
- [8] L. PIERRAT... "Les entrainements à vitesse variable par variateurs statiques de fréquence"; R.G.E., Tome 87, N°9, Septembre 1978, pp.678-685.
- [9] A.R. MILES et D.W. NOVOTNY... "The effect of Volts|Hertz Control on induction machine dynamic machine"; IEEE, IAS annual meeting conference Record 1979.
- [10] D.P. CONNORS... "Considerations in applying induction motors with solid state adjustable frequency controllers"; IEEE Trans on IA-20, Jan|Fev. 1984.



- [11] B.DEFORNEL... "Régulation numérique de vitesse d'une machine asynchrone sans capteur de vitesse - Simulation"; R.G.E. 4|85, Avril 1985 pp.286-292.
- [12] A.CONSOLO et A.ABELA... "Digital simulation of current source inverter feeding an induction motor"; E.M.P.S., Vol.9, Septembre 1984, pp.251-268.
- [13] B.RAMASWANI... "Design of variable speed induction motor drive with current - red inverter"; E M P S, Vol.5, Mai 1980, pp. 523 - 542.
- [14] G.H.KIM et S.K.SUL... "Optimal efficiency drive of current source inverter fed induction motor by flux control"; IEEE Trans on IA, Vol.1A-20, Novembre|Décembre 1984, pp.1453-1459.
- [15] F.BORDRY et B.DE FORNEL... "Flux and speed numerical control of a voltage-fed asynchronous induction machine"; IEE Proc. Vol 127.N°2, Mars 1980.
- [16] N.S.WANI et M.RAMAMORTY... "Chopper controlled slipping induction motor"; IEEE Trans on IECl-24, Mai 1977, pp.153-169.
- [17] P.C.SEN et K H J MA... "Constant torque operation of induction motors using chopper in rotor circuit"; IEEE Trans. On IA, Vol. 1A-14, Septembre|octobre 1978, pp.408-414.
- [18] G.OLIVIER et V.R.STEFANOVIC... "Evaluation of phase-commutated converters for slip power control in induction drives"; IEEE Trans.on IA Vol.1A-19, Janvier|Février 1983.
- [19] Y.JEAN et H.LEHUY... "Autoadaptive chopper for speed regulation of a wound motor induction machine", IEEE Trans On IA, Vol.1A-19, Novembre|décembre 1983.
- [20] A.KUSKO et C.B.SOMUAH... "Speed control of single-frame cascade induction motor with slip-power pumpback"; IEEE On IA, Vol.1A-14. Mars|Avril 1978, pp.97-105.

- [21] A.MEYER... "La cascade de convertisseur statique hyposynchrone, compte tenu des réactions sur le réseau et des couples oscillatoires"; Revue Brown Boveri, 4/5; 1982.
- [22] B.L. JONES et J.E.BROWN... "Electrical variable - speed drives", IEE Proc., Vol.131, Septembre 1984, pp.516-556.

VIBROISOLATION OPTIMUM DES SYSTEMES MECANIKES  
AVEC UNE FORME COMPLEXE DE CRITERE D'OPTIMISATION.

Marek KSIAZEK & Tahar REZZOUG

Laboratoire de Mécanique du Solide

Département Génie-Mécanique E N P Alger.

الملخص

يتضمن هذا البحث حوصلة تحليلية لبعض المنظومات المثلى للعزل الاهتزازي، وكذلك بمرفة اليبات المزايا عزلها اهتزازيا و التعرضات الصدفية ؛ و قد اعتمدنا في بحثنا هذا بعض معاير الانتقاء الموكية مستخدمين طريقة ابيير هوب

SUMMARY:

The complex criterion of optimization and the Wiener-Hopf's equation of filtration have been used for analytic construction.

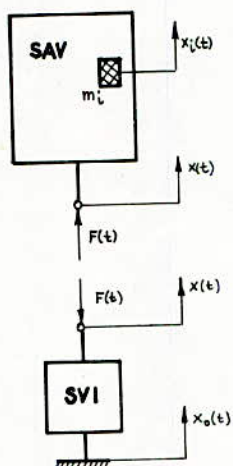
The characteristics of the random forcing vibrations and the structures of the vibroisolated mechanical systems were considered as known.

RESUME:

En tenant compte d'un critère complexe d'optimisation, et en utilisant la théorie de filtration de Wiener-Hopf, on a synthétisé analytiquement quelques systèmes antivibratoires optima, connaissant les structures à vibroisoler ainsi que les excitations aléatoires.

### 3. CRITERE D'OPTIMISATION DU SYSTEME ANTIVIBRATOIRE/SVI/.

Le système à vibriosoler /SAV/, le système de vibriolation /SVI/ et une source d'excitation, sont présentés schématiquement sur la fig.1.



- SAV - structure à vibriosoler
- SVI - structure de vibriolation
- $m_i$  - i-ème masse de la structure à vibriosoler
- $x_i(t)$  - coordonnée de i-ème masse
- $x(t)$  - coordonnée du point de contact entre SAV et SVI
- $F(t)$  - force transmise entre SVA et SVI
- $t$  - une variable du temps

fig.1.

Comme critère d'optimisation de SVI, on a pris une fonctionnelle:

$$C = \sigma_{x-x_0}^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{\ddot{x}_i}^2 + \sum_{k=1}^m \chi_k \sigma_{\ddot{\ddot{x}}_k}^2 = \min \quad (1)$$

- où:  $\sigma_{x-x_0}^2$  - dispersion du déplacement relatif entre la source d'excitation et une base de SAV,  
 $\sigma_{\ddot{x}_i}^2$  - dispersion d'accélération d'i-ème masse de SAV  
 $\sigma_{\ddot{\ddot{x}}_k}^2$  - dispersion de "jerk" de k-ième masse de SAV  
 $\lambda_i, \chi_k$  - les coefficients de pondération de Lagrange.

Les explications détaillées de deux premières composantes de la fonctionnelle (1) ont été données dans les travaux /4/, /7/ et /8/. Les composantes  $\sigma_{\ddot{x}_k}^2$  ont été introduites parce qu'elles sont depuis quelques années, considérées comme les éléments décisifs au même degré que la vitesse et l'accélération de la sécurité des objets/ par exemple d'homme opérateur / exposés aux vibrations.

En général, selon le critère (1), notre système /SVI/ doit être rigide d'un côté pour limiter les déplacements relatifs, souple de l'autre <sup>côté</sup> pour obtenir des accélérations minimales des masses considérées, et en plus, il doit limiter au minimum les variations d'accélération de ces masses.

#### 4. FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME:

Le système de la figure 1 peut être décrit par les relations suivantes:

$$\Phi(s) = \frac{F(s)}{\ddot{x}_o(s)} \quad (2)$$

$$L_i(s) = \frac{\ddot{x}_i(s)}{\ddot{x}(s)} \quad (3)$$

$$L(s) = \frac{F(s)}{\ddot{x}(s)} ; \quad G(s) = \frac{s^2}{L(s)} \quad (4)$$

où:  $x_o(s)$  - la transformation de Fourier d'accélération  $\ddot{x}_o(t)$ ;  $F(s)$  - La transformation de Fourier de la force  $F(t)$ ;  $\ddot{x}(s)$  et  $\ddot{x}_i(s)$  - les transformations de Fourier des déplacements  $x(t)$  et  $x_i(t)$ ;  $\Phi(s)$  - la fonction rationnelle de  $s = i\omega$ , décrivant SVI cherché.

De (2), (3) et (4), on décrit les fonctions de transfert;

$$H(s) = \frac{x(s) - x_o(s)}{\ddot{x}_o(s)} = \frac{s^2 \Phi(s) / L(s) - 1}{s^2} \quad (5)$$



Après avoir calculé  $\phi(s)$  de (16), on peut trouver toutes les dispersions de (7), (8) et (9) pour une forme choisie de la densité spectrale énergétique d'excitation.

## 6. LES EXEMPLES DE CONSTRUCTION DE SVI OPTIMUM:

### 6.1. Corps rigide comme SAV.

#### 6.1.1. Relations indépendantes d'excitations.

Dans ce cas  $i = 1$ ,  $k = 1$ . Selon (3), (4) et (15), on trouve:

$$L_1(s) = 1 \quad ; \quad G(s) = 1/m \quad (17)$$

$$R(s)R(-s) = 1 + \lambda s^4 - \chi s^6 \quad (18)$$

En décomposant (18), on obtient:

$$R(s) = As^3 + Bs^2 + Es + D \quad (19)$$

Les coefficients  $A > 0$ ;  $B > 0$ ;  $E > 0$  et  $D > 0$ , sont la solution d'équations algébriques

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{\chi} \\ B &= \sqrt{\lambda + 2E\sqrt{\chi}} \\ E &= \sqrt{2B} \\ D &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

#### 6.1.2. L'excitation de type "bruit blanc", $S_{\dot{x}_0}(s) = N^2 = \text{Cte.}/.$

De (10), on trouve:

$$S_0 = N^2 \quad \text{et} \quad \psi(s) = 1/s^2 \quad (21)$$

De (16), on trouve alors

$$\Phi(s) = \frac{ms^2}{As^3 + Bs^2 + Es + D} \left\{ \frac{1/s^2}{-As^3 + Bs^2 - Es + D} \right\}_+ \quad (22)$$

Après décomposition, on a:

$$\left\{ \frac{1}{(s^2)(As^3 + Bs^2 - Es + D)} \right\} = \left\{ \frac{Fs + G}{s^2} \right\}_+ + \left\{ \frac{Hs^2 + Is + J}{-As^3 + Bs^2 - Es + D} \right\}_- \quad (23)$$

où les paramètres: F,G,H,I et J doivent être tirés de la résolution du système suivant d'équations algébriques avec A,B,E,D déjà connus:

$$\left. \begin{aligned} H - AF &= 0 \\ FB - AK + I &= 0 \\ BK - FE + J &= 0 \\ FD - EK &= 0 \\ GK &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Finalement, on obtient:

$$\Phi(s) = \frac{m(Fs + K)}{As^3 + Bs^2 + Es + D} \quad (25)$$

$$\sigma_{x-v_0}^2 = N^2 \frac{(A^2D + B^3)}{2D(EB - DA)} \quad (26)$$

$$\sigma_x^2 = N^2 \frac{(F^2D + K^2B)}{2D(EB - DA)} \quad (27)$$

$$\sigma_x^2 = N^2 \frac{F^2E + K^2A}{2A(EB - DA)} \quad (28)$$

On voit donc, que  $\Phi(s)$  et les dispersions (26-28) sont en fonction des multiplicateurs  $\lambda$  et  $\chi$ .

6.1.3. L'excitation complexe de type:  $S_{x_0}(s) = 2\alpha_0 \sigma_0^2 \frac{\Omega^2 - s^2}{(\Omega^2 + s^2)^2 - 4\alpha_0^2 s^2}$

De (10), on obtient:

$$S_0 = 2\alpha_0 \sigma_0^2 \quad \text{et} \quad \varphi(s) = \frac{\Omega + s}{s^2(s^2 + 2\alpha_0 s + \Omega^2)} \quad (29)$$

De (16), on trouve alors:

$$\Phi(s) = \frac{1}{(As^3 + Bs^2 + Es + D) \cdot (\Omega + s)} \left\{ \frac{\Omega + s}{s^2(s^2 + 2\alpha_0 s + \Omega^2)} \right\} \quad (30)$$

$$R(s)R(-s) = 1 + \lambda s^4 \frac{(\alpha_1 s + c_1)(-\alpha_1 s + c_1)}{(m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1)(m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1)} - \chi s^6 \frac{(\alpha_1 s + c_1)(-\alpha_1 s + c_1)}{(m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1)(m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1)} \quad (41)$$

De (41) vient:

$$R(s) = \frac{As^4 + Bs^3 + Ds^2 + Es + F}{m_1 s^2 + \alpha_1 s + c_1} \quad (42)$$

Les coefficients A, B, D, E et F ne dépendent que de la structure à vibroisoler SAV. Il faut les tirer du système d'équations algébriques comme des fonctions de  $\lambda$  et de  $\chi$  :

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha_1 \sqrt{\chi} \\ 2AD - B^2 &= -\alpha_1^2 \lambda - \chi c_1^2 \\ 2AF - 2BE + D^2 &= m_1^2 + \lambda c_1^2 \\ 2DF - E^2 &= 2m_1 c_1 - \alpha_1^2 \\ F &= c_1 \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

6.2.2. L'excitation de type "Bruit blanc",  $S_{x_0}(s) = N^2 = \text{Cte.}$

En tenant compte de (21), (16) et en affectant un calcul identique à 6.1.2 on obtient

$$\Phi(s) = \frac{mm_1 s^2 + (m+m_1)c_1}{(As + bs + Ds + Es + F) \frac{1}{s}} \left\{ \frac{-\frac{1}{s^2}}{\frac{As^4 - Bs^3 + Ds^2 - Es + F}{m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1}} \right\} \quad (44)$$

$$\left\{ \frac{m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1}{s^2 (As^4 - Bs^3 + Ds^2 - Es + F)} \right\} = \left\{ \frac{Ms + N}{s^2} \right\} + \left\{ \frac{Ps + Qs + Ws + T}{As - Bs + Ds - Es + F} \right\} \quad (45)$$

Les paramètres M, N, P, Q, W et T sont tirés du système d'équations algébriques en fonction de  $\lambda$  et  $X$  :

$$\left. \begin{aligned} MA + P &= 0 \\ -MB + NA + Q &= 0 \\ MD - NB + W &= 0 \\ -ME + ND + T &= m_1 \\ MF - NE &= -\alpha_1 \\ NF &= c_1 \end{aligned} \right\} (46)$$

Finalement, on obtient:

$$(s) = \frac{[mm_1 s^2 + (m+m_1) \alpha_1 s + (m+m_1)c_1] (Ms + N)}{As^4 + Bs^3 + Ds^2 + Es + F} \quad (47)$$

$$\overline{b_{x-x_0}}^2 = N_0^2 \frac{A^2 FE + [(m_1 N - B)^2 + 2(m_1 N + \alpha_1 M - D)A] FB + (m_1 N + \alpha_1 M - D)^2 (DB - EA)}{2F(EDB - FB^2 - E^2 A)} \quad (48)$$

$$\overline{b_{\dot{x}_1}}^2 = N_0^2 \frac{\alpha_1^2 MFE + [(\alpha_1 N + c_1 M)^2 - 2NM c_1 \alpha_1] FB + c_1^2 N^2 (DB - EA)}{2F(EDB - FB^2 - E^2 A)} \quad (49)$$

$$\overline{b_{\ddot{x}_1}}^2 = N_0^2 \frac{\alpha_1^2 \frac{M^2}{A} (FED - F^2 B) + [(\alpha_1 N + c_1 M)^2 - 2NM c_1 \alpha_1] FE + c_1^2 N^2 FB}{2F(EDB - FB^2 - E^2 A)} \quad (50)$$

6.2.3. L'excitation complexe de type:  $S_{x_0}(s) = 2\alpha_0 b_0^2 \frac{\Omega^2 - s^2}{(\Omega^2 - s^2)^2 - 4\alpha_0^2 s^2}$

En tenant compte de (29) et (16), on obtient dans ce cas:

$$(s) = \frac{1}{\frac{(As^4 + Bs^3 + Ds^2 + Es + F)(\Omega + s)}{s^2(s^2 + 2\alpha_0 s + \Omega^2)}} \left\{ \frac{\frac{\Omega - s}{s^2(s^2 + 2\alpha_0 s + \Omega^2)}}{\frac{As^4 - B\Omega s^3 + D\Omega s^2 - E\Omega s + F}{m_1 s^2 - \alpha_1 s + c_1}} \right\} + \quad (51)$$

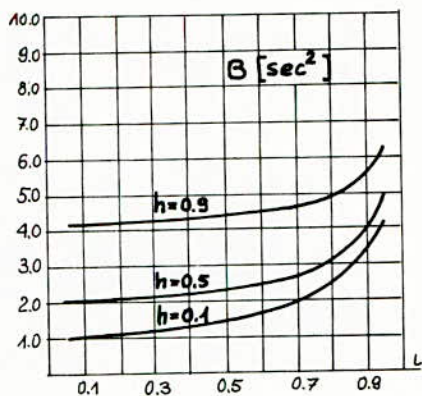
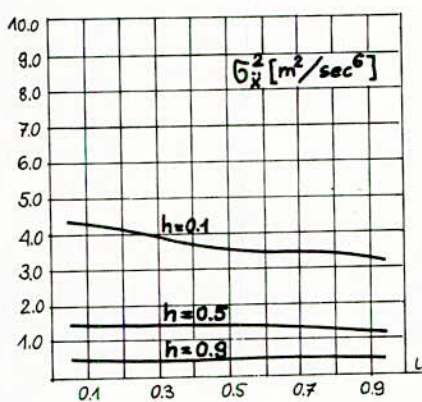
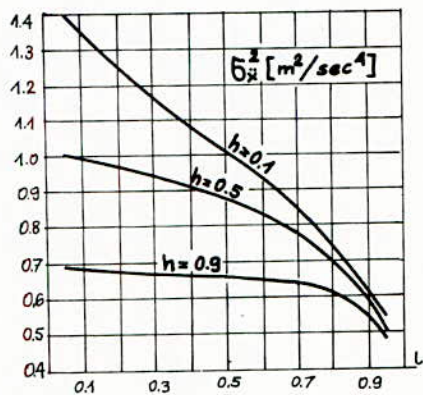
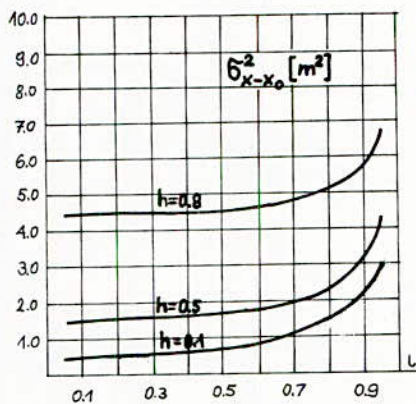


Fig. 3



TABLEAU DU PARAMETRE B [sec<sup>2</sup>]

h \ l	0.05	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	0.95
0.05	0.7943	0.9970	1.5309	2.0174	2.6658	4.1685	5.3433
0.1	0.8401	1.0344	1.5558	2.0365	2.6804	4.1779	5.3506
0.3	1.0449	1.2107	1.6823	2.1359	2.7573	4.2280	5.3899
0.5	1.3213	1.4630	1.8814	2.2998	2.8883	4.3160	5.4596
0.7	1.7892	1.9066	2.2623	2.6307	3.1654	4.5118	5.6172
0.9	3.1872	3.2719	3.5327	3.8806	4.2290	5.3504	6.3250
0.95	4.2035	4.1331	4.8018	5.0345	5.3878	6.3554	7.2199

Sur la figure 3, on a présenté le coefficient B et les dispersions  $\sigma_{x-x_0}^2$ ,  $\sigma_x^2$  et  $\sigma_x^2$  exprimés respectivement par les formules (26), (27) et (28). Le caractère des courbes présentées sur la figure 3 tient pour toutes les autres dispersions calculées dans ce travail.

Dans le cas considéré, on a pris  $N^2 = 1$  [m<sup>2</sup>/sec<sup>3</sup>].

#### 7. CONCLUSIONS:

- Dans chaque forme de  $\phi(s)$  obtenue dans ce travail, il y a un certain nombre des paramètres qui ne dépendent que de SAV;
- Les dispersions calculées sont proportionnelles aux valeurs de la densité spectrale énergétique d'excitation pour  $s=0$ ;
- $\phi(s)$  et toutes les dispersions dépendent de deux coefficients de pondération  $\lambda$  et  $X$ . Il existe un nombre infini d'ensembles de paramètres constituant  $\phi(s)$  qui remplissent la condition de minimisation du critère (1). Comme critère additionnel, on peut supposer alors un certain niveau des deux dispersions arbitrairement choisies qui ne doivent pas être dépassées, soit ( ), ( ).

BIBLIOGRAPHIE:

- /1/ G.C.Newton, Jr; L.A. Gould; J.K.Kaiser - "Analytical Design of Linear Feedback Controls".  
N.Y, John Willey and Sons, Inc.; London 1957.
- /2/ W.R.Perkins, J.B.Cruz, Jr. - "Engineering of Dynamic Systems". - Jhon Willey and Sons, Inc., 1969, N.Y.
- /3/ A.P.Sage - "Optimum Systems Control",  
Prentice-Hall, Inc., Englewood Clifs, N.Y. 1968.
- /4/ M.Ksiazek; T.Rezzoug - "Certaines formes des critères et leurs influence sur la vibro-isolation optimum des systèmes mécaniques". - Projet de Fin d'Etudes,  
Janvier 1985, Dept.Méca. - E N P Alger.
- /5/ V.B.Larin - "Statičeskije Zadači vibrozaščity".  
Izd.Naukova Dumka, Kiev 1974.
- /6/ F.A.Alijev; V.B.Larin; K.J.Naumienko; V.N.Suntsev -  
"Optimizacija linijnych invariantnych vo vremeni sistiem upravlijenija". - Izd.Naukova Dumka, Kiev 1978.
- /7/ M.Ksiazek - "Determination of Optimum Vibroisolation Systems for a Sitting Human Operator". - Aviation, Space and Environmental Medecine, U S A, 49/1;/257-261, 1978.

TESTS DES VARIABLES OMISES : DIFFERENTES APPROCHES

D. FEROUKHI

ENSEIGNANT A L'INSTITUT DES SCIENCES ECONOMIQUES

DE L'UNIVERSITE D'ALGER

---

ماخص :

لقد تهدف هذه الدراسة الى تقديم مختلف اختبارات تدخل مسلسلة اضافية من متحويلات " Y " ، في شرح متحولة " X<sub>1</sub> " في حالة ارتباط ما بينهم على شكل نموذج خطي عام ، مرافق باحتمالات كلاسيكية .

Abstract :

This paper tries to present the different approaches to test the contribution of a set of additional explanatory variables ( $X_1$ ) in the behavior of a dependant variable (Y) through the multiple regression model under the classical hypotheses.

Résumé :

Le présent article tente de présenter les différentes façons de tester l'apport d'une série additionnelle de variables ( $X_1$ ) dans l'explication du comportement d'une variable dépendante (Y) à travers le modèle de regression multiple muni des hypothèses classiques.

TESTS DE SPECIFICATION  
 CRITERES DE CHOIX D'UNE SERIE DE VARIABLES EXPLICATIVES  
 (REGRESSEURS)

Le problème posé est d'essayer de trouver une règle permettant de choisir entre plusieurs modèles entrant dans l'explication du comportement d'une même variable expliquée ou régressée.

On concentrera notre attention sur la comparaison de deux séries de variables explicatives d'une variable Y à travers le modèle de régression multiple muni des hypothèses classiques. Plus précisément, on considérera les deux modèles suivants:

$$(I) Y = XB + \epsilon \quad Y(N \times 1), X(N \times K), B(K \times 1), \epsilon(N \times 1)$$

$$(II) Y = XB^* + X_1 B_1 + \epsilon^* \quad X_1(N \times K_1), B_1(K_1 \times 1), \epsilon^*(N \times 1), B^*(K \times 1)$$

A- CRITERES DE CHOIX DE MODELES: BASES SUR L'UTILISATION SIMULTANEE DES DEUX MODELES.

A.1/ CHOIX DE MODELES A L'AIDE DE LA REGLE DU COEFFICIENT DE CORRELATION MULTIPLE:

On définira ce coefficient sur la base du modèle (I) pour des raisons de simplicité.

Ayant obtenu l'estimateur b et B de la méthode des moindres carrés de  $Y = Xb + e$  et donc:

$$Y'Y = \sum_{t=1}^N Y_t^2 = b'X'Xb + e'e \quad (3)$$

du fait que  $X'e = 0$

On définit le coefficient de détermination  $R^2$

$$R^2 = \frac{b'X'Xb}{Y'Y} \quad (4)$$

où:  $1 - R^2 = \frac{e'e}{Y'Y}$

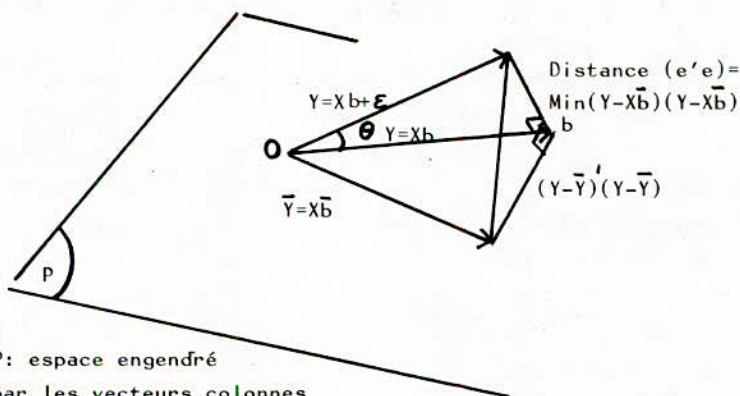
La racine carrée de  $R^2$  (non négative) est dénommée coefficient de corrélation multiple. De (3) et de (4), on détermine facilement le domaine de variation  $R^2$ :  $R^2 \in [0, 1]$ .

Plus  $R^2$  est proche de l'unité, meilleure est la performance des variables explicatives ( $x_1, \dots, x_k$ ) dans l'explication du comportement de la variable expliquée  $Y$ .

Un modèle donnant une variable de  $R^2$  proche de zéro ne signifie pas automatiquement que la série ( $x_1, \dots, x_k$ ) n'intervient pas dans l'explication du comportement de  $Y$ ; une telle valeur peut avoir aussi pour origine (s):

- les variables considérées sont liées par un autre type de relation, le modèle linéaire n'étant pas approprié.
- La relation entre les variables est du type (1), mais un certain nombre de variables ont été omises dans le modèle, ce qui fait que que l'information qu'elles véhiculent est contenue dans  $\mathcal{E}$ , d'où l'effet dominant e'e dans (3)

L'interprétation géométrique de  $R^2$  est la suivante:



P: espace engendré  
par les vecteurs colonnes  
de la matière d'observation  $X$ .



Figure 1:

$$\cos \theta = \frac{|\vec{OA}|}{|\vec{OB}|} = R = \frac{(e'e) \frac{1}{2}}{(Y'Y) \frac{1}{2}}$$

Plus  $\theta$  approche de zéro, (et donc  $R^2$  se rapproche de l'unité, plus l'approximation de  $Y$  par une combinaison des colonnes de  $X$  est meilleure.

Si les modèles (I) et (II) ont un terme constant, on peut prendre comme définition du coefficient de détermination:

$$1 - \bar{R}^2 = \frac{(e'e)}{\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2} \quad \text{où } \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t$$

En effet, si l'on prend la somme des carrés des déviations de  $y$  par rapport non plus à l'origine, mais à  $\bar{y}$ .

$$(y_t - \bar{y}) = \sum_{j=1}^K b_j (x_{it} - \bar{x}_i) + e_t$$

$$Y = b_0 \mathbf{1} + Xb + e$$

$$\text{Si l'on définit: } A = \mathbf{1}_N - \frac{1}{N} \mathbf{1}\mathbf{1}'$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_{it}$$

$$(X = (x_2, x_3, \dots, x_k) \quad (N \times (K-1))$$

$$(A^2 = A, A' = A)$$

$$(Ae = e \text{ du fait } \mathbf{1}'e = 0)$$

$$(A\mathbf{1} = 0), \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (N \times 1)$$

$$b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b \end{bmatrix} \quad b: (K-1) \times 1$$

$$\text{On a: } AY = b_0 A\mathbf{1} + AXb + Ae$$

$$\text{ou: } AY = AXb + e$$

$$(AY)'(AY) = (b' \cdot X' \cdot A' + e')(AXb + e)$$

$$Y'AY = b' \cdot X' \cdot A \cdot X \cdot b + e'e$$

$$(Y'AY = \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2$$

A.2. CRITERE DE MOINDRE VARIANCE RESIDUELLE (OU REGLE DE THEIL):

Supposons que le modèle (I) soit le mieux adapté à expliquer le phénomène étudié.

La méthode des moindres carrés appliquée à chacun des deux modèles donne:

$$\begin{aligned} b_1 &= (X'X)^{-1}X'Y && \text{pour (I)} \\ b_{11} &= (\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'Y && \text{pour (II) avec } \underline{X}=(X, X_1) \end{aligned}$$

Le vecteur résiduel:  $e_1 = (I - X(X'X)^{-1}X')Y = M_1 Y$

$$\text{et: } e_{11} = (I - \underline{X}(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}')Y = M_{11} Y$$

avec  $M_1^2 = M_1$ ,  $M_1' = M_1$ ,  $M_{11}^2 = M_{11}$ ,  $M_{11}' = M_{11}$

$$a/ e_1' e_1 = \mathcal{E}' M_1 \mathcal{E}$$

$$E \left( \frac{e_1' e_1}{N-K} \right) = \sigma^2$$

$$b/ e_{11}' e_{11} = Y' M_{11}' Y = (XB + \mathcal{E})' M_{11} (XB + \mathcal{E})$$

$$e_{11}' e_{11} = B' X' M_{11} X B + 2 \cdot B' X' M_{11} \mathcal{E} + \mathcal{E}' M_{11} \mathcal{E}$$

$$E(e_{11}' e_{11}) = B' X' M_{11} X B + [N - (K + K_1)] \sigma^2$$

$$E \left( \frac{e_{11}' e_{11}}{N - (K + K_1)} \right) = \frac{1}{N - (K + K_1)} \cdot B' X' M_{11} X B + \sigma^2$$

Comme  $X' M_{11} X$  est une matrice <sup>positive</sup> semi-définie, la quantité:

$$\frac{1}{N - (K + K_1)} \cdot (B' X' M_{11} X B) \text{ est positive ou nulle, ce qui}$$

permet de conclure que:

$$E \left( \frac{e_{11}' e_{11}}{N - (K + K_1)} \right) \geq E \left( \frac{e_1' e_1}{N - K} \right) \quad (8)$$

dans le cas où le modèle (I) est le mieux spécifié.

$$\bar{R}^2 = \frac{b' \cdot X' \cdot A \cdot X \cdot b}{Y'AY} \quad \text{et} \quad 1 - \bar{R}^2 = \frac{e'e}{Y'AY} \quad (5)$$

Très souvent, ce terme constant ne présente aucun intérêt du point de vue économique. Aussi, et pour mesurer l'effet des seules variables économiques dans le comportement de  $y$ , on élimine celui du terme constant en prenant les déviations des différentes variables par rapport à leur moyenne respective.

On peut remarquer que:  $R^2 \geq \bar{R}^2$  (6)

Car  $\sum_{t=1}^N y_t^2 \geq \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2$

Sur la base du coefficient de détermination  $R^2$ , on est en mesure de choisir entre deux modèles. Le choix se fera sur le modèle ayant le  $R^2$  le plus élevé.

On peut montrer que  $R^2$  (ou  $\bar{R}^2$ ) est une fonction non décroissante du nombre de variables explicatives. Aussi, faut-il s'attendre à ce que  $R^2$  soit inférieur ou égal au coefficient de détermination  $R^2_{|1}$  du second modèle du fait que ce dernier fasse intervenir plus de variables explicatives ( $K_1 + K \geq K$ ). Pour pallier à cette faiblesse, on introduit le coefficient de détermination corrigé (ou coefficient de Theil) suivant:

$$1 - \bar{R}^2 = \frac{e'e/N-K}{Y'Y/N} = \frac{N}{N-K} \cdot \frac{e'e}{Y'Y} \quad (7)$$

de sorte que quand  $K$  s'accroît,  $N-K$  décroît. Il est donc impossible de prévoir à priori le sens de variation de  $\frac{e'e}{N-K}$ .

La différence  $R^2_{|1} - R^2_1$  peut interpréter une mesure de la contribution des variables explicatives additives ( $X_1$ ).

Le critère de moindre variance résiduelle repose sur le résultat obtenu en (8):

On procède aux deux regressions. (I) et (II) et on calcule les variances résiduelles respectives  $S_1^2$  et  $S_{11}^2$ .

$$\text{avec: } S_1^2 = \frac{e' e}{N-K} \quad \text{et} \quad S_{11}^2 = \frac{e'_{11} e_{11}}{N-(K+K_1)}$$

On fixe notre choix sur le modèle présentant la plus petite variance résiduelle.

Nous allons montrer que ce critère est équivalent à celui basé sur le coefficient de détermination de Theil le plus élevé.

En effet, le choix du premier modèle sur le fait que:

$$\left( \frac{e'_{11} e_{11}}{N-(K+K_1)} \right) \geq \left( \frac{e' e}{N-K} \right) \geq \left( \frac{e'_{11} e_{11}}{N-K} \right) \cdot \left( \frac{N}{N-K} \right)$$

$$\text{et donc } \bar{R}_{11}^2 \leq \bar{R}_1^2 \quad (9)$$

#### B/ TESTS DE SPECIFICATION A BASE DE TESTS D'HYPOTHESES:

Les différents critères passés en revue dans la section précédente permettent souvent de choisir entre différentes séries de variables explicatives de Y.

Se limiter à ces critères ne nous permet pas de répondre aux questions suivantes:

- A partir de quel seuil peut-on dire que le modèle retenu est statistiquement acceptable?
- A partir de quel seuil une différence entre deux modèles devient-elle statistiquement significative?

Nous supposons dans ce test que  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$  dans (1).

B.1/ Pour répondre à la première question, on notera que:

$$e' e = \varepsilon' M_1 \varepsilon$$

$$\text{Si de plus: } \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$$

$$\text{alors: } e' e / \sigma^2 \sim \chi^2_{(N-K)}$$

$$\frac{(b - B)' (X' X) (b - B)}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2(k) \quad b \sim N(\beta, \sigma^2 (X' X)^{-1})$$

Sous l'hypothèse que la série de variables explicatives est sans effet sous Y, c.a.d.:

$$H_0: B_1 = B_2 = \dots = B_K = 0$$

entre  $H_1$ : au moins l'un des  $B_i \neq 0$

Comme  $e'e$  et  $b'(X'X)b$  sont indépendants, le rapport

$$\frac{(b'(X'X)b)/K}{e'e/N-K} \rightsquigarrow \text{Fisher } (K, N-K)$$

En se fixant un seuil de confiance  $(1 - \alpha)$  pour l'hypothèse  $H_0$ , on cherche la valeur tabulée de  $F(K, N-K)$  que l'on comparera à la quantité  $\left(\frac{N-K}{K}\right) \cdot \left(\frac{b'(X'X)b}{e'e}\right)$

Une valeur tabulée plus grande que la quantité qui nous intéresse

$$\frac{N-K}{K} \cdot \frac{b'(X'X)b}{e'e} \text{ signifie que}$$

l'hypothèse  $H_0$  peut être retenue (au risque  $\alpha$ ).

Pour revenir à la question posée, considérons la quantité:

$$R^2 = \frac{b'(X'X)b}{Y'Y}$$

$$\text{Sous } H_0: \frac{b'(X'X)b}{e'e} = \frac{(Y'Y)R^2}{e'e}$$

$$\text{et comme } 1 - R^2 = \frac{e'e}{Y'Y}$$

$$\text{sous } H_0: \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{N-K}{K} \rightsquigarrow F(K, N-K)$$

Au seuil de confiance  $(1 - \alpha)$ , le critère  $R^2$  permet de retenir le modèle étudié lorsque.

$$R^2 \geq K \cdot \left[ \frac{F(1-\alpha, K, N-K)}{K(-1 + F(1-\alpha, K, N-K)) + N} \right] \quad (10)$$



$F(1-\alpha)$  désignant la valeur tabulée d'une variable de Fisher  $K, N-K$  ayant respectivement  $K$  et  $(N-K)$  degrés de liberté au seuil de confiance  $(1-\alpha)$ .

B-2/ Dans ce qui suit, on va tenter de répondre à la question, à savoir à partir de quel seuil la différence entre deux coefficients de détermination devient-elle significative?

Supposons que le modèle (1) soit celui qui met le mieux en relation  $Y$  et  $X$ ,

on peut alors montrer (1) que:

$$Q = \frac{(\bar{b}', b_1') \begin{pmatrix} X'X & X'X_1 \\ X_1'X & X_1'X_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_1 \end{pmatrix} - b' \cdot (X'X) \cdot b}{e'_{11} \cdot e_{11}}$$

$\begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_1 \end{pmatrix}$  étant l'estimateur de  $\begin{pmatrix} \beta \\ \beta_1 \end{pmatrix}$  dans le modèle (11)

Suit une loi de Fisher avec respectivement  $K_1$  et  $N-(K+K_1)$  degrés de liberté:

$$Q \sim F_{K_1, N-(K+K_1)}$$

$$Q = \frac{(\bar{b}', b_1') \cdot \begin{pmatrix} X'X & X'X_1 \\ X_1'X & X_1'X_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_1 \end{pmatrix} (Y'Y) - (b'(X'X)b/Y'Y) (N-(K+K_1))}{(e'_{11}e_{11}) / (Y'Y)} \quad K_1$$

$$Q = \left( \frac{R^2_{11} - R^2_1}{1 - R^2_{11}} \right) \cdot \left( \frac{N-(K+K_1)}{K_1} \right) \sim F_{K_1, N-(K+K_1)}$$

Au seuil de confiance  $(1-\alpha)$  la contribution des variables explicatives  $X_1$  dans le comportement de la variable expliquée  $Y$  est négligeable si:

$$Q \in \left[ 0, F_{K_1, N-(K+K_1)}^{(1-\alpha)} \right]$$

(1) Voir annexe (1).

C/ TESTS DE SPECIFICATION UTILISANT LE MODELE (II) SEULEMENT:  
TEST DE FISHER:

Une façon simple de décider entre les deux modèles proposés consiste à travailler uniquement sur (II) et construire un test d'hypothèses sur le paramètre  $B_1$  des variables additives  $X_1$ .

Le test est le suivant:

$$\begin{array}{l} H_0: B_1 = 0 \\ \text{Contre } H_1: B_1 \neq 0 \end{array} \quad (0 \text{ } (K_1 \times 1))$$

ou, la manière équivalente:

$$\begin{array}{l} H_0: AB = 0 \\ \text{Contre } H_1: AB \neq 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} B = B^* \\ B_1 \\ A = (0 \text{ } K_1 \times K, I_{K_1}) \end{array}$$

En appliquant la méthode des moindres carrés à (II), l'estimateur de B est:

$$b^* = \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_1 \end{pmatrix} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'Y$$

On montre facilement que sous  $H_0$ , la quantité:

$$Q_A = -\frac{1}{\sigma^2} (Ab)' \cdot (A (\underline{X}'\underline{X})^{-1} A')^{-1} \cdot (Ab) \sim \chi_{K_1}^2 \quad (11)$$

Si  $\sigma^2$  est connu, on accepte l'hypothèse (au seuil  $1-\alpha$ )  $H_0$ , à savoir que le modèle (I) est retenu si la quantité précédente est inférieure à la valeur au  $\chi^2$  tabulée c.a.d si  $Q_A \leq \chi_{K_1}^2$ ,  $1-\alpha$

$$-\frac{1}{\sigma^2} \cdot (Ab)' \cdot (A (\underline{X}'\underline{X})^{-1} A')^{-1} \cdot (Ab) \leq \chi_{K_1}^2 \quad (1-\alpha)$$

Si maintenant  $\sigma^2$  est inconnu, la quantité  $e'_{11} e_{11} / (N - (K + K_1))$  peut lui être substituée et on montre que:

$$\frac{(Ab)' \cdot (A \cdot (\underline{X}'\underline{X})^{-1} A')^{-1} \cdot (Ab) / K_1}{e'_{11} \cdot e'_{11} / N - (K + K_1)} \sim F_{K_1, N - (K + K_1)}$$

On accepte l'hypothèse  $H_0$  (ou le modèle (1) au seuil  $(1 - \alpha)$ ) si cette dernière quantité est inférieure à  $F_{K_1, N - (K + K_1)}^{(1 - \alpha)}$ .

D/ TEST DU RAPPORT DE VRAISSEMBLANCE:

$$\text{Soit } \lambda = \frac{\text{Max}_{AB=c, \sigma^2 > 0} L(\beta, \sigma^2)}{\text{Max}_{\sigma^2 > 0} L(\beta, \sigma^2)} \text{ le rapport de vraisemblance. (12)}$$

Avec  $L$  étant la fonction de vraisemblance associée à l'échantillon:

$$A = (\underline{Q} K_1 \times k' \quad 1 K_1) \quad , \quad c = \underline{Q} k_1 x_1$$

Dans le cas où  $\underline{\varepsilon}^* \sim N(\underline{0}, \sigma^2 I_N)$ , la valeur de  $\lambda$  devient:

$$\lambda = \frac{[(Y - \underline{X}b^*)'(Y - \underline{X}b^*)]^{N/2}}{[(Y - \underline{X}b)'(Y - \underline{X}b)]^{N/2}}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} b^* = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'Y & \text{et} \\ \underline{b} = b^* - (\underline{X}'\underline{X})^{-1} A' (A(\underline{X}'\underline{X})^{-1} A')^{-1} \cdot (Ab^*) \end{cases}$$

On rejettera l'hypothèse  $H_0$  ( $AB = c$ ) si  $\lambda$  est inférieur ou égal à une valeur  $\lambda_\alpha$  préalablement choisie et de telle sorte que:

$$P(\lambda > \lambda_\alpha) = 1 - \alpha$$

On rappellera que la statistique définie précédemment ( $\lambda$ ) est à l'origine de la statistique de FISHER ( $Q_a$ ) (voir 11) puisque:

$$(Y - \underline{Xb})'(Y - \underline{Xb}) = (Y - \underline{Xb}^*)'(Y - \underline{Xb}^*) + (b^* - \underline{b})'(X'X)(b^* - \underline{b})$$

ou d'une autre manière:

$$(Y - \underline{Xb})'(Y - \underline{Xb}) = e'_{||} e_{||} + (Ab^* - c)'(A(X'X)^{-1}A')^{-1}(Ab^* - c)$$

et donc:

$$\left( \lambda^{\frac{2}{N}} - \lambda \right) = \frac{(Ab^* - c)'(A(X'X)^{-1}A')^{-1}(Ab^* - c)}{e'_{||} e_{||}}$$

et finalement:

$$\left( \lambda^{\frac{2}{N}} - \lambda \right) = \frac{N - (K + K_1)}{K_1} = Q_A \quad \text{FISHER } (K_1, N - K - K_1)$$

On retient aussi que le test du maximum de vraisemblance n'utilise que le modèle (II) pour décider la série de variables explicatives.

D'autres statistiques (Wald et Multiplicateur de Lagrange notamment) sont utilisées pour répondre un problème qui nous concerne. Les relations qui existent entre les statistiques du Maximum de Vraisemblance, de Wald et du Multiplicateur de Lagrange sont développées en détail et pour un cas plus général de celui traité ici en Annexe (II).

#### E/ TEST DE SPECIFICATION DE HAUSMAN (1):

Le test s'interprète comme un test des variables omises. S'il se réfère à la partie (C), dans le cas où les variables sont omises, l'estimateur  $b$  est un estimateur biaisé, le biais étant égal à:

$$(X'X)^{-1} X'X_1 B_1$$

La procédure consiste donc à tester si le biais précédent est significativement égal ou différent de zéro:

$$H_0^* (X'X1) \beta_1 = 0$$

contre

$$H_1^* (X'X1) \beta_1 \neq 0$$

On peut remarquer que ce biais peut être nul sans pour autant que  $\beta_1$  soit lui-même nul. Il suffit pour cela que le rang de la matrice  $(X'X1)$  soit strictement inférieur à  $K1$ . Dans le cas où la matrice  $(X'X1)$  est telle que:

$$\text{rang}(X'X1) = K1$$

Le test précédent est équivalent alors au test classique, à savoir:

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

contre

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

La méthode proposée par Hausman consiste à comparer les deux estimateurs  $\bar{b}$  et  $b$  et tester si leur différence est significativement différente de Zéro. Pour cela, on utilise la statistique:

$$- (\bar{b} - b)' (V(\bar{b}) - V(b))^{-1} (\bar{b} - b) \quad (13)$$

car sous l'hypothèse  $H_0^*$ ,

$$V(\bar{b} - b) = V(\bar{b}) - V(b)$$

La démonstration de ce résultat est donnée en Annexe (11).

Dans le cas où  $\sigma^2$  est connu, la statistique précédente suit une loi au  $\chi^2$  à  $K$  degrés de liberté. Le test d'hypothèses est alors aisé à élaborer.

Si par contre  $\sigma^2$  est inconnu, on utilise, à la place de (13), la quantité suivante:

$$1/2 ((\bar{b}-b)') \cdot \left[ (X'M_X X)^{-1} - (X'X)^{-1} \right] (\bar{b}-b) \quad (14)$$



où  $\hat{\sigma}^2$  est un estimateur consistant de  $\sigma^2$ .

On rappellera que  $V(\bar{b}) = \hat{\sigma}^2 (XMX_1X)^{-1}$  et  $V(b) = \hat{\sigma}^2(X'X)^{-1}$   
(Sous  $H_0$ )

On rappellera aussi que nous avons montré que la matrice:

$$(X'M_{X_1}X)^{-1} - (X'X)^{-1}$$

positive semi-définie sous l'hypothèse  $H_0$  (modèle (I) le mieux spécifié alors que l'on choisit (II), voir partie (F)).

Si la différence entre  $\bar{b}$  et  $b$  est significativement égale à zéro, il peut arriver que  $(X'M_{X_1}X)^{-1} - (X'X)^{-1}$  soit singulière, on utilise alors l'inverse généralisée

#### F/ CONSEQUENCES SUR LES ESTIMATIONS LORSQU'ON CHOISIT LE MAUVAIS MODELE:

F.1 Supposons que l'on retienne le modèle (I) alors que c'est (II) qui met le mieux en relation  $Y$  et  $X$  ( $= [X, X_1]$ ).

Dans ces conditions l'estimateur des moindres carrés de  $b$  dans (I) est un estimateur biaisé de  $B$ . En effet:

$$b = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$E(b) = (X'X)^{-1} X' (XB^* + X_1B_1 + \epsilon^*) = B^* + (X'X)^{-1} X'_1 X_1 B_1$$

Le biais étant:

$$E(b - B^*) = (X'X)^{-1} X'_1 X_1 B_1$$

En exploitant ce dernier résultat, HAUSMAN (1) propose le test suivant pour décider du modèle à retenir:

$$H_0: (X'_1 X_1) b_1 = 0 \quad (\text{et donc (I) est retenu}).$$

$$\text{Contre } H_1: (X'_1 X_1) b_1 \neq 0 \quad ((\text{II}) \text{ retenu}).$$

Il faut remarquer que l'on peut être amené à décider pour le modèle (I) sans que  $b_1$  soit nul. En effet et si:

$$\text{Rang}(X'_1 X_1) < \min(K, K_1)$$

(1) HAUSMAN J.A (1978) "Specification test in econometrics"  
Econometrica 46-P.697-720.

Le système  $(X'X_1)b_1 = 0$  peut avoir une solution ( $b_1$ ) non nulle.

L'hypothèse  $H_0$  est équivalente à celle de  $B_1 = 0$  seulement dans le cas où  $\text{rang}(X'X_1) = K_1$  Condition nécessaire:  $K \gg K_1$ .

F.2 Lorsque l'inverse se produit, c.a.d que l'on opte pour (II) alors que (I) est mieux spécifié, le phénomène suivant se produit:

Si l'on désigne par  $b^* = (\bar{b}, b_1')$  l'estimateur des moindres carrés de  $(B^*, B_1)$  dans (II) on a:

$$b^* = (\underbrace{X'X}^{-1})^{-1} \underbrace{X'} Y \quad \text{avec } X = (X, X_1)$$

comme  $Y = XB + \varepsilon$

$$E(b^*) = (\underbrace{X'X}^{-1})^{-1} \underbrace{X'} XB = \beta$$

$$\text{c.a.d que } E(b) = \beta$$

Ainsi donc, l'addition d'une série de variables explicatives superflues ( $X_1$ ) en modèle (I) n'a pas de conséquence en matière de biais dans l'estimation de B.

Intéressons-nous à la variance de  $\bar{b}$ :

$$V(\bar{b}) = E(\bar{b} - E(\bar{b})) (\bar{b} - E(\bar{b}))'$$

Sous l'hypothèse que (I) est le modèle correctement formulé et si  $\text{rang}(X'X_1) = K_1$

$$V(\bar{b}) = \sigma^2 (X'M_{X_1}X)^{-1}$$

La variance de b est constituée des K premières lignes et colonnes de  $(X'X)^{-1}$  alors que celle de  $b$  dans (I) est:

$$V(b) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$$

Si l'on suppose que  $\text{rang}(X'M_{X_1}X)^{-1}X'M_{X_1} = K$

$$\text{Alors } (X'M_{X_1}X)^{-1}X'M_{X_1} = (X'X)^{-1}X' + D \quad (D(N \times K))$$

avec  $DX = 0$

$$V(\bar{b}) = E(\bar{b} - E(\bar{b})) (\bar{b} - E(\bar{b}))' = \sigma^2 (X' M_{x1} X)^{-1} X' M_{x1} M_{x1}' X (X' M_{x1} X)^{-1}$$

$$V(\bar{b}) = \sigma^2 (X' M_{x1} X)^{-1} = V(b) + \sigma^2 DD'$$

Comme  $DD'$  est une matrice positive semie-définie, on a alors:

$$(1) \quad V(\bar{b}) \geq V(b)$$

N.B. Les Annexes seront publiées dans le prochain numéro :

(1) au sens où la matrice  $(V(b) - V(\bar{b}))$  est une matrice positive semie-définie.

## B I B L I O G R A P H I E

### CRITERE DU COEFFICIENT DE CORRELATION MULTIPLE:

TW. ANDERSON - AN INTRODUCTION TO MULTIVARIATE STATISTICAL ANALYSIS  
JHON WILEY AND SOUS, INC - 1958 -PP:89 -93

H. THEIL PRINCIPALES OF ECONOMETRIES - N.Y:WILLY, 1971

J. KMENTA: ELEMENTS OF ECONOMETRICS -MACMILLAN - 1971

### CRITERE DE MOINDRE VARIANCE RESIDUELLE:

T. AMEMIA LECTURES NOTES - ECONOMETRICS 27 -  
STANFORD UNIVERSITY

H. THEIL PRINCIPALES OF ECONOMETRICS - N.Y WILEY, 1971

### TEST DE FISHER:

LAU ECONOMETRICS 272 - LECTURE NOTES -  
STANFORD UNIVERSITY

A. MONFORT COURS DE STATISTIQUE.ECONOMICA - 1982 -PP.261-263

### TESTS DU MULTIPLICATEUR DE LAGRANGE, DE WALD ET DU RAPPORT DE VRAISEMBLANCE:

#### ERUST R.BERNDT AND ENGENE SAVIN:

- CONFLICT AMONG CRITERIA FOR TESTING HYPOTHESES  
IN THE MULTIVARIATE LINEAR REGRESSION MODEL -  
ECONOMETRICA VOL 45 - N°5 PP.1263-1277

T.S. BRENSCH:- CONFLICT AMONG CRITERIA FOR TESTING HYPOTHESES:  
EXTENSIONS AND COMMENTS AUSTRALLIAN NATIONAL  
UNIVERSITY - WORKING PAPER N°52 - SEPTEMBRE 1977

T.W. ANDERSON: - AN INTRODUCTION TO MULTIVARIATE STATISTICAL  
ANALYSIS - JHON WILLY AND SOUS-INC - 1958

T. AMEMIYA - LECTURES NOTES - ECONOMETRIES 274 -  
STANFORD UNIVERSITY 1978

C.FOURGEND - A FUCHS:

- STATISTIQUE - DUNOD - 1972

A. MOUFORD: - COURS DE STATISTIQUE MATHEMATIQUE -ECONOMICA 1982

TEST DE HAUSMAN:

A. HAUSMAN: - (1978)"SPECIFICATION TESTS IN ECONOMETRICS -  
ECONOMETRICA, 46 - P749-759

ALBERTO HOLLY - UNE PRESENTATION UNIFIEE DES TESTS  
D'EXOGENEITE DANS DES MODELES A EQUATIONS  
SIMULTANEEES - ANNALES DE L'INSEE - N°50 1983.



Je désire souscrire un abonnement annuel à Journal of Technology

Nom : \_\_\_\_\_

Raison sociale : \_\_\_\_\_

Adresse : \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Je joins mon règlement à la demande au compte

C.C.P. N° 16196-58

Agent comptable

de l'Ecole Nationale Polytechnique  
10 Avenue Pasteur El Harrach

Signature

Abonnement annuel (1)

Prix promotionnel

4 numéros : 60 DA

90 FF

(1) Frais d'envois en sus

Je désire souscrire un abonnement annuel à Journal of Technology

Nom : \_\_\_\_\_

Raison sociale : \_\_\_\_\_

Adresse : \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Je joins mon règlement à la demande au compte

C.C.P. N° 16196-58

Agent comptable

de l'Ecole Nationale Polytechnique  
10 Avenue Pasteur El Harrach

Signature

Abonnement annuel (1)

Prix promotionnel

4 numéros : 60 DA

90 FF

(1) Frais d'envois en sus

Je désire souscrire un abonnement annuel à Journal of Technology

Nom : \_\_\_\_\_

Raison sociale : \_\_\_\_\_

Adresse : \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Je joins mon règlement à la demande au compte

C.C.P. N° 16196-58

Agent comptable

de l'Ecole Nationale Polytechnique  
10 Avenue Pasteur El Harrach

Signature

Abonnement annuel (1)

Prix promotionnel

4 numéros : 60 DA

90 FF

(1) Frais d'envois en sus

Ecole Nationale Polytechnique  
Avenue Pasteur  
Hassen Badi EI-HARRACH  
ALGER (10°) ALGERIE

Ecole Nationale Polytechnique  
Avenue Pasteur  
Hassen Badi EI-HARRACH  
ALGER (10°) ALGERIE

Ecole Nationale Polytechnique  
Avenue Pasteur  
Hassen Badi EI-HARRACH  
ALGER (10°) ALGERIE

Achévé d'imprimer sur les presses  
de l'OFFICE DES PUBLICATIONS  
UNIVERSITAIRES

1, Place Centrale de Ben Aknoun (Alger)

### 3. PRESENTATION DU TEXTE :

Les textes doivent être envoyés en trois exemplaires dactylographiés sur une page recto seulement avec une marge importante (5cm) de manière que la partie écrite s'inscrive dans un format 15 cm X 10 cm. La revue étant elle-même d'un format 21 cm X 15 cm et l'impression est faite recto-verso, chaque publication doit comporter une dizaine de pages environ.

Une page compte environ 25 lignes, et chaque ligne, 50 lettres. Les lettres grecques et les symboles inhabituels seront identifiés en toutes lettres dans la marge du manuscrit la première fois qu'ils seront utilisés.

Les équations doivent être numérotées dans le texte en chiffres arabes et on évitera l'emploi simultané des indices.

Les références dans le texte apparaîtront par numéro entre crochets placé éventuellement après le nom d'un ou deux auteurs au maximum. La liste des références sera frappée en double interligne à la fin du texte dans l'ordre avec lequel elles apparaissent dans le texte. Pour les articles, la présentation suivante est conseillée : Nom et initiales des auteurs, titre de l'article nom du journal, volume, chapitre ou page et la date entre parenthèses.

La nomenclature et les abréviations doivent être présentées par ordre alphabétique enfin de texte avant la liste des références. Le système d'unités employé est le système international. Toutefois, si la pratique industrielle ou les conventions utilisées dans le domaine nécessitent un autre système d'unités, l'équivalence dans le système international devra apparaître entre parenthèses.

### 4. PRESENTATION DES FIGURES :

Les originaux des figures devront être envoyés sur papier calque blanc dessinées à l'encre de chine. Les légendes des figures devront se trouver sur une feuille accompagnant le texte manuscrit mais en aucun cas ne seront insérées sur la figure elle-même.

Les photographies, bien contrastées doivent s'inscrire dans le format 15 X 10. La numérotation des figures et des photographies est commune. Une liste doit en être fournie à part, avec leurs titres.

Toutes les figures doivent être présentées dans le texte : (Fig. 1) aux emplacements souhaités.

### 5. PRESENTATION DES TABLEUX :

Ils sont numérotés à part des figures et doivent être présentés dans le texte : (tableau I) aux emplacements qui leur sont destinés.

