

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE PUBLICATION

# JOURNAL OF TECHNOLOGY

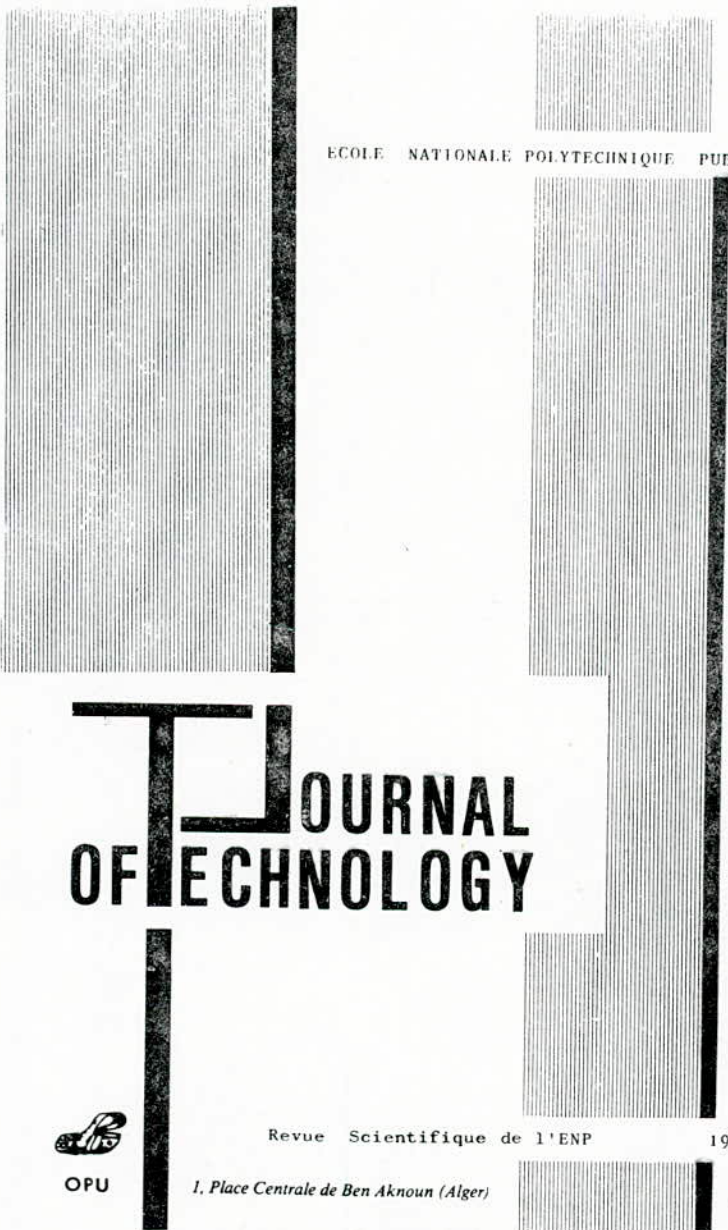


OPU

Revue Scientifique de l'ENP

1986 N°3

1, Place Centrale de Ben Aknoun (Alger)



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE PUBLICATION

# JOURNAL OF TECHNOLOGY



OPU

Revue Scientifique de l'ENP

1986 \ 3

*1, Place Centrale de Ben Aknoun (Alger)*

© OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES: 12 — 86

Codification: 4-02. 2607

\* EDITORIAL \*

L'actuelle organisation de la recherche scientifique dans les établissements universitaires franchit une étape significative en cette fin d'année 1986 par l'application de la dernière phase prévue par les décrets 83-455, 86-52 et 86-53.

En effet, pour les chercheurs associés, cette phase correspond à l'évaluation de leurs activités de recherche et de leurs résultats. Prévue implicitement par l'article 4 du décret 85-53, elle doit nécessairement précéder la décision de reconduire le contrat vers l'objectif contractuel suivant ou l'interrompre en cas d'évaluation nettement négative.

Ainsi cette première étape de l'organisation de la recherche est complétée. Elle permet de constater avec satisfaction l'achèvement du processus commencé en 1983 avec la définition des objectifs assignés aux unités de recherche, suivi en 1985 par la création des unités avec le potentiel humain des établissements universitaires, puis en 1986 par l'habilitation des projets de recherche et la signature des contrats correspondants.

Voilà donc complété le processus d'habilitation d'une recherche, dont les objectifs et les projets sont coordonnés et concertés avec les principaux objectifs économiques, par le Haut Commissariat à la Recherche et dont les modalités d'exécution sont décentralisées vers les établissements de rattachement consacrant ainsi leur maturité académique et leur conférant un rôle déterminant sur l'évolution future de la recherche scientifique et technique.

Indépendamment des retouches qui pourraient éventuellement être apportées à cette organisation, l'avenir de la recherche scientifique universitaire et le renom des établissements eux-mêmes, reposera essentiellement sur la qualité des résultats obtenus et sur leur relevance. Il importe donc d'être rigoureux et même exigeant dans les évaluations qui en seront faites. Il importe surtout de travailler à la solution des problèmes de notre société en collaboration effective avec le monde industriel.

Le Directeur



M. AIT-ALI, Prof.



\* TABLE DES MATIERES \*

1/	ABIDA - BOULEMDEN Model reference control of discrete dynamic systems	01 - 08
2/	L. ALLEN & M. BOUTLENDJ The effect of humidity on positive impulse Breakdown in a divergent electric field	00 - 23
3/	D. BERKANI Etude statistique des signaux sonores	24 - 99
4/	NEZLI - MOUMEN Simulation numérique du fonctionnement d'une machine synchrone autopilotée	40 - 62
5/	BOUABDELLAH - SCHMITT Etude de la cinétique de décomposition	63 - 76
6/	SALAH - BEDNARDCZYK Contribution à l'étude du régime transitoire dans une conduite forcée à écoulement gravitaire	77 - 91
7/	R. KETTAB Etude expérimentale de l'influence du béton sur la capacité portante d'une poutre hyper statique en béton armé	92 - 110
8/	SAICHI Etude expérimentale des rigidités du sol pour les fondations rectangulaires enterrées soumises à des mouvements de rotation	111 - 123
9/	CHERRARED Etude expérimentale des rigidités du sol pour les fondations rectangulaires enterrées soumises à des mouvements de translation	124 - 137
10/	FERROUKHI Tests des variables omises: différentes approches	138 - 151

## MODEL REFERENCE CONTROL OF DISCRETE DYNAMIC SYSTEMS

L. ABIDA, Ph.D.

Institut d'électronique, Université de Constantine,  
Route Ain-El-Bey, Constantine, Algérie.

M. BOULEMDEN, Ph.D.

Institut d'électronique, Université de Constantine,  
Route Ain-El-Bey, Constantine, Algérie.

ملخص:

في هذه المقالة نعالج مسألة التحكم  
في الانظمة المنفصلة ذات المعاملات المتغيرة.  
بواسطة التحكم عن طريق النماذج المرجعية.

### Summary

In this paper we deal with the problem of control  
of discrete dynamic multivariable systems via Model Reference  
Control (MRC).

### Résumé

Dans cet article on traite le problème du contrôle des  
systèmes discrets à coefficients variables par l'intermédiaire du  
contrôle à modèle de référence.

## 1. INTRODUCTION

Model Reference Control (MRC) is based upon the idea of matching the outputs of the system to be controlled to those of a reference model. The model itself has, incorporated within it, the system design specification. The controller works together with the model in order to incorporate these specifications into the system.

MRC dates back to Whitaker [1]. Since then a flourishing amount of literature has appeared. Early attempts on MRC of multivariable systems constrained the system to follow the perfect model following conditions [2]. Broussard [3] introduced the concept of Command Generator Tracker (CGT) to control linear time invariant systems. The CGT controller provides the following advantages :

- It requires only output measurements.
- It is required to satisfy less restrictive conditions than the perfect model following.

Abida and Kaufman [4] extended the CGT concept to linear time varying continuous systems. In this paper the CGT concept is further extended to the class of linear time varying discrete systems.

## 2. PROBLEM STATEMENT

Let the system to be controlled be described by the following process equations :

$$x(k+1) = A(k) x(k) + B(k) u(k) \quad (1)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (2)$$

and let the model to be followed be described by the following set of linear time invariant equations :

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u_m(k) \quad (3)$$

$$y_m(k) = C_m x_m(k) \quad (4)$$

$x(k)$  and  $x_m(k)$  are the  $n \times 1$  system and model states.

$u(k)$  and  $u_m(k)$  are the  $m \times 1$  system and model inputs.

$y(k)$  and  $y_m(k)$  are the  $p \times 1$  system and model outputs.

$A, A_m, B, B_m, C$  and  $C_m$  are appropriately dimensioned matrices.

The objective is to find a control sequence  $u(.)$  such that the system outputs follow those of the model, that is if:

$$e(k) = y(k) - y_m(k)$$

then the goal is to find  $u(.)$  that ensure the following:

$$e(k) = 0 \quad \text{for } k \geq k_0 \quad \text{if } y(k_0) = y_m(k_0)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0 \quad \text{otherwise}$$

### 3. DYNAMIC DISCRETE CGT EQUATIONS

Consider the system to be controlled and the model to be followed be given by the set of equations (1)-(4) above mentioned. In such a case perfect tracking will occur when the system output is identically equal to that of the model, i.e.:

$$y(k) = y_m(k) \quad \text{for } k \geq k_0$$

The control vector that will ensure such a condition is called the ideal control and is labeled  $u^*(k)$ . The resulting state vector is the ideal state  $x^*(k)$ .

By definition, the ideal variables have to satisfy the following equations:

$$x^*(k+1) = A(k)x^*(k) + B(k)u^*(k) \quad (5)$$

$$Cx^*(k) = C_m x_m(k) \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x^*(k) \\ u^*(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}(k) & S_{12}(k) \\ S_{21}(k) & S_{22}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(k) \\ u_m(k) \end{bmatrix} \quad (7)$$

where the  $S_{ij}$  ( $i=1,2$   $j=1,2$ ) matrices are appropriately dimensioned.

Assuming that  $u_m(k) = u_m(k+1)$  for all values of  $k$  then the combination of equations (3), (5) and (6) gives:

$$A(k)S_{11}(k) + B(k)S_{21}(k) = S_{11}(k+1)A_m \quad (8)$$

$$A(k)S_{12}(k) + B(k)S_{22}(k) = S_{12}(k+1)B_m \quad (9)$$

$$CS_{11}(k) = C_m^- \quad (10)$$

$$CS_{12}(k) = 0 \quad (11)$$

Note that equations (8) - (11) can be condensed as follows :

$$\begin{vmatrix} A(k) & B(k) \\ C & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{11}(k) & S_{12}(k) \\ S_{21}(k) & S_{22}(k) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11}(k+1) & S_{12}(k+1) + S_{11}(k+1)B_m \\ C_m & 0 \end{vmatrix} \quad (12)$$

Assuming that  $m=p$  i.e. the number of inputs is equal to the number of outputs and furthermore that matrix :

$$\begin{vmatrix} A(k) & B(k) \\ C & 0 \end{vmatrix}$$

is invertible for all values of  $k$ , then by letting :

$$\begin{vmatrix} A(k) & B(k) \\ C & 0 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} O_{11}(k) & O_{12}(k) \\ O_{21}(k) & O_{22}(k) \end{vmatrix} \quad (13)$$

we can see that matrix  $O_{11}(k)$  is always singular except if matrix  $C$  is identically equal to a null matrix.

By substituting in equation (12) from equation (13) we obtain the following set of equations :

$$S_{11}(k) = O_{11}(k)S_{11}(k+1)A_m + O_{12}(k)C_m \quad (14)$$

$$S_{12}(k) = O_{11}(k)S_{11}(k+1)B_m + O_{12}(k)S_{12}(k+1) \quad (15)$$

$$S_{21}(k) = S_{21}(k)S_{11}(k+1)A_m + O_{22}(k)C_m \quad (16)$$

$$S_{22}(k) = O_{21}(k)S_{11}(k+1)B_m + O_{21}(k)S_{12}(k+1) \quad (17)$$

It is easy to see that matrices  $S_{21}$  and  $S_{22}$  are dependent upon matrices  $S_{11}$  and  $S_{12}$  via equations (16) and (17). So by solving equations (14) and (15) for  $S_{11}$  and  $S_{12}$ ,  $S_{21}$  and  $S_{22}$  will follow immediately.

#### 4. SOLUTION OF THE DYNAMIC DISCRETE EQUATIONS

Consider equations (14) and (15). By means of algebraic transformations, these equations can be written in the



following fashion :

$$E(k)z(k+1) = z(k) + F(k) \quad (18)$$

and

$$E'(k)z'(k+1) = z'(k) + F'(k) \quad (19)$$

for equations (14) and (15) respectively, where :

-z is the  $n^2 \times 1$  vector formed by packing the  $S_{11}$  matrix in one column vector.

-E is the  $n^2 \times n^2$  matrix defined by :

$$E(k) = \begin{vmatrix} a_{m11}O_{11}(k) & \dots & a_{mnl}O_{11}(k) \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1n}O_{11}(k) & \dots & a_{mnn}O_{11}(k) \end{vmatrix} \quad (20)$$

The  $a_{mij}$ ,  $i=1,n$   $j=1,n$  being the elements of the model matrix  $A_m$ . F is the  $n^2 \times 1$  vector formed by packing the columns of the matrix  $O_{12}(k)C_m$  in one column vector. F' is the  $mn \times 1$  vector formed by packing the column vectors of the matrix  $O_{11}(k)S_{11}(k+1)B_m$  in one column vector. E' is the  $mn \times mn$  matrix defined by :

$$E'(k) = \begin{vmatrix} O_{11}(k) & & & & \\ & \cdot & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & O_{11}(k) \end{vmatrix} \quad (21)$$

z' is the  $mn \times 1$  vector formed by packing the column vectors of the matrix  $S_{12}$  in one column vector. Equations (18) and (19) are in the discrete dynamic descriptor form.

Consider equation (18), and assume that matrix E is of rank q. Then by elementary row operations it can be written as :

$$\begin{vmatrix} L(k) \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} z(k+1) = \begin{vmatrix} M(k) \\ \dots \\ W(k) \end{vmatrix} z(k) + \begin{vmatrix} F_1(k) \\ \dots \\ F_2(2) \end{vmatrix} \quad (22)$$

The matrices  $L$ ,  $M$ ,  $W$ ,  $F_1$  and  $F_2$  are appropriately dimensioned and determined by row operations so that matrix  $L$  is of rank  $q$ . The descriptor variable  $z$  remains unchanged. The above formulation (22) can be manipulated to yield a state space representation of the dynamic equations (18).

**Definition:** A vector  $r$  is said to be a state vector for the set of dynamic equations (18) if its knowledge and that of matrix  $F$  are sufficient to uniquely determine the descriptor vector  $z$ .

**Theorem:** A vector  $r(k) = G(k)z(k)$  is a state vector for the dynamic equation (18) if and only if matrix:

$$\begin{vmatrix} G(k) \\ W(k) \end{vmatrix} \neq 0$$

is nonsingular. Furthermore, by letting  $G(k) = L(k-1)$ , the state space representation of equation (18) will be:

$$r(k+1) = M(k)S(k)r(k) - M(k)V(k)F_2(k) + F_1(k) \quad (23)$$

$$z(k) = S(k)r(k) - V(k)F_2(k) \quad (24)$$

where:

$$\begin{vmatrix} S(k) & V(k) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L(k-1)^{-1} \\ W(k) \end{vmatrix}$$

**Corollary:** The state representation (23) and (24) of equation (18) can be manipulated to yield a recursive formula that will determine the descriptor vector  $z$  as follows:

$$\begin{aligned} z(k+1) &= S(k+1)M(k)z(k) - S(k+1)M(k)V(k)F_2(k) \\ &\quad - S(k+1)F_1(k) - V(k+1)F_2(k+1) \end{aligned} \quad (25)$$

So by choosing  $S_{11}(0)$  i.e.  $z(0)$  to satisfy the algebraic equation (10) and using it in the recursive formula (25), we can generate the whole sequence  $z(k)$  i.e.  $S_{11}(k)$ .

A similar arrangement for equation (19) will allow us to generate the matrix  $S_{12}(k)$ .

The matrices  $S_{11}(k)$  and  $S_{22}(k)$  can be obtained directly from equations (16) and (17) respectively.

The previous analysis shows that the  $S_{ij}$  matrices can be generated therefore that the ideal variables  $x^*(k)$  and  $u^*(k)$  can be made available via equation (17). Finally, note that the  $S_{ij}$  matrices can be generated off-line when the system matrices are known thus allowing an efficient use of the on-line computer time. See [5] for details.

## 5. CONTROL ALGORITHM

For the system described by the process equations (1) and (2) and the model equations (3) and (4), the control law is chosen to be of the form:

$$u(k) = u^*(k) + K_e(k)(y^*(k) - y(k)) \quad (26)$$

Let the error be defined as:

$$e(k) = x^*(k) - x(k) \quad (27)$$

then using equations (1), (5), (6) and (22) the difference equation can be developed as follows:

$$e(k+1) = x^*(k+1) - x(k+1) \quad (28)$$

or

$$e(k+1) = [A(k) - B(k)K_e(k)C] e(k)$$

Hence provided that the system to be controlled is stabilizable from the output, stability can be guaranteed by choosing the gain matrix  $K_e(k)$  to stabilize the matrix:  $A(k) - B(k)K_e(k)C$ .

## 6. SUMMARY

The control algorithm of equation (22) can ensure instant following when perfect following occurs, it only ensures asymptotic following otherwise if the system to be controlled is output stabilizable.

## REFERENCES

1. P.V. Osborn, H. P. Whitaker and A. Keezer, "New Development in the Design of Adaptive Control Systems", Institute of Aeronautical Science , 1961.
2. H. Erzberger, "Onthe Use of Algebraic Methods in the Analysis and Design of Model Reference Control Systems", NASA TND, 4663, 1963.
3. J. Broussard and P. Berry, "Command Generator Tracker, The Continuous Case", TASC Technical Information in Memorandum.
4. L. Abida and H. Kaufman, "Model Reference Control of Linear and Nonlinear Multivariable Systems", IFAC Conference, California, 1983.
5. L. Abida, "Adaptive and Nonadaptive Model Reference Control of Linear Time Varying and Nonlinear Multi-variable Systems", Ph.D. Thesis, RPI, Troy, New York, June 1982.

The Effect of Humidity on Positive Impulse  
Breakdown in a Divergent Electric Field

N. L. ALLEN and M. BOUTLENDJ

Dept. of Electrical and Electronic Eng.

Leeds University U.K.

ملخص :

هذا البحث مؤسس عن تجاريب تخص مسافة 1 مترا في الهواء ما بين "ساق و سطح" في جو رطب. تهتم هذه الابحاث ببعض تأثيرات علامات التوتر و نالخص تأثير شكل موجة التوتر و تغير الرطوبة المطلقة على توتر التفريغ التام.

**Abstract:**

The study consists of tests made on a rod-plane air-gap of 1 metre in a humid atmosphere. It deals with some effects of the voltage characteristics, particularly the waveshape effect and the absolute humidity variation, upon the breakdown voltage.

**Résumé:**

L'étude est basée sur des tests faits sur un intervalle d'air pointe-plan dans une atmosphère humide. Elle traite de quelques effets dûs aux caractéristiques de la tension, particulièrement l'effet de la forme d'onde ainsi que la variation de l'humidité absolue, sur la tension de décharge disruptive.



The Effect of Humidity on Positive Impulse  
Breakdown in a Divergent Electric Field

Dr N. L. ALLEN and M. BOUTLENDJ  
Dept. of Electrical and Electronic Eng.  
Leeds University U.K.

1. INTRODUCTION

In air, breakdown occurs as a result of collisional ionization processes. These processes are modified when other compounds are naturally or artificially mixed with air-molecules. Amongst these, water vapour is always present in the air. For this reason, humidity has a large role in breakdown of gases. Up to now, little information has been available concerning its effects, and some doubts exist concerning the definitive corrections to apply for measured voltages under humid atmosphere. This may be due to the lack of data concerning the physical processes of the pre-discharges when associated with variable atmospheric conditions.

2. EXPERIMENTAL SET-UP AND PROCEDURE.

The experiments were conducted in a closed laboratory, and steam was injected to vary humidity. Absolute humidity was continuously measured by an electronic dew-point meter DP 383 R.

Extra measures for a check routine have been made by means of a wet and dry thermometer bulb placed near the experiment air gap.

Absolute humidity was within the range  $4 - 17 \text{ g/m}^3$ . A rod electrode of brass, hemispherically ended, with a curvature-radius of 1 cm, was mounted vertically in air by means of an insulator chain fixed in the ceiling of the laboratory. The ground electrode is an aluminium square plate with dimensions of 2000 mm x 2000 mm, and 2 mm thickness. A ten-stages, 1 MV, 7 kJ, Marx-connected impulse generator was used to generate various impulse waveshapes.

The test gap of 1 metre was stressed with positive impulses of  $1/50 \mu\text{s}$ ,  $2.5/370 \mu\text{s}$ ,  $3.5/3270 \mu\text{s}$ ,  $4.5/50 \mu\text{s}$ ,  $12/50 \mu\text{s}$ ,  $45/1650 \mu\text{s}$ ,  $100/3570 \mu\text{s}$  and  $170/3570 \mu\text{s}$ .

An additional gap of 60 cm for comparisons was stressed only by positive impulses of  $1.8/3000 \mu\text{s}$  and  $45/1650 \mu\text{s}$ . Wavetails and wavefronts were varied by means of various combinations of tail resistors, front resistors, and extra capacitors in parallel with the capacitive potential divider.

Twenty shots were applied for each voltage level at intervals of 20 seconds. The 50% breakdown voltage was determined using the IEC method.

### 3. VARIATION OF 50% WITH ABSOLUTE HUMIDITY

#### 3.1. Lightning Impulses

The general trend of 50% breakdown voltages versus absolute humidity is shown in Figures 1, 2 and 5 for one metre and 60 cm gaps. The breakdown voltage appears to increase with increasing absolute humidity. When a lightning impulse is applied, breakdown occurs generally around the crest vicinity of the wave. Furthermore, an increase in humidity diminishes the corona size near the rod electrode [1] [2], therefore, a

considerable reduction in positive ions results, then requiring a higher electric field to break-down the gap. For  $1/50 \mu s$  and  $4.5/50 \mu s$  waves, the process described previously is very prominent.

However, an increase in front time from  $1 \mu s$  to  $12 \mu s$  may increase the importance of the leader stage.

For a gap spacing of 1 metre, most of the discharge path is governed by the leader properties. The rise-time of the impulse affects the length of the leader predischARGE. When the time-to-crest is short ( $1 \mu s$ ,  $4.5 \mu s$ ) breakdown results mostly from the streamer corona.

When the time-to-crest increases, a leader may be initiated, and then, its importance will increase with the rise-time of the impulse.

The leader can also easily propagate when an impulse wavetail is very long. in that case, breakdown occurs within the impulse tail.

According to the previous remarks, for a one metre gap the streamer mechanism governs  $1/50 \mu s$ ,  $4.5/50 \mu s$  and  $2.5/370 \mu s$  waves whereas, a leader phase, variable with the front and the tail of the impulse, exists with  $12/50 \mu s$  and  $3.5/3270 \mu s$ .

### 3.2. Switching Impulses

When impulses with long front duration are applied, the rate of rise of the voltage is relatively slow. After the start of the first burst pulse, many other coronas may follow at relative low values of the voltage. These coronas may successively lead to the formation of a leader. In the present case,  $45/1650 \mu s$ ,  $100/3570 \mu s$  and  $170/3570 \mu s$  were used. The minimum flashover voltage is obtained with  $100/3570 \mu s$ , and  $45 \mu s$  with  $170 \mu s$  are around this critical point, where the leader formation

is likely [3]. For the three waves, most of the predischage process was dictated by the leader corona.

#### 4. VARIATION OF $V_{50\%}$ AND $k_h$ WITH TIME-TO-CREST

Figure 3 gathers two U-shaped characteristics obtained for one metre gap. The humidity correction factor and the 50% breakdown voltage show a similar trend, when plotted against the time-to-crest.

This implies the existence of a critical time to crest for the humidity correction factor as well. This curve provides relevant corrections to apply for a given waveshape and for a gap length of 1 metre. The critical time to crest corresponding to a minimum humidity correction factor of  $0.26\%/g/m^3$  is within  $30-60 \mu s$ . In the same way, the minimum in 50% breakdown voltage corresponds to a critical time to crest within  $80-130 \mu s$  (Figure 3). For comparison purposes an international comparison was made in Figure 4 and the present results joint, seem to fit quite well with those of Aihara [4] [5] for one metre gap. The general trend of the whole results displays a U-curve, but most of the results with switching impulses cram together within  $40-500 \mu s$ .

Figure 4a extends the correction factors as a function of gap length corresponding to particular range of impulse risetimes. Therefore, it allows a more complete correction to apply for voltages.

#### 5. 30% BREAKDOWN VOLTAGE PROBABILITY AND STANDARD DEVIATION

The standard deviation  $\sigma$  of 50% breakdown voltage is obtained as the difference of the voltages at  $P(V_{50\%}) = 50\%$  and  $P(V_{16\%}) = 16\%$  or also at  $P(V_{84\%}) = 84\%$  and  $P(V_{50\%}) = 50\%$  since the Gaussian distribution is symmetrical. Provided that we made a restriction to a range of about 5-95% breakdown discharge probability, an assumption of a normal



distribution is possible. outside this range, special methods must be adopted. According to Feser [6], with impulse voltage, the breakdown probability displays a non-Gaussian distribution for gaps less than one metre. In the present case, the scatter is more pronounced especially with switching impulses of 100/3570  $\mu\text{s}$  and 170/3570  $\mu\text{s}$  at higher humidities.

For lightning impulses, the scatter is reduced and the calculated standard deviations were between 1 - 3% for a range of humidity 7-13.5g/m<sup>3</sup>.

For switching impulses, the standard deviations were within 3 - 7%. The highest value of  $\sigma$  is 7.2% and is obtained for 45/1650  $\mu\text{s}$  impulse at 10.5g/m<sup>3</sup>. Furthermore, the highest value of  $\sigma$  for 100/3570  $\mu\text{s}$  and 170/3570  $\mu\text{s}$  is found around the standard value of humidity (11g/m<sup>3</sup>).

The standard deviation values were 4.84% for 100/3750  $\mu\text{s}$  and 4.66% for 170/3750  $\mu\text{s}$  respectively for the same humidity of 10.0g/m<sup>3</sup>.

Although we do not have sufficient data to generalize this remark, an important point is that, the range of 10 - 12g/m<sup>3</sup> shows that it can play a role of a transition interval for the pre-discharge phenomena.

## 6. CONCLUSIONS

From the present study, the following conclusions can be brought out :

- 1) Humidity can be taken as a means to detect and study the transitions in pre-discharge phenomena, particularly around 10 - 12 g/m<sup>3</sup>.
- 2) Amongst the range of the investigated impulses, the influence of humidity appears to be more prominent for lightning impulses than for switching impulses. Furthermore the correction factors are



found to be higher for 0.60 m than for 1 metre (Table 1 and 2).

- 3) The humidity correction factor exhibits a U-curve when plotted against the impulse rise-time. This implies an existence of a critical-time-to-crest giving a minimum correction factor for a given gap length.
- 4) The standard deviation  $\sigma$  is found to be higher for switching impulses than for lightning impulses.

Furthermore, the highest standard deviations were found around absolute humidity values of 10 - 12 g/m<sup>3</sup> for switching impulses of 45/1650  $\mu$ s, 100/3570  $\mu$ s and 170/3570  $\mu$ s.

References:

- [1] N. L. ALLEN, D. DRING., Proc. 7th Int. Conference on Gas Discharges, London, 1982.
- [2] G. BERGER., D.Sc. Thesis, Université Paris-Sud, Orsay, 1980.
- [3] W. BUSH., "Air humidity: An important factor for UHV design". IEEE Trans. PAS-91, No 6, 1978.
- [4] Y. AIHARA, T. HARADA, Y. AOSHIMA, Y. ITO., "Impulse flashover characteristics of long air gaps and atmospheric correction". IEEE Trans. PAS-97, No 2, 1978.
- [5] T. HARADA, Y. AIHARA, Y. AOSHIMA "Influence of humidity on lightning and switching impulse flashover voltages". IEEE Trans. Vol. PAS-90, 1971.
- [6] K. FESER., "Influence of corona discharges on the breakdown voltage of air gaps". Proc. IEE, Vol. 118, No 9, 1971.

Table 1: Humidity Corrections Factors  
and Standard Deviations  
for 1 metre rod-plane gap.

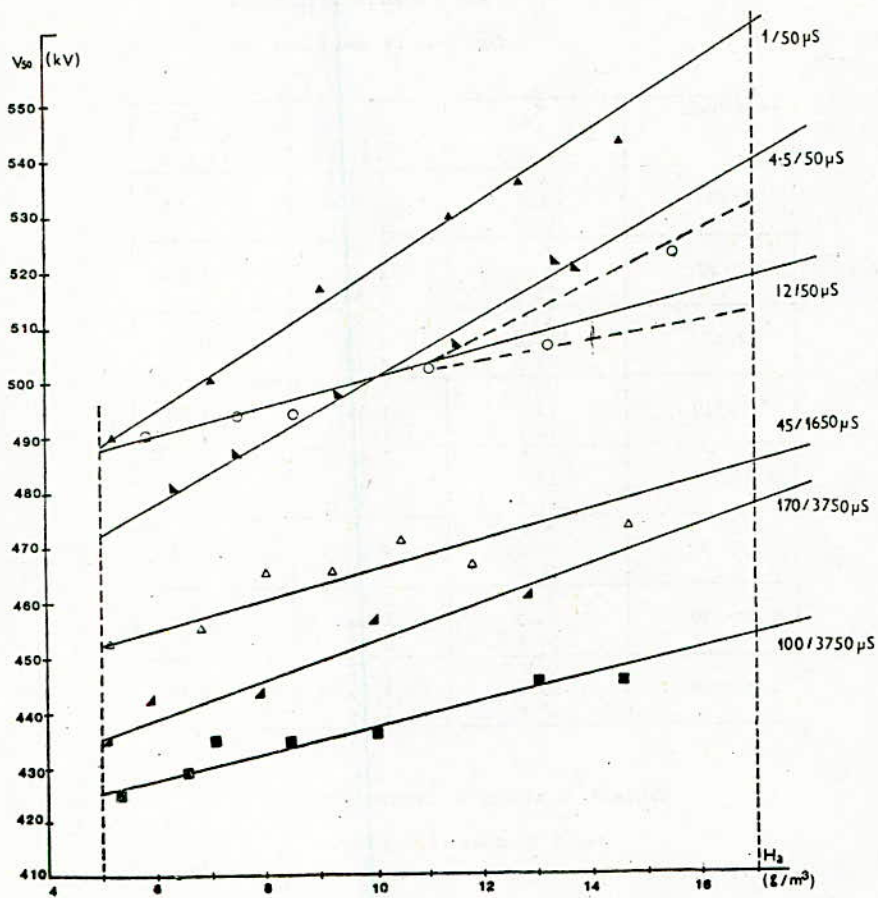
Waveshape ( $\mu\text{s}$ )	$H_a$ ( $\text{g}/\text{m}^3$ )	$\sigma$ (%)	$k_h$ ( $\text{g}/\text{m}^3$ )
1/50	7.0	1.76	1.20
	9.0	1.82	
	12.7	1.63	
4.5/50	6.3	1.83	1.10
	9.3	2.01	
	13.3	2.80	
12/50	8.5	2.60	0.49
	11.0	3.20	
	13.2	2.80	
2.5/370	9.0	1.87	1.08
	13.2	1.84	
	18.0	1.36	
3.5/3270	4.3	3.92	1.11
	10.6	2.59	
	16.2	3.87	
45/1650	9.2	4.46	0.26
	10.5	7.20	
	14.7	4.80	
100/3570	4.8	3.60	0.48
	10.0	4.84	
	14.5	2.92	
170/3570	5.9	3.91	0.76
	10.0	4.66	
	12.8	4.18	

Table 2: Humidity Correction Factors  
for 0.60 m Rod-Plane Gap.

Waveshape ( $\mu\text{s}$ )	$k_h$ ( $\text{g}/\text{m}^3$ )
1.8/3000	1.50
45/1650	0.46

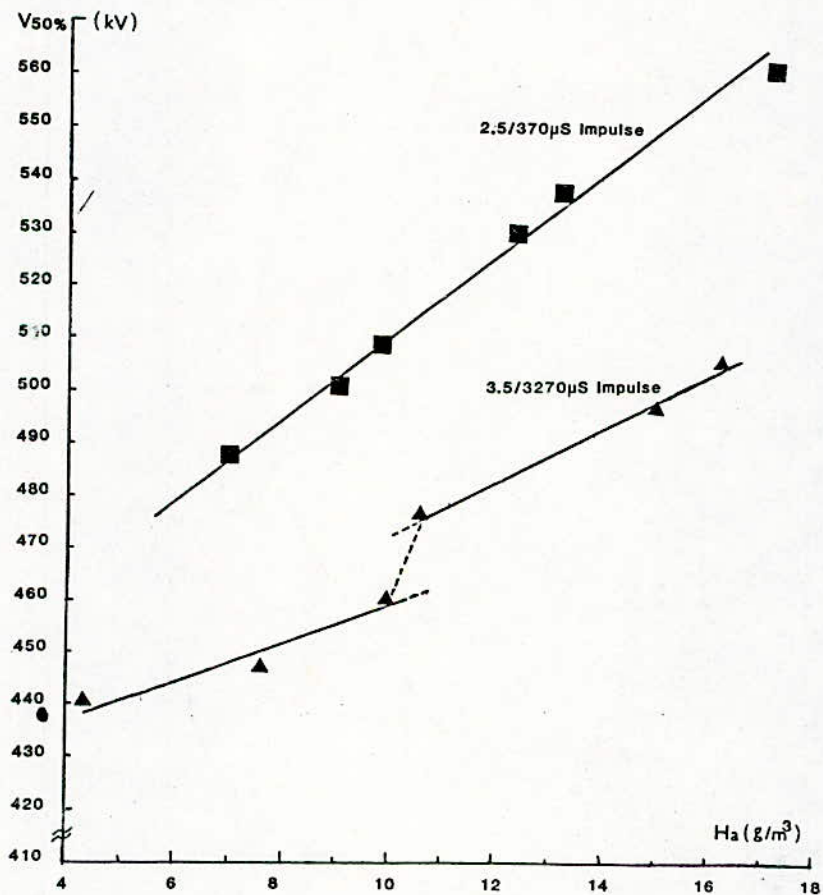
50% Breakdown Voltage Versus Abs Humidity For 1m Rod-Plane Air-Gap

Fig 1

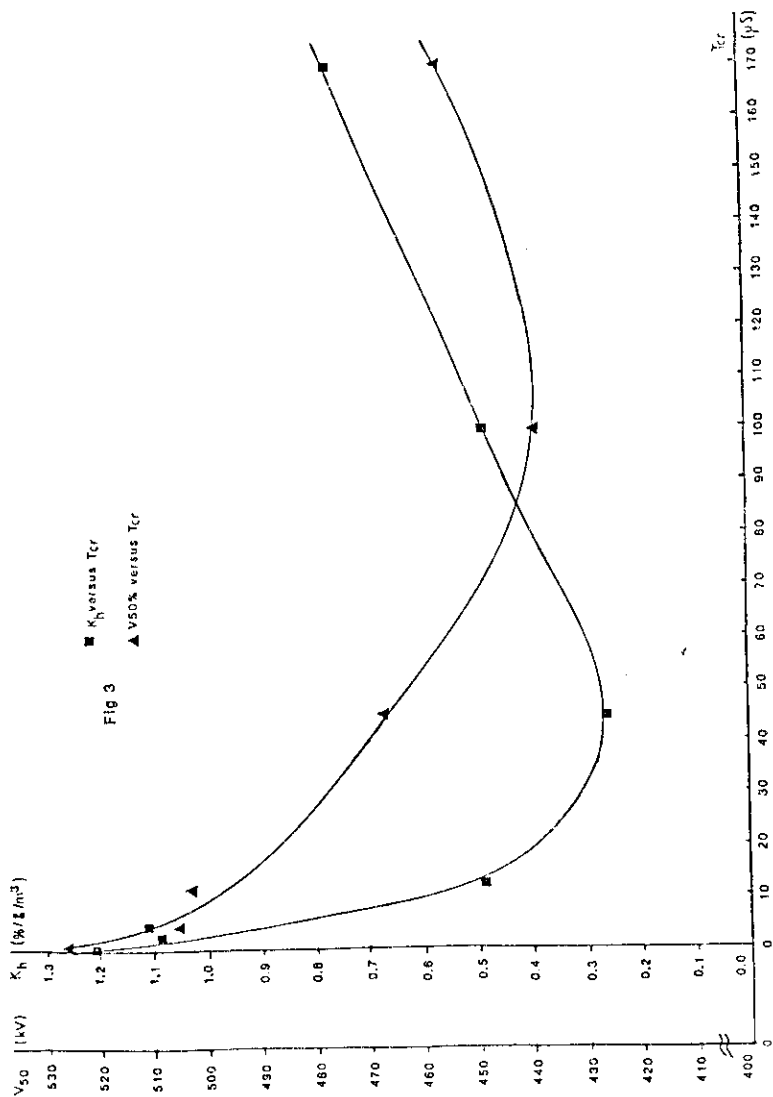


50% Breakdown Voltage Versus Abs Humidity For 1m Rod-Plane Air-Gap

Fig 2







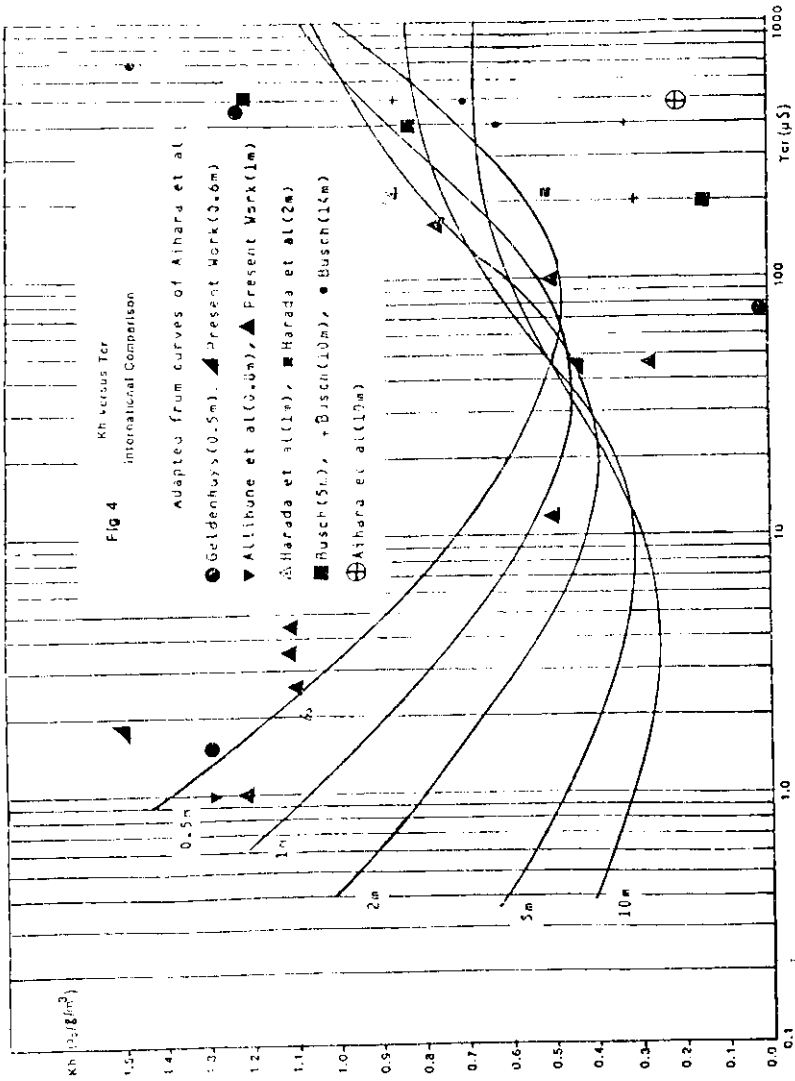


Fig. 4a  
Average Kh Versus Gap Length For Different Tcr Ranges

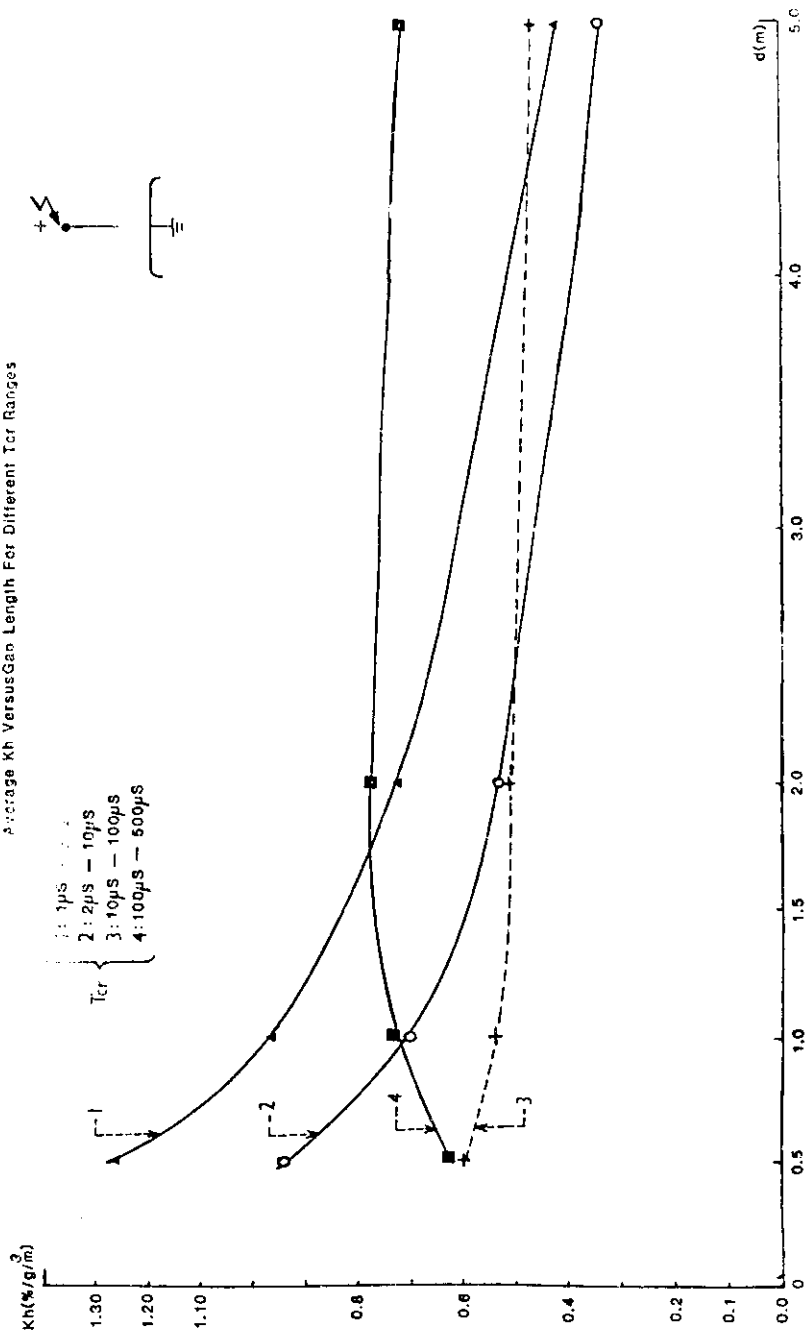
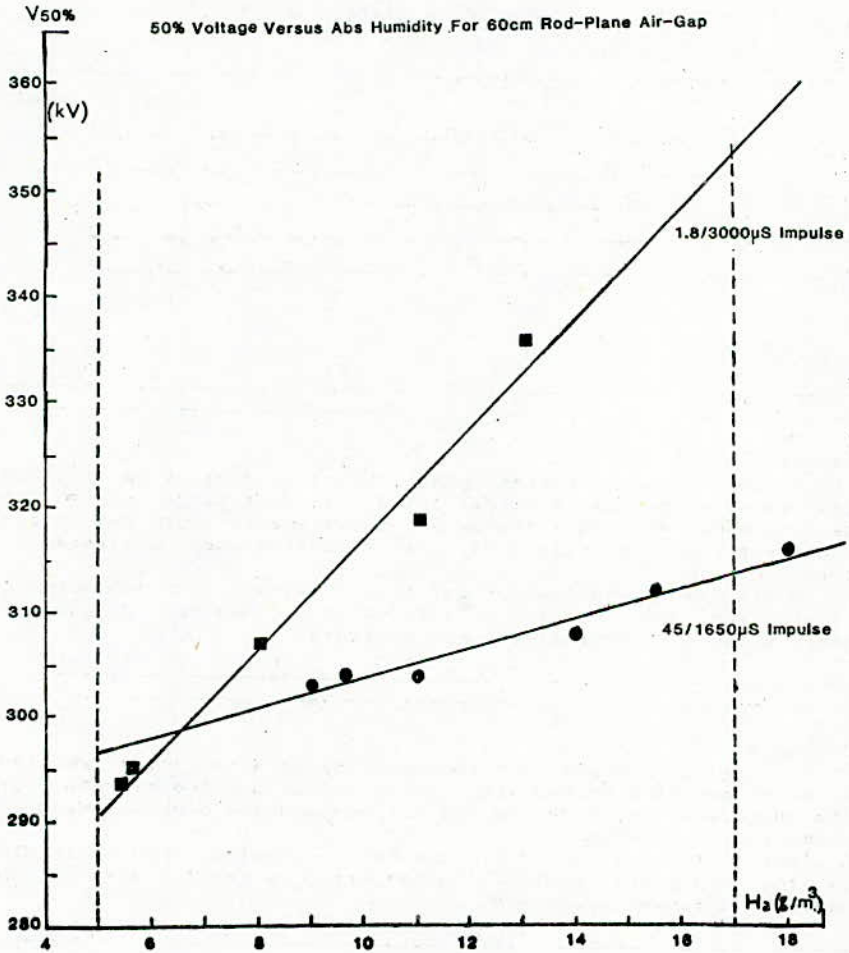


Fig-5



Etude statistique des signaux  
sonores

Par: D. BERKANI Chargé de cours E.N.P

الملخص:

الإشارات السمعية تنتمي الي مجال الإلمعقول . الأخصائص التي درسناها هي كثافة تكهن المستوي الحديني أو التعدييات التي تعرف الاسعمال الانجح و تعبئة وسائل الاتصال . لقد تمر تحديد ترتيب الإشارات السمعية حسب تجزئة المسوات لقد عرض أيضا وسيلة للقياس لهذا الغرض .

Résumé:

----- Les signaux sonores appartiennent au domaine de l'aléas. Les caractéristiques étudiées ont été la densité de probabilité des niveaux et les extremas ou dépassements qui définissent l'utilisation optimale et la surcharge des systèmes de communication.

Il a été établi une classification des signaux sonores selon la répartition des niveaux. Un dispositif de mesure, conçu pour mener à terme cette analyse, est présenté.

Summary:

----- Sound signals are random. The characteristics we have studied are the probability of the levels and the extremum or the excesses which define the optimum and the over loading of communication systems.

A classification of sound signals has been established according to the levels distinction. A measuring device to carry out the analysis has been presented.



## INTRODUCTION:

----- Rappelons que le son est une perturbation ou une variation de la pression dans un milieu quelconque et pouvant être perçue par l'oreille humaine. Nous désignerons également par signal sonore tout signal électrique qui peut être transformé en un son à l'aide d'un transducteur électroacoustique.

Le signal sonore peut être une musique, une parole, un bruit quelconque ou une combinaison de ces derniers.

Le caractère de ces signaux est souligné dans de nombreux travaux (1, 4, 5, 6, 9, 11).

Notre but est de déterminer la densité de probabilité des niveaux et de faire une analyse des extremas des signaux sonores. Aussi un dispositif de mesure a été conçu.

L'intérêt d'une analyse statistique présente plusieurs aspects, on peut citer:

- la connaissance de la densité de probabilité des niveaux d'un signal permet de faire des prévisions sur le choix des caractéristiques d'un système et les méthodes appropriées de traitement de l'information.

- l'analyse des dépassements détermine la surcharge d'un système qui influe sur sa fiabilité...

## 1. LES SIGNAUX SONORES.

----- La parole qui est un signal très complexe a fait l'objet de nombreux travaux (4, 5, 6, 9). Elle est produite par des sons, phrases, syllabes...

Sa composante élémentaire est le phénomène. La durée des sons du signal vocal varie de 30 à 220ms environ. Le temps de montée des signaux est plus faible que la durée du front descendant. La durée du front montant varie de 3 à 120ms (6).

Quand la parole est émise, le phénomène se traduit statistiquement par une série de pic.

Par ailleurs, d'après la théorie des probabilités, un paramètre particuliers qui est l'excès E peut être utilisé pour évaluer la valeur du pic de la densité de probabilité des niveaux. Celui-ci a pour expression:

$$E = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 \quad (1)$$

ou  $\sigma^2(t)$  est l'écart moyen quadratique,

M<sub>4</sub> est le moment d'ordre quatre,

$$M_4 = \int_{-\infty}^{\infty} (X - X)^4 \cdot W(x,t) dx \quad (2)$$

ou W(x,t) est la densité de probabilité du signal X(t).

L'excès d'une densité de probabilité gaussienne est nul; ce qui est explicable par le fait que la courbe des Gauss est dérivable partout.

La parole chantée est considérée comme étant un signal musical.

La musique et les bruits forment une autre catégorie de signaux

acoustiques.

Il existe plusieurs genres musicaux. En effet la musique peut être instrumentale, vocale, classique ou autre (11). Ses caractéristiques temporelles sont statistiquement constantes dans un intervalle de temps généralement plus long que celui de la parole.

Certains signaux musicaux et bruits de la vie environnante sont stationnaires. Beaucoup de bruits ont une distribution normale. Les fragments de la musique moderne se comportent comme un "bruit blanc". Ce qui s'explique par les types d'instruments utilisés et la structure même de cette musique (11).

Le temps de montée d'un signal musical varie de 20 à 140ms environ.

Une autre classe de signaux acoustiques, composés d'une combinaison de différents sons et de complexité plus accrue existe. On peut citer, entre autre, le signal de radiodiffusion qui peut être à la fois la parole, la musique ou un bruit quelconque.

Cependant, ce signal est à fréquences et niveaux limités.

En conclusion, nous pourrions dire que les signaux acoustiques habituels sont des processus aléatoires complexes. La relation entre le présent et l'état futur du signal est un problème purement statistique. La prédiction du futur proche à partir de l'état précédent est de nature probabiliste et, elle est limitée à un intervalle de temps court.

Dans le cadre de ce travail, nous avons choisis les échantillons suivants représentant chaque type de signal:

- 4 voix féminines et 3 voix masculines pour la parole,
- l'appel à la prière pour la musique vocale,
- des fragments de musique classique de Beethoven et Vivaldi,
- des enregistrements du groupe "Santana" pour la musique instrumentale.
- des enregistrements du chanteur Julio Iglesias pour la musique vocale et instrumentale,
- des enregistrements des chanteurs Simon & Garfunkel pour la musique moderne,
- des fragments de musique émis par les chaînes de Radiodiffusion Television Algérienne,

## 2. MISE AU POINT D'UN DISPOSITIF DE MESURE DE CARACTERISTIQUES DE ----- SIGNAUX ACOUSTIQUES. -----

Ce dispositif permet de visualiser ou d'enregistrer graphiquement les densités de probabilité des niveaux sonores et de déterminer les caractéristiques des valeurs extrémales.

2.1- Visualisation des fonctions de répartition  $F(x)$  et de la

-----  
densité de probabilité  $W(x)$ ;  
-----

La fonction de répartition d'un signal aléatoire  $X(t)$  est définie par:

$$F(x) = P(X(t) \leq x) \quad (3)$$

ou  $x$  représente un niveau donné.

On peut représenter une valeur de cette fonction par une

impulsion  $T_r$  de durée égale à l'intervalle défini par l'intersection du niveau  $x$  et la fonction  $x(t)$  (fig.1). Dans ce cas  $F(x)$  peut s'écrire:

$$F(x) = \frac{T_r}{T} \quad (4)$$

ou  $T$  est le temps d'analyse.

La probabilité est maximale lorsque  $F(x) = 1$ , dans ce cas  $T_r = T$ , ce qui signifie que l'événement est quasi-certain.

Par définition, la densité de probabilité  $W(x)$  est donnée par la relation:

$$F(x + dx) - F(x) = W(x).dx \quad (5)$$

Dans ce cas, la densité de probabilité peut être représentée par une impulsion dont la durée est égale à la différence des largeurs de deux impulsions correspondantes successivement à  $F(x + dx)$  et  $F(x)$  (fig.1).

Dans ce cas,  $W(x)$  peut se mettre sous la forme:

$$W(x) = \frac{T_i}{T} \quad (6)$$

ou  $T_i$  est la différence des largeurs des impulsions et  $T$  est le temps d'analyse.

Le système d'estimation de la fonction de répartition est constitué d'un détecteur de seuil qui compare  $X(t)$  à une tension de référence  $X$ .

Ce comparateur délivre des impulsions d'un niveau constant et de durée proportionnelle à  $F(x)$ .

Pour estimer  $W(x)$ , il est nécessaire de connaître encore  $F(x+dx)$  pendant le même temps d'analyse, on doit donc doubler le canal déjà écrit, puis ajouter un soustracteur.

Afin de visualiser ou d'enregistrer graphiquement ces fonctions, il est nécessaire que le niveau de référence soit variable ou bien réaliser une opération de balayage.

Deux principes de balayage de niveau sont possibles: une tension en forme d'escalier ou une tension en dents de scie. Pour des raisons pratiques, nous avons opté pour le second type de balayage.

Nous avons jusque là réussi à estimer les fonctions de répartition et de densité de probabilité des niveaux par des impulsions de niveau constant et de durées qui leurs sont proportionnelles.

Une dernière opération consiste à transformer la durée des impulsions en valeurs d'amplitudes; celle-ci est réalisé à l'aide d'un intégrateur.

- le schéma synoptique de cette partie est représenté à la figure 2.

Remarque sur la réalisation pratique:

- le comparateur, réalisé à l'aide d'un trigger de Schmitt, est à seuil fixe,

- le soustracteur doit être insensible aux différences éventuelles de niveaux, mais réagir avec précision à la



différence de largeur d'impulsions. Pour répondre à ces exigences, nous avons utilisé un ou-exclusif,

- pour réaliser le pas  $dx$ , nous avons utilisé une tension continue ajustable,

- la tension en dents de scie utilisée peut être la tension de balayage de la base de temps d'un oscilloscope, ce qui permet une meilleure synchronisation.

#### 2.b- Analyse des dépassements:

Dans de nombreux problèmes d'acoustique (1, 2, 3, 7, 8, 10, 12, 13), on a besoin de connaître les caractéristiques numériques des durées des dépassements d'un processus aléatoire  $X(t)$ , ou la durée d'un dépassement est l'intervalle de temps durant lequel  $x(t)$  est supérieur à un certain niveau  $x$ .

Il est aussi intéressant de connaître la durée des intervalles de temps séparant les extremas, c'est à dire des intervalles de temps durant lesquels  $x(t)$  est inférieur à un niveau donné  $x$ .

On peut également déterminer la valeur moyenne des dépassements. Nous savons que si le temps d'analyse  $T$  est suffisamment grand, nous pouvons écrire:

$$P(x(t) > x) = 1 - F(x) \quad (7)$$

Par conséquent, le temps total durant lequel la réalisation  $x(t)$  se trouve au dessus du niveau  $x$  tend asymptotiquement vers  $[1 - F(x)] \cdot T$ .

Durant le temps  $T$ , le nombre total des intervalles pendant lesquels  $x(t)$  est plus grand que  $x$  est égal au nombre moyen des dépassements, c'est à dire égal au produit:  $L(x) \cdot T$  et  $L(x)$  étant l'esperance mathématique pendant le temps d'analyse  $T$ .

La valeur moyenne de la durée des dépassements peut donc s'écrire:

$$M(d) = \frac{[1 - F(x)] \cdot T}{L(x) \cdot T} = \frac{1 - F(x)}{L(x)} \quad (8)$$

De la même manière, on peut obtenir l'expression de la durée moyenne des intervalles séparant les extremas d'un processus:

$$M(I) = \frac{F(x)}{L(x)} \quad (9)$$

Le schéma électrique de cette partie du dispositif est représenté à la figure 3.

Le montage permet de mesurer les caractéristiques suivantes:

- la durée d'un extremum  $d$  pour un niveau donné  $x$ ,
- la durée de l'intervalle entre deux dépassements  $I$ ,
- la moyenne des durées des paramètres déjà cités,
- le relevé point par point des fonctions de répartition et de densité lorsqu'on adjoint à cette partie la partie déjà décrite du dispositif.

Pour la conception de cette partie du dispositif, nous avons utilisé le principe de l'évaluation digitale de la durée des impulsions.

Le principe de fonctionnement est le suivant:

La porte d'entrée est pilotée par une impulsion  $X'(t)$  de  $X(t)$ .

Pendant la durée  $d$ , la porte est ouverte et laisse passer  $N$  impulsion d'horloge  $H$ ; le compteur affichera donc le nombre d'impulsion d'horloge et la valeur de la durée  $d$  sera:

$$d = N.H \quad (10)$$

ou  $H$  est la période d'horloge.

La moyenne des durées des extremas pour un temps d'analyse  $T$  peut être estimé comme suit:

$$M(d) = \frac{\sum d_i}{T} \quad (11)$$

Le signal  $X(t)$  est appliqué à une porte AND à 3 entrées; sur la deuxième et troisième entrées, sont respectivement appliquées les impulsions d'horloge  $H$  et le temps d'analyse  $T$  délivré par un temporisateur. Ainsi nous affichons la valeur  $d_i$ . De la même manière, à l'aide d'un autre canal, nous affichons le nombre  $N$  d'impulsions pendant le temps d'analyse  $T$ .

#### 2.c- Erreurs d'estimation des caractéristiques:

----- On distingue deux types d'erreurs:

Les erreurs dues au mauvais choix des paramètres d'analyse et les erreurs du dispositif de mesure.

Dans le premier cas, la minimisation des erreurs nécessite, d'une part une étude préalable des signaux à traiter, d'autre part la maîtrise de l'analyse statistique expérimentale (1,2,3,7,8,10,12).

Les erreurs dues au dispositif de mesure sont causés par les différents blocs constituant ce dernier.

Dans le second cas, ces erreurs sont dues essentiellement à:

- une mauvaise stabilisation du gain des amplificateurs, sommateurs et integrateurs peut influer sur la forme de la fonction de la densité de probabilité des niveaux.

- la dérive, l'off-set mal réglé des amplificateurs, ainsi que le pas  $dx$  sont également des sources d'erreurs.

Pour réduire ces erreurs, l'emploi de composants électroniques appropriés est la meilleure solution.

Le comparateur est la cause d'une erreur spécifique que nous développons ci-dessous:

L'effet d'hysteresis caractérisant un trigger de Schmitt est la cause d'une erreur absolue de durée dont l'expression est:

$$d = d' - d \quad \text{pour deux niveaux de basculements } U \text{ et } U$$

Cette erreur est illustrée à la figure 4 ci-dessous:



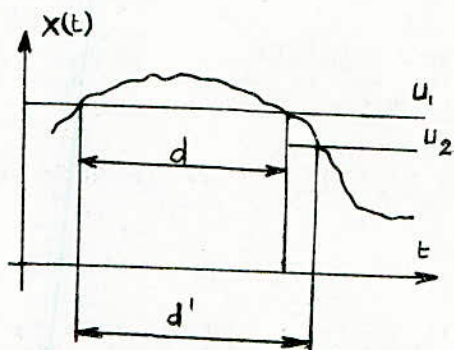


Fig.4: Basculement d'un trigger.

L'erreur relative sur la durée sera:

$$\Delta = \frac{\Delta d}{d} \quad (12)$$

L'erreur sur la durée moyenne est:

$$\Delta = \frac{\Delta \bar{d}}{d} \quad (13)$$

En utilisant la relation 11, nous obtenons:

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta d_i \quad (14)$$

Si N est grand, selon la définition de la fonction de répartition des niveaux et la relation 4, nous déduisons l'expression suivante:

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^N \Delta d_i \simeq \frac{F(U_1) - F(U_2)}{2} \quad (15)$$

L'erreur relative sur la durée moyenne sera:

$$\Delta \simeq \frac{F(U_1) - F(U_2)}{2 [1 - F(U_2)]} = \frac{F(U) - F(U - U)}{2 [1 - F(U_1)]} \quad (16)$$

$F(U)$  est la fonction de répartition du niveau  $U$ .

Cette relation montre que pour diminuer l'erreur; il faut augmenter l'hysteresis; elle montre également que pour un signal déterministe, cette erreur est nulle.

### 3. RESULTATS EXPERIMENTAUX.

----- Pour estimer les différentes caractéristiques, les temps et les niveaux d'analyse sont choisis en tenant compte des particularités des signaux acoustiques (5,6,11).

Par ailleurs, les signaux utilisés sont des enregistrements dont la dynamique est limitée à 62 dB.

#### 3.1- Distribution des niveaux:

----- D'après les résultats obtenus (fig.5 & 6), nous remarquons que:

- l'excès de la densité de probabilité de la parole est important,

- la densité de probabilité de la musique classique et vocale possède également un excès important mais inférieur à celui de la parole et supérieur à celui de la musique instrumentale moderne,

- la distribution des niveaux de la musique moderne approche une distribution gaussienne.

#### 3.2- Analyse des extremas:

----- Nous avons concentré notre analyse sur la mesure de la durée moyenne des dépassements d. Pendant ce temps, le signal est supérieur à un niveau de référence donné, ce qui correspond à un temps de surcharge moyen d'un système:

A titre d'exemple nous présentons un échantillon de ces mesures (tableau 1):

Période d'analyse (ms)	Durée moyenne d'un extremas (ms)	Signal d'essai
60	0.63	Mother Africa (SANTANA)
90	0.28	
120	0.28	
150	0.32	
120	0.44	"Primavera" VIVALDI
150	0.5	Musique Vocale et Instr.

Tableau 1

Tableau 1: Durées des extremas de certains signaux-types.

Les résultats expérimentaux ont montré que les variations de la durée des dépassements pour des temps d'analyse différents n'obéissent pas à une loi particulière.

Les variations de ce paramètre pour la majorité des signaux sont comprises entre 0.2 et 0.7ms.

Les durées moyennes sont plus stables dans un certain intervalle de temps que l'on pourrait supposer être le temps d'analyse optimale.

Les mesures de l'intervalle séparant les extremas confirment les

résultats obtenus avec les durées moyennes des dépassements.

### 3.3- Relation entre l'excès d'une densité de probabilité et le

#### Facteur de Pic:

----- Nous avons montré que l'excès de la densité de probabilité de la musique classique est plus petit que celui de la parole, mais il est plus important que pour les autres genres musicaux.

Ceci s'explique par la nature même des signaux. Pour la parole les pauses sont assez fréquentes, c'est à dire que la densité de probabilité est importante pour les petits niveaux ou le niveau zéro.

Pour ce signal, nous constatons (6) la présence de dépassements ou extrêmes importants.

Nous avons essayé d'établir une corrélation entre le Facteur de Pic et l'excès de la densité de probabilité des signaux sonores.

Nous présentons les résultats de quelques signaux-types:

- des échantillons de voix féminines (P) et masculines (P),
- un fragment de musique moderne (M0),
- un échantillon de musique instrumentale et vocale (M1),
- la "Primavera" du compositeur Vivaldi (M2),
- un fragment de musique classique du compositeur Beethoven (M3).

Le Facteur de Pic est défini comme suit:

$$P = \frac{X_{\max}}{\sigma} \quad (17)$$

ou  $X$  est la valeur maximale du signal  $X(t)$ ,  
et  $\sigma$  est l'écart moyen quadratique.

L'estimation de l'excès des répartitions est obtenue par rapport à l'excès de la densité de probabilité des niveaux du signal M0, qui elle-même a été comparée à une gaussienne.

La courbe obtenue illustre la relation entre le facteur de Pic et l'excès d'une densité de probabilité (fig.7).

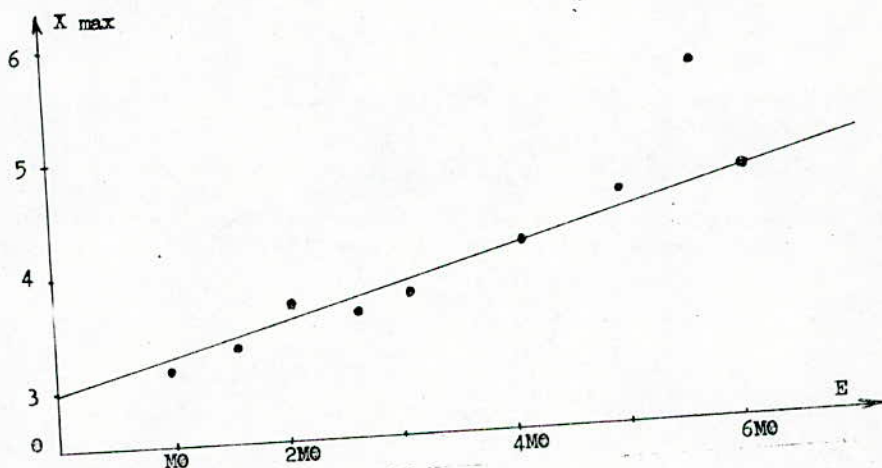


Fig.7: Relation entre le facteur de pic et l'excès

D'après la relation, on peut dire que l'excès est proportionnel au Facteur de Pic avec une bonne corrélation. La relation entre l'excès et le Facteur de Pic montre ainsi que les signaux possédant un excès de densité de probabilité important sont susceptibles de créer les dépassements les plus significatifs.

#### 4. MODELES DE DENSITES DE PROBABILITE DES SIGNAUX SONORES:

Nous avons utilisé la méthode des moindres carrés (14) pour établir les modèles de densités de probabilité. A partir des résultats obtenus, nous proposons de classer grossièrement les signaux acoustiques à l'aide de trois modèles, selon leurs distributions des niveaux. L'exactitude des expressions est liée à l'erreur commise sur l'estimation des moments du premier et du second ordre. Le modèle de la musique classique et de la parole peut être le suivant:

$$W(X) = \frac{A}{\sqrt{2} \sigma_1} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}|X|}{\sigma_1}\right) - \frac{B}{\sqrt{2} \sigma_2} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}|X|}{2}\right) \quad (18)$$

Pour les échantillons de la parole, les plages de variations des paramètres sont les suivants:



$$\begin{aligned}
 A &= 0.55 \div 0.585 \\
 B &= 0.39 \div 0.48 \\
 \sigma_1 &= 0.8 \div 1.7 \\
 \sigma_2 &= 0.1 \div 0.37
 \end{aligned}$$

Nous donnons un exemple précis d'une voix masculine vérifiant le modèle proposé:

$$A = 0.565 ; B = 0.43 ; \sigma_1 = 1.28 ; \sigma_2 = 0.26$$

Les échantillons de musique classique de Vivaldi et Beethoven ont donné les plages de variations suivantes:

$$\begin{aligned}
 A &= 0.59 \div 0.68 \\
 B &= 0.29 \div 0.41 \\
 \sigma_1 &= 1 \div 1.35 \\
 \sigma_2 &= 0.21 \div 0.24
 \end{aligned}$$

L'exemple qui suit est un échantillon de la "Primavera" du célèbre compositeur Vivaldi:

$$A = 0.66 ; B = 0.34 ; \sigma_1 = 1.25 ; \sigma_2 = 0.22$$

Pour une musique vocale et instrumentale, de nature douce et exécutée par des petits groupes musicaux, le modèle suivant a été le plus adéquat.

$$W(X) = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma} \exp \left( - \frac{\sqrt{2} |X|}{\sigma} \right) \quad (19)$$

ou  $\sigma$  varie de 0.95 à 4.4.

Pour des enregistrements de musique moderne dont certains ont été émis par la Chaîne III de la Radiodiffusion Television Algérienne, nous avons trouvé le modèle suivant:

$$W(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left( - \frac{X^2}{2 \sigma^2} \right) \quad (20)$$

ou  $\sigma$  varie de 1 à 5.7

#### CONCLUSION.

----- L'analyse statistique confirme les propriétés des signaux sonores.

Le dispositif de mesure nous a permis de voir et de relever un nombre important de répartitions de niveaux des signaux et de situer la valeur moyenne des dépassements des différents types de sons, ce qui permet de prévoir les surcharges des canaux de transmission.

Nous avons montré que l'excès de la densité de probabilité des niveaux est proportionnel au facteur de Pic. De ce fait, les signaux dont la valeur de l'excès est importante devront être traités d'une façon particulière.

Les résultats obtenus ont permis de proposer une classification



des signaux sonores selon le modèle de la densité de probabilité des niveaux, cette dernière permet d'optimiser certaines caractéristiques des systèmes de communications.

\* B I B L I O G R A P H I E \*

1. BLOKHIN A.V  
Analyse des signaux aléatoires - Moscou 1976
2. Communication de l'Institut Polytechnique de Kiev,  
Série EA et Radio N°6, 76-90 1969
3. Communication de l'Institut Polytechnique de Kiev,  
Série EA et Radio N°9 111-232 1972
4. FELDTKELLER R & ZWICZER E  
Das ohr Nachrichtenem ptauger - SH Verlag - Stuttgart 1967
5. FLANAGAN J.L  
Speech analysis and perception - S.Verlag New-York 1976
6. GUENZEL G.C  
Electroacoustic , Moscou, 1967
7. GUERANIN V.A  
Analyse des dépassements  
Acoustique et technique de l'Ultrason , Kiev, 1973
8. LEVINE B.R  
Fondements théoriques de la radiotechnique statistique  
en 3 Tomes , MER. 1976
9. LIENARD J.S  
Les Processus de la communication parlée , Paris , 1981
- 10.ROMANENKO A.F  
Analyse des processus aléatoires , Moscou , 1968
- 11.SANDER F  
Acoustique musicale, sons et musique , S.Verlag 1969
- 12.TIKHONOFF V.I  
Les dépassements des processus aléatoires ,Moscou . 1970
- 13.TIKHONOFF V.I  
Les processus de Markov , Moscou , 1977
- 14.VENTZEL E.S  
Théorie des probabilités . M.1964

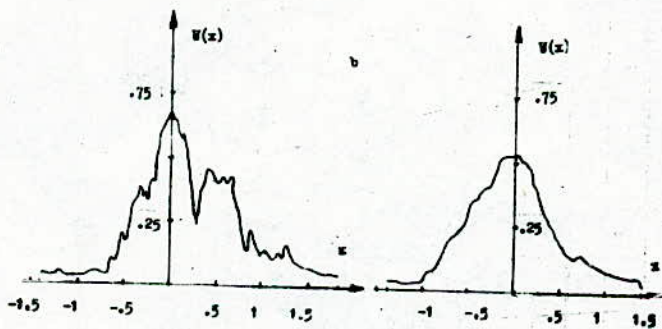
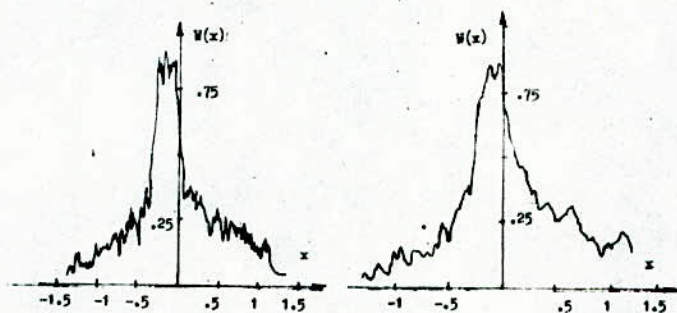


Fig 6: Densité de probabilité des niveaux  
 a/ Voix féminines  
 b/ Appel à la prière avec les temps d'analyse  
 T=3mn et T=40s.

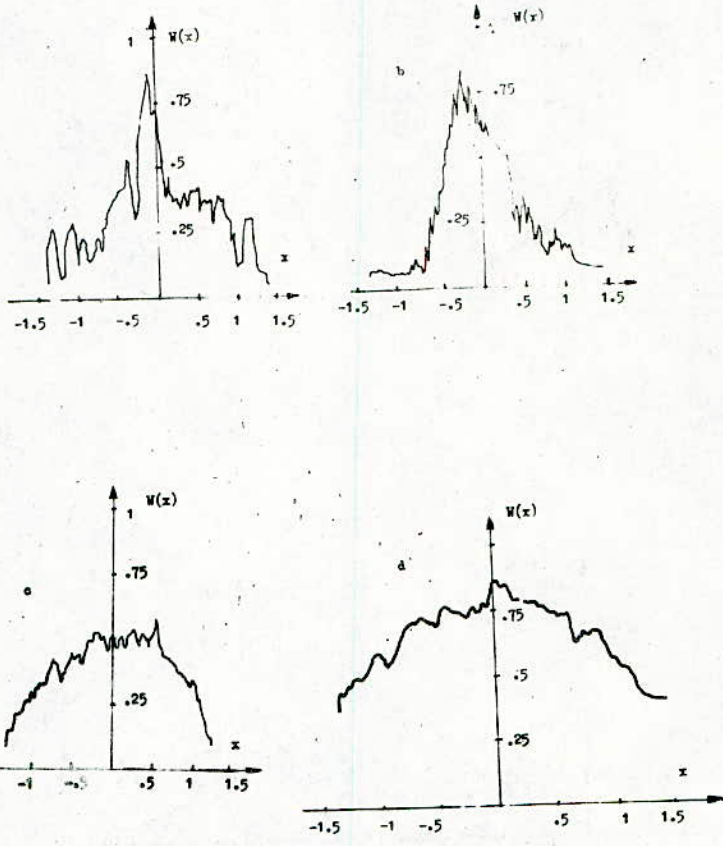


Fig 5: Densité de probabilité des niveaux de signaux musicaux:  
 a/ "La Primavera" de Vivaldi,  
 b/ Musique classique de Beethoven,  
 d/ Musique moderne: "Mr.ROBINSON" de Simon et Garfunkel  
 c/ Musique instrumentale moderne: "Mother Africa" de Santana.

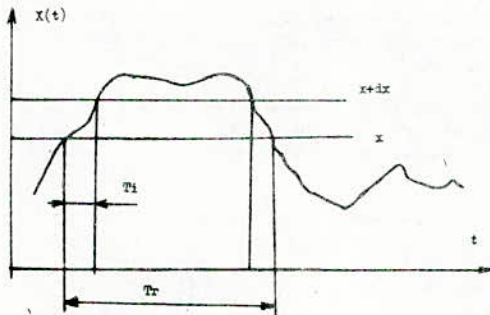


Fig1: Interpretation de l'évaluation des fonctions de répartition et de densité de probabilité des niveaux.

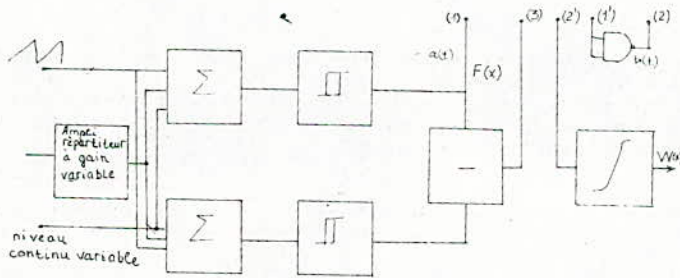


Fig 2: Schéma synoptique de l'estimateur des distributions des niveaux des signaux.



Simulation numérique du fonctionnement  
d'une machine synchrone autopilotée

Par L.NEZLI & K.MOUMEN  
Département de Génie-Electrique  
Laboratoires de Machines  
Ecole Nationale Polytechnique

المخلص:

في هذا العمل نقوم بدراسة و تحليل عمل المحرك الكهربائي المتواكب (بمحرك ذاتي القيادة) ، و ذلك بواسطة المشابهة العددية .  
نقوم بتقديم و تحليل تاثير المخمدات علي عمل هذا المحرك .  
بعض التوضحات مع خلاصات هادفة حول عمل هذا النوع من المحركات  
قد اخذت بعين الاعتبار .

RESUME:

----- Nous étudions, par simulation numérique, le fonctionnement de la machine synchrone autopilotée.  
Les effets des amortisseurs sur ce fonctionnement sont présentés.  
Des conclusions significatives sur certains aspects et leurs améliorations possibles sont faites.

Summary:

----- We study the functioning of synchronous self controlled machines by numerical simulations.  
Dampers effects on the functioning are presented.  
Important conclusions on some aspects and their possible improvements are done.

\* N O T A T I O N S \*

- i : courant de commutation entre deux phases de la machine,
  - $i_c$  : courant à travers la self de lissage,
  - $i_f$  : courant d'excitation,
  - $i_d, i_q$  : courants d'amortisseurs dans les axes d et q,
  - $\Phi_d, \Phi_q$  : flux dans les axes d et q,
  - $\psi$  : angle de déphasage en avant du courant sur la f.e.m,
  - $n$  : vitesse de rotation du moteur,
  - $\theta$  : angle électrique de la machine,
  - $k$  : coefficient de l'action proportionnelle du régulateur,
  - $k^p$  : coefficient de l'action intégrale du régulateur,
  - $r_i$  : couple électromagnétique,
  - $r_r$  : couple résistant dû à la charge,
  - J : moment d'inertie,
  - $L_d, L_q, L_f, L_D, L_Q, M_{df}, M_{fD}, M_{dD}, M_{qQ}$  : .....
- ..... paramètres de la machine.

## INTRODUCTION:

----- Les limites rencontrées dans l'utilisation du moteur à courant continu (courant, vitesse périphérique et environnement, vue la présence du collecteur mécanique), entraîne le remplacement de ce moteur par la machine synchrone (M.S.), dans les variateurs de vitesse.

Pour ce faire, on utilise un convertisseur statique constitué d'un redresseur (Red) et d'un commutateur de courant (Ond). L'association Red-Ond-M.S.- Capteur de position (C.P.) constitue la machine synchrone autopilotée (M.S.A.) (fig1).

L'association (Ond-M.S.-C.P) forme ce qu'on appelle, vue l'analogie, "Moteur à collecteur statique" /1/ et /2/.

Plusieurs travaux de recherche sont consacrés à l'analyse et au développement du système M.S.A /3/, /4/, /5/ et /6/.

La simulation numérique du fonctionnement du M.S.A constitue un très bon moyen d'étude et d'analyse de son comportement sous différentes conditions. Elle fournit des renseignements à même de contribuer à son développement.

### 1. REGIME PERMANENT DE LA M.S.A:

----- Dans cette étude nous supposons la machine synchrone alimentée par un courant constant (inductance de lissage assez grande). Cette hypothèse s'avère d'une grande importance; en effet, elle permet de réduire l'étude du système complet à celle de l'ensemble pont onduleur-machine.

#### 1.1 Modélisation:

----- Le fonctionnement de la machine est caractérisé par deux modes de conduction de l'onduleur:

Mode 2: conduction à 2 thyristors (fig.2b),

Mode 3: conduction à 3 thyristors (dont 2 en commutation)

(fig 2.a),

Les équations électriques régissant le fonctionnement de la machine forment un système d'équations différentielles du type:

$$(L) \frac{d(I)}{dt} = (R) (I) + (U)$$

avec:

(L) : matrice inductance,

(R) : matrice résistance,

(U) : vecteur tension,

(I) : vecteur courant.

Le couple électromagnétique est donné par:

$$T = p (\theta \frac{d\varphi}{d\theta} - \varphi \frac{d\theta}{d\theta}) \quad p: \text{nombre de paires de pôles}$$

#### 1.1.1- Machine avec amortisseurs:

----- Pour le mode 3, le vecteur I est tel que:

$$(I) = {}^t(i \ i_f \ i_D \ i_Q)$$

L'égalité entre les tensions des deux phases en commutation fournit une des équations différentielles du système. Les trois autres sont celles régissant l'état électrique du rotor.

Mode 2:

----- Le système d'équations sera réduit aux équations du rotor. avec:

$$(I) = {}^t(i_f \ i_D \ i_Q)$$

### 1.1.2- Machine sans amortisseurs:

-----  
Mode 3:

----- L'élimination des amortisseurs réduira le nombre d'inconnues à 2, telles que:

$$(I) = {}^t(i \ i_f)$$

Mode 2:

----- La seule inconnue est le courant d'excitation  $i_f$ .

### 1.2 Etude du fonctionnement de la M.S.A avec amortisseurs:

-----  
Les variations temporelles des paramètres de la machine (fig.3), pour le point de fonctionnement suivant:

- courant dans l'inductance de lissage  $I_c = 25 \text{ A}$ ,
- vitesse de rotation  $N = 1500 \text{ Tr/mn}$
- angle de commande du capteur de position  $\Psi = 75^\circ$

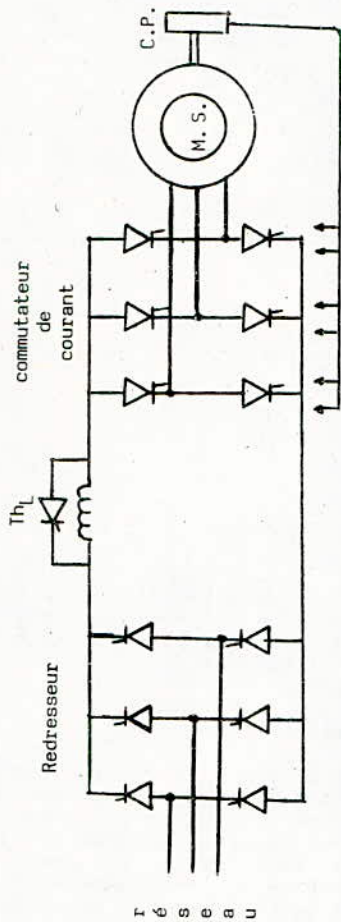
permettent de constater:

. une influence de la commutation sur la tension aux bornes de la machine ainsi que sur la force contre-électromotrice qui se caractérise par une augmentation ou une diminution par saut de ces dernières. - Les pointes, de tension les plus élevées doivent être prises en considération lors de l'étude et de la réalisation, de l'isolation de la machine... Nous donnons la variation de la tension aux bornes de la machine pour deux valeurs de la fréquence (fig.4)-.

. qu'une diminution de l'angle  $\Psi$  du capteur de position (fig.5) conduit à une augmentation de la valeur moyenne du couple dont l'expression est:

$$T_{\text{moy}} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} p \cdot M_{af} \cdot I_f \cdot I_c \cdot \cos(\Psi)$$

Cela explique l'avantage de faire fonctionner la M.S.A à angle  $\Psi$  faible, et ce notamment lors du démarrage de la machine (régime en commutation forcée).



$Th_L$  : thyristor de roue libre  
C.P. : capteur de position.

Fig. 1 Schéma de principe de la machine synchrone autopilotée alimentée en courant



Fig. 2 : a) Commutation entre deux thyristors

b) Conduction normale de deux thyristors.



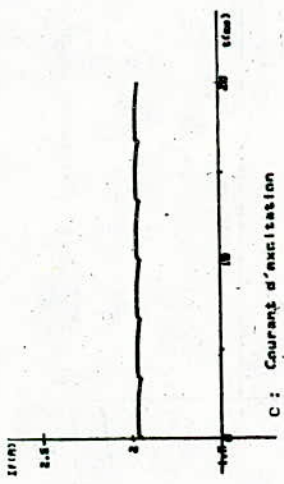
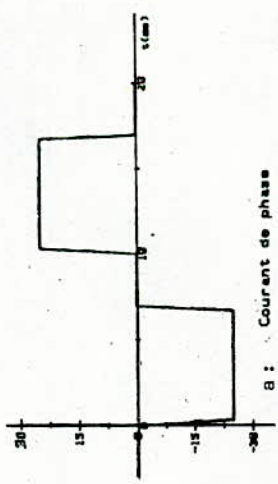
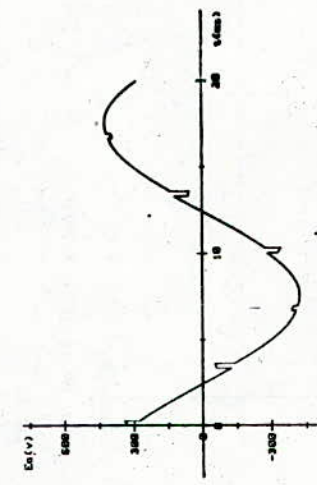
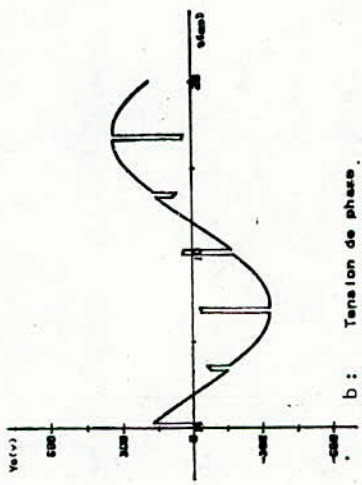


fig. 3 : Variations temporelles des grandeurs de la machine (cas avec amortisseurs)



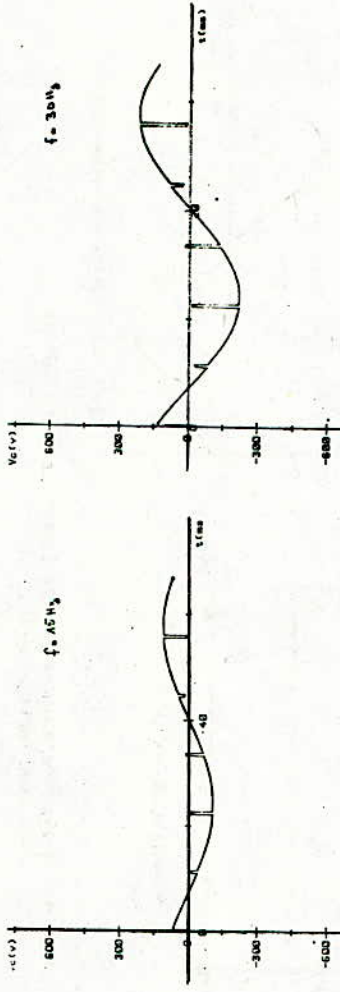


fig. 4 : variation temporelle de la tension de la machine pour deux fréquences.

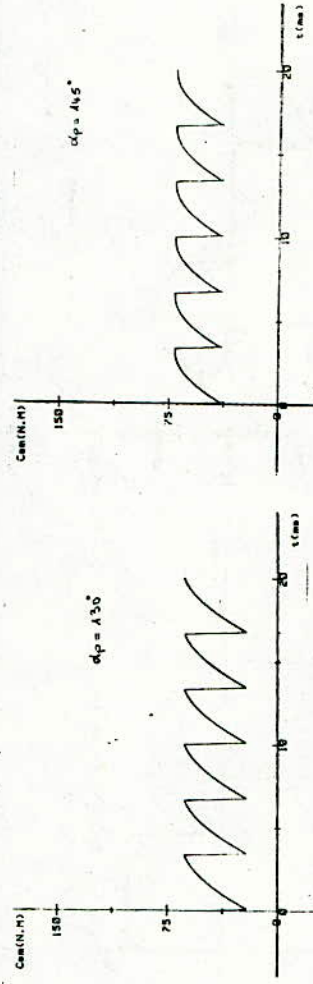


fig. 5 : variation temporelle du couple électromagnétique pour deux valeurs de l'angle de commande  $\alpha_p$ .

### 1.3 Etude du fonctionnement de la M.S.A sans amortisseurs:

Pour le même point de fonctionnement (considéré précédemment pour la machine avec amortisseurs), nous donnons (fig.6) les variations temporelles des variables de la machine. En comparant ces résultats avec ceux de la machine avec amortisseurs, nous constatons que dans le cas de "sans amortisseurs", nous avons:...

- . une augmentation de l'angle de commutation,
  - . une distorsion de la forme de l'onde de tension de la machine (cela est dû essentiellement aux flux créés par les f.m.m. tournantes, dues aux harmoniques des courants. Ces flux étaient précédemment réduits par les amortisseurs).
- Ces deux remarques montrent tout l'intérêt du rôle joué par les amortisseurs dans un tel montage.

### 1.4- Etude de l'angle de commutation en fonction de la

vitesse:

En ne considérant que le mode de commutation entre deux phases de la machine, nous avons fait l'étude de l'angle de commutation en fonction, de la vitesse, et cela pour les deux cas:

- machine avec amortisseurs (fig.7),
- machine sans amortisseurs (fig.8),

Pour les deux cas, nous avons constaté ce qui suit:

- . pour un même point de fonctionnement défini par:
  - un courant  $I_c$ ,
  - un angle de commande  $\psi$ ,
  - un courant d'excitation  $i_f$

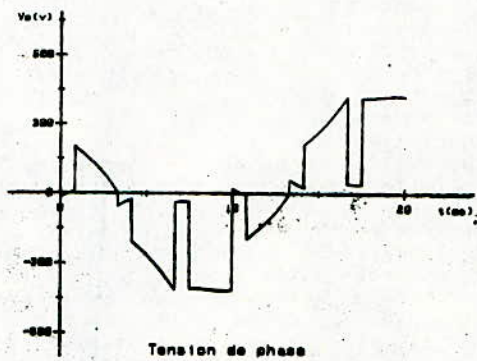
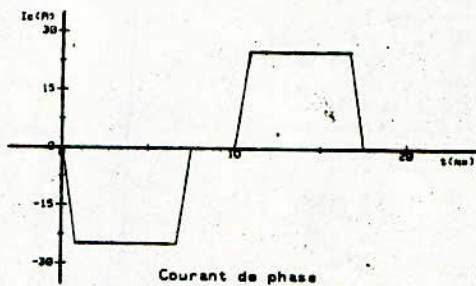
Une augmentation de l'angle de commutation pour les faibles vitesses, ce qui limite le fonctionnement en commutation naturelle.

. pour chaque point de fonctionnement, il existe une vitesse minimale en deça de laquelle la commutation naturelle ne peut plus aboutir; ceci est dû au fait que le courant que peut commuter la machine décroît en même temps que la vitesse.

. cette vitesse minimale dépend des trois paramètres  $I_c$ ,  $i_f$  et  $\psi$

. l'angle de commutation de la machine sans amortisseurs est supérieur à celui de la machine avec amortisseurs. Cette augmentation de l'angle de commutation est essentiellement due à une augmentation de la réactance subtransitoire qui est d'ailleurs déterminante pour la commutation de la machine.

L'inductance de commutation de la machine dépend des paramètres  $L_D$ ;  $L_Q$ ;  $M_{DQ}$ ;  $M_{DQ}$ ;  $M_{DQ}$ ;  $L_D$ ;  $L_Q$ ;  $L_f$ ;  $M_{fd}$ . Nous voyons ainsi qu'afin de réduire au maximum l'angle de commutation, un bon dimensionnement des amortisseurs est nécessaire.



**fig. 6** : variation du courant et de la tension de phase  
(cas sans amortisseurs).

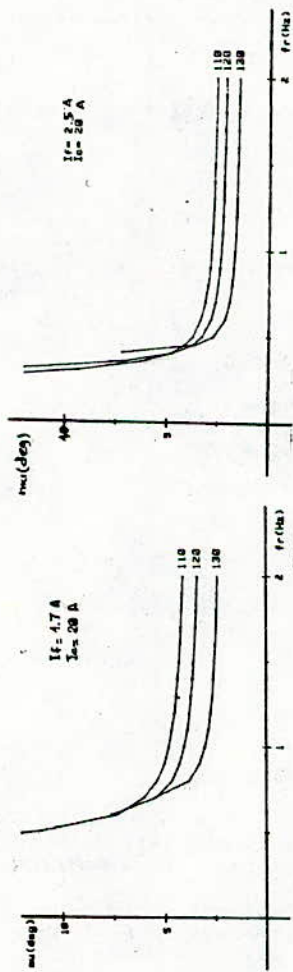


fig. 7 : variation de l'angle de commutation en fonction de la fréquence  
(cas de machine avec amortisseurs).

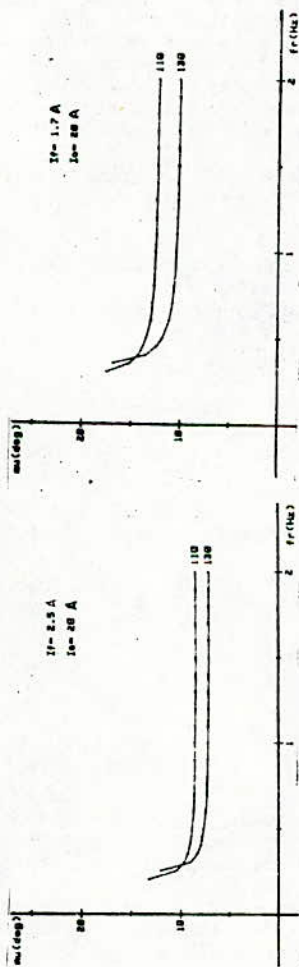


fig. 8 : variation de l'angle de commutation en fonction de la fréquence  
(cas de machine sans amortisseurs).

## 2. SIMULATION NUMERIQUE DU SYSTEME GLOBAL:

### 2.1-Modélisation:

----- Le fonctionnement de la M.S.A est caractérisé par trois états de conduction du commutateur de courant:

Mode 0 : aucun thyristor n'est conducteur (extinction du courant dans le cas de la commutation forcée),

Mode 2 : conduction de deux thyristors,

Mode 3 : conduction de 3 thyristors.

Pour chaque mode de conduction le système d'équation différentielles est sous la forme:

$$(L) \frac{d(I)}{dt} = (R) (I) + (U)$$

Le courant dans l'inductance est considéré, cette fois-ci, comme variable.

Les variables inconnues sont les courants:

$$(I) = \begin{pmatrix} i_f & i_D & i_Q \end{pmatrix} \quad \text{Mode 0}$$

$$(I) = \begin{pmatrix} i_c & i_f & i_D & i_Q \end{pmatrix} \quad \text{Mode 2}$$

$$(I) = \begin{pmatrix} i & i_c & i_f & i_D & i_Q \end{pmatrix} \quad \text{Mode 3}$$

L'équation mécanique de la machine est:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma - \Gamma_r - f\Omega$$

avec:

$$\Gamma = p (\varnothing d i_q - \varnothing q i_d) \quad \text{et} \quad \Gamma_r = K_c \Omega.$$

### 2.1.1- Modèle des convertisseurs:

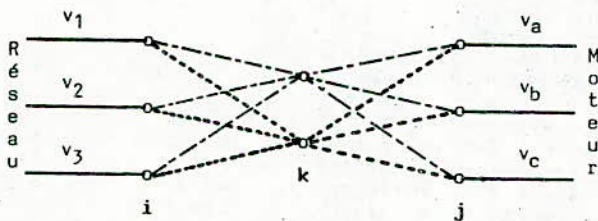
----- Dans la simulation, on définit l'état de conduction des deux ponts par deux matrices de connexions /7/.

Nous négligeons la commutation entre les phases du réseau.

La matrice de connexion A du pont redresseur ne peut avoir que deux éléments égaux à 1 et le reste des éléments égaux à 0, pour chaque état de conduction.

La matrice B du pont onduleur peut avoir, au maximum, trois éléments égaux à 1 (schéma suivant):





Liaisons entre moteur et réseau

2.1.2- Modèle des régulateurs:

Nous utilisons une régulation en cascade courant-vitesse. Les régulateurs sont du type "P.I".  
Fonctions de transfert:  $F(p) = K + \frac{K_i}{p}$

2.1.3-Résolution des systèmes d'équations différentielles:

La résolution des systèmes d'équations du type:

$$(L) \frac{d(I)}{dt} = (R)(I) + (U)$$

nécessite l'inversion de la matrice (L) qui est d'ordre 3, 4 ou 5, selon les régimes de conduction et dont les éléments dépendent de  $\theta$  donc du temps.

Une méthode de calcul de (L) [8] permet d'éviter les inversions répétitives (trois fois par pas) de (L). Cette méthode consiste à mettre (L) sous la forme:

$$(L) = \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ B_m^t & L_f \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} (L) \text{ de dimension } n \times n \\ (L_f) \text{ de dimension } 3 \times 3 \end{array}$$

La matrice  $(L)^{-1}$  est donnée par:

$$(L)^{-1} = \begin{bmatrix} C_m & -C_m B_m L_f^{-1} \\ -L_f^{-1} B_m^t C_m & L_f^{-1} + L_f^{-1} B_m^t C_m B_m L_f^{-1} \end{bmatrix}$$

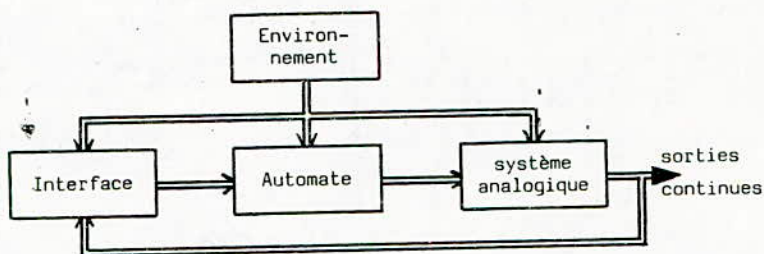
avec:

$$C_m = A_m - B_m L_f^{-1} B_m^t$$

## 2.2- Simulation:

La méthode utilisée /9/ consiste à représenter le système global (source, convertisseurs, machine, commande et régulation) en trois sous-systèmes distincts:

- un système "continu": régi par des équations intégrodifférentielles. Ces équations avec des coefficients appropriés constituent le modèle. Ce dernier est variable dans le temps.
- un automate fini: constitué par des équations logiques. Le vecteur sortie (binaire) désigne le modèle du système continu à prendre en considération lors de la simulation. Les entrées sont des variables logiques. Celles-ci peuvent exister physiquement dans le système ou être introduites en fonction des variables logiques continues.
- un interface: son rôle est d'associer aux variables continues et aux événements physiques, des variables logiques. Il assure aussi la connexion entre le système et l'automate.
- l'environnement: certaines variables peuvent être fournies par des éléments extérieurs au système considéré, comme les références appliquées aux régulateurs, la tension de commande en l'absence de régulateur. Ces variables interviennent comme des entrées de l'un des trois sous-systèmes précédents.



Structure générale de la modélisation.

## 2.3- Stratégie de démarrage:

### 2.3.1- Démarrage à $\psi = 0$ pendant le régime de commutation forcée:

L'avantage de maintenir l'angle  $\psi = 0$  pendant la durée de démarrage que nécessite la commutation forcée, est de pouvoir garder un couple maximal pendant ce régime de fonctionnement.

Les figures de 9:a à 9:f montrent l'allure des différentes variables du moteur pendant le régime à commutation forcée avec régulation de courant.

- courant de consigne 15A,
- angle de commande  $\psi = 0$ .

Le fonctionnement en commutation naturelle ne peut se faire que pour un angle  $\psi$  différent de 0.

Lors du passage de la commutation forcée à la commutation naturelle, l'angle  $\psi$  change brusquement de la valeur nulle à une valeur nécessaire au régime autosynchrone. Ce changement brusque de  $\psi$  entraîne une chute du couple moteur, ce qui donne naissance à un ralentissement de la vitesse pendant un court instant.

La figure 10 montre, pour:

- $\psi = 0$  (régime de commutation forcée),
- $\psi = 70^\circ$  (régime autosynchrone).

Les évolutions du couple électromagnétique et de la vitesse.

### 2.3.2- Démarrage à $\psi$ croissant:

Dans le but d'éviter la variation brusque de l'angle  $\psi$  au moment du passage de la commutation forcée à la commutation naturelle, on fait varier cet angle linéairement en fonction de la vitesse.

Par cette stratégie, la continuité du couple est assurée mais sa valeur n'est pas constante pendant le régime de commutation forcée.

- Résultats donnés par la simulation (fig.11),
- Relevés expérimentaux sur la machine (fig.13:a),
- Courant de consigne: 15 A.

## 2.4- Régulation en cascade courant-vitesse:

Une réponse à un échelon de vitesse de 200 tr/mn (fig.12) pour:

- $\psi$  croissant lors de la commutation forcée,
- $\psi = 45^\circ$  en régime autosynchrone.

La figure 13b correspond à un enregistrement expérimental sur la machine.

Une limitation du courant a été prise en considération lors de cette régulation. Le courant dans l'inductance de lissage a été limité à 27A.

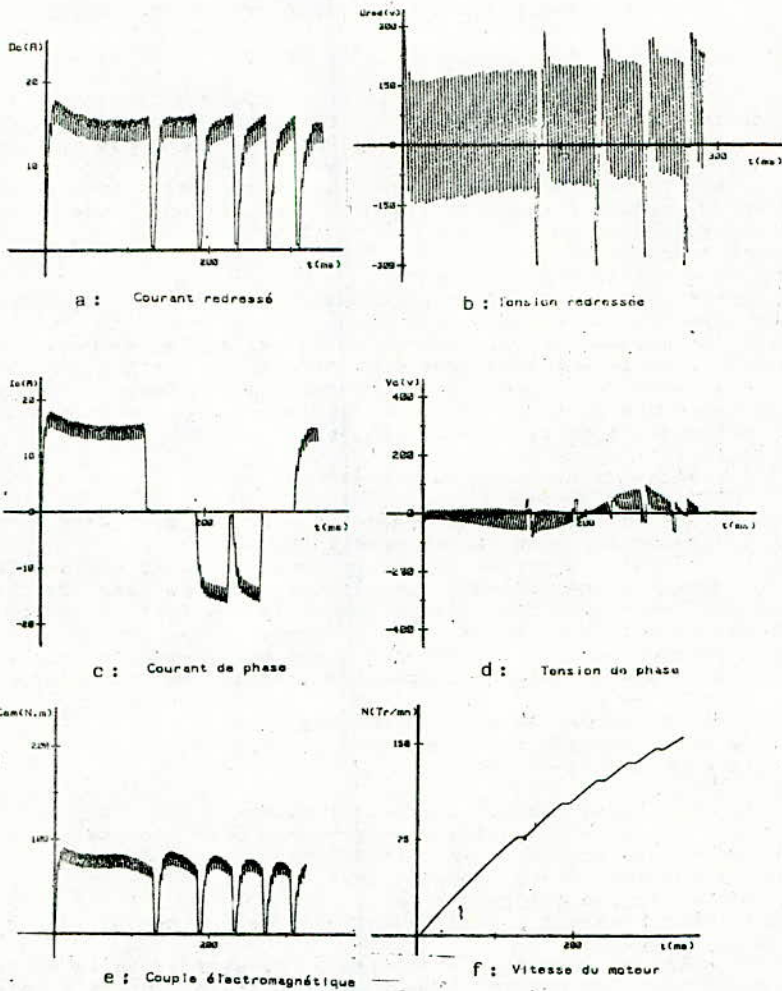
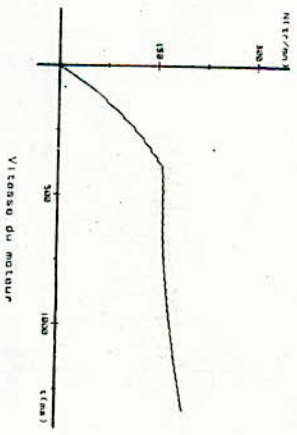
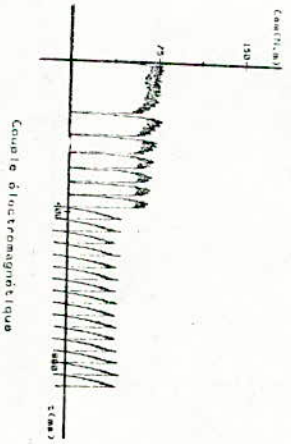
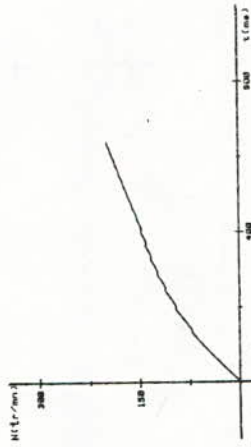


fig. 9 : variation temporelle des grandeurs de la machine avec régulation de courant

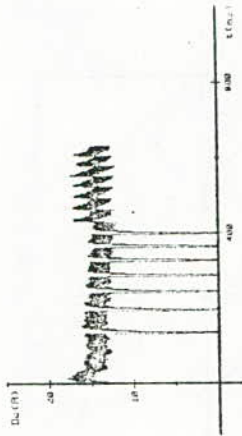


**Fig. 10 :** variation temporelle du couple et de la vitesse  
 (avec  $\psi = 0$ , pour la phase de commutation forcée  
 et  $\psi = 70^\circ$  pour la phase de commutation naturelle)

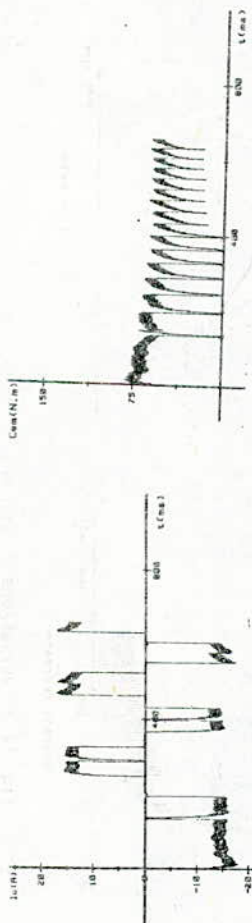




b : Vitesse du moteur



B : Courant redressé



C : Courant de phase  
 d : Couple électromagnétique

Fig. 11 : variation temporelle des grandeurs de la machine  
 (avec  $\psi$  croissant, pour la phase de commutation forcée  
 et  $\psi = 45^\circ$ , pour la phase de commutation naturelle)

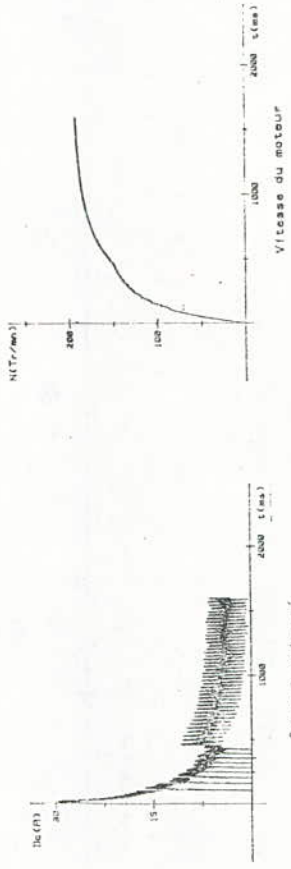
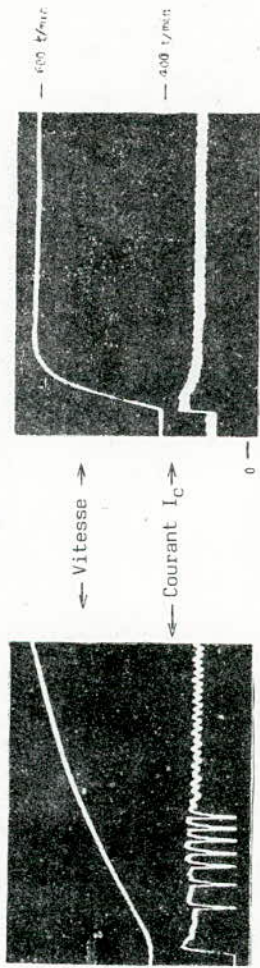
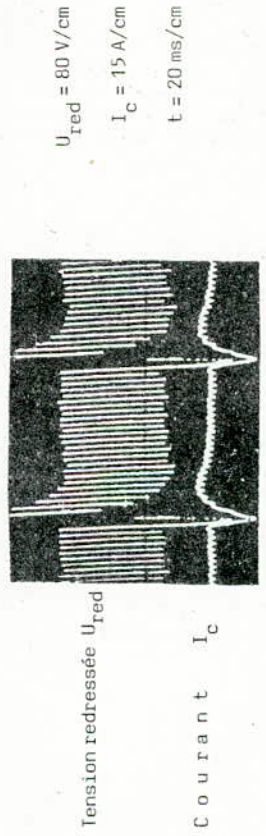


fig. 12 : variations du courant et de la vitesse pour un échelon de vitesse de 200 tr/mn avec régulation de vitesse



a : Démarrage à  $\omega$  croissant (avec régulation de courant)  $N = 100$  tr/mm/cm ;  $I_c = 21$  A/cm ;  $t = (10/7)$  s/cm.

b : Réponse à un échelon de vitesse de 200 tr/min (avec régulation de vitesse)  $I_c = 21$  A/cm ;  $t = (1/7)$  s/cm.



c : tension aux bornes du redresseur et courant redressé pendant une commutation forcée

fig. 13 : relevés expérimentaux

CONCLUSION:

----- Nous avons modélisé le système "Machine synchrone autopilotée". Plusieurs systèmes d'équations (modélisation) ont été nécessaires pour couvrir la globalité du fonctionnement.

La grande concordance entre les résultats obtenus par simulation numérique et ceux relevés expérimentalement permet d'apprécier la très satisfaisante validité de la modélisation utilisée.

Nous avons étudié principalement les réponses temporelles de la machine synchrone autopilotée.

Nous avons vu la justification de la stratégie de commande du commutateur de courant.

Le rôle important joué par les amortisseurs, sur les réponses temporelles et principalement sur la durée des commutations, a été mis en relief. Des conclusions significatives sur les améliorations possibles sont déduites.



\* B I B L I O G R A P H I E \*

- 1 .JAKUBOWICZ, M.NOUGARET ET R.PERRET "Simplified model and closed-loop of a commutatorless DC motor"  
IEEE Vol.IA-16, N°2 Mars/Avril 1980
- 2 .B.FORNEL, M.L.MAZENC & G.ROJAT "Sur la détermination d'un modèle d'une machine à commutation électronique"  
C.R.Acad.Sc. Paris, t.279 21 Octobre 1974
- 3 .R.CHAUPRADE "Procédé moderne d'entraînement à vitesse variable par moteurs électriques autopilotés"  
R.G.E. Tome 87, N°10 Octobre 1978
- 4 .R.KLEIN "L'association onduleurs-machines synchrones"  
R.G.E. Tome 85, Janvier 1976
- 5 .A.ABDEL-RAZEK, J.P.CHASSAUDE, M.POLOUJADOFF & A.WIARIT  
"Fréquence limite de fonctionnement en commutation naturelle d'un moteur synchrone autopiloté"  
R.G.E. Tome 86 n°9 Septembre 1979
- 6 .A.ABDEL-RAZEK & M.POLOUJADOFF "Analytical approach to the operation of a synchronous machine associated with a thyristor bridge"  
Electric Machines and Electromechanics, pp. 167-184 1978
- 7 .R.LE DOEUFF "A mathematical model for static converters allowing digital simulation of associate machine transients"  
TIECI Vol.24 N°1 Février 1977
- 8 .R. LE DOEUFF, E.GUDEFIN & J.P LOUIS "Modélisation en vue de leur simulation numérique des machines synchrones à des convertisseurs statiques"  
C.R. Acad. Sc Paris t.290 pp.253-256 24 Mars 1980
- 9 .C.IUNG, R.LE DOEUF & J.P.LOUIS "Une modélisation des convertisseurs à thyristors adaptée à la simulation numérique" et "une approche unifiée de la modélisation et de la simulation des ensembles convertisseurs-machines-commandes-régulation"  
Rapport d'activité du groupe LEEA de l'ENSEM, Octobre 1980 Nancy France
- 10.J.CHATELAIN "Machines électriques" Tome 2 Edition DUNOD
- 11.A.ABDEL-RAZEK "Contribution à l'étude des régimes transitoires déséquilibrés des machines synchrones".  
Thèse d'Etat I.N.P.G Grenoble Décembre 1976

12. LE HUY-HANG "Etude de la commande numérique par microprocesseur d'une machine synchrone autopilotée alimentée en courant" Thèse de Docteur-Ingénieur I.N.P.G. Grenoble Juin 1980
13. J. DAVOINE "Technique de démarrage d'une machine synchrone autopilotée alimentée en courant et commandée par microprocesseur"; Thèse d'ingénieur I.N.P.G, Grenoble Juin 1981
14. H. LEHUY & R. PERRET "Torque characteristics of self-controlled synchronous motor" Electric Machines and Electromechanics, pp.473-481 1982
15. H. STEMLER & P. DE BRUYNE "Entraînements triphasés de moyenne et haute puissance commandés par convertisseurs" Revue Brown-Boveri pp.55-63 Janvier 1980
16. H. BUHLER "Electronique de réglage et de commande" Edition DUNOD, 1979
17. R. CHAUPRADE "Procédé moderne d'entraînements de grande puissance à vitesse variable par moteurs électriques autopilotés" Revue Jeumont Schneider, N°22, 1976
18. S. ABDEL-LATIF MAHMOUD "Contribution à la simulation numérique de l'association machine synchrone- ponts à thyristors" Thèse de Docteur-Ingénieur I.N.P.L Nancy Juin 1979
19. J. OSTER "Contribution à l'étude et à la modélisation des machines synchrones alimentées en courant par convertisseurs statiques" Thèse de Docteur-Ingénieur, I.N.P.T Toulouse 1978
20. A. MEYER, H. SCHWEICKARDT & P. STROZZI "Le moteur synchrone à convertisseur de courant utilisé comme système d'entraînement à vitesse variable" Revue Brown-Boveri 4/5 Tome 69 1982

ETUDE DE LA CINETIQUE DE DECOMPOSITION  
DE L'AUSTENITE EN CONDITIONS ISOTHERMES

Par Mabrouk BOUABDALLAH  
Bernard SCHMITT

Laboratoire de Métallurgie E.N.P  
D.P.I.C. Nancy FRANCE

الموضوع:

ان طرائق دراسة تحولات الاطور في شروط ثبات درجة الحرارة في  
استفادة كثير من التقنيات الحديثة كتقنية المبرد السريع و  
المحهر الالكتروني و المعلوماتية.  
ان هذه التقنيات قد سمحت لنا بتكوين فكرة واضحة عن  
حركية تحول الطور الأوستينيني في شروط ثبات درجة الحرارة لفضلا  
و من انتاج وطني تركيه.

RESUME:

----- Les méthodes d'étude des transformations de phase en  
conditions isothermes, ont largement bénéficié des développements  
de nouvelles techniques comme la dilatométrie de trempe rapide,  
la microscopie électronique et l'informatique.  
Ces techniques nous ont permis d'approcher la cinétique de  
décomposition de l'austénite en conditions isothermes d'un acier  
de production nationale et de composition: 0.37% C, 1.26% Mn,  
0.31% Si et 0.22% Cr.

Abstract:

----- Study methods for isothermal phase transformation are  
largely benefited for new technicals as kanched dilatometry,  
electronical microscopy and informatic.  
This technical will be appreciated the cinetic for isothermal  
decomposition of austecrit. Composition for this national product  
is 0.37% C, 1.26% Mn, 0.31%Si and 0.22%Cr.



## 1 - INTRODUCTION

---

Les traitements industriels auxquels sont actuellement soumis les aciers sont généralement très complexes. Ils associent souvent, comme par exemple dans l'opération de laminage, un traitement mécanique et un traitement thermique.

La mise au point de tels traitements repose sur une connaissance approfondie des mécanismes élémentaires qui conditionnent les transformations de phases.

En ce sens, l'étude des transformations de l'austenite en conditions isothermes est une approche particulièrement intéressante. Elle permet d'atteindre les caractéristiques de la transformation et, partant de là, d'appréhender les mécanismes compatibles avec la loi cinétique obtenue.

A partir des courbes dilatométriques, nous construirons le diagramme Température, Temps, Taux de transformation (T.T.T.) d'une part, et nous donnerons, à l'appui du traitement informatique des données expérimentales, une approche cinétique d'autre part.

## 2 - TRAITEMENT DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

---

### 2.1 Principe de la méthode

---

Le traitement des échantillons (2 mm de diamètre sur 12 mm de long) s'effectue en quatre étapes successives.

- chauffage de l'échantillon jusqu'à une température du domaine monophasé austénitique
- maintien à cette température pour permettre l'homogénéisation de la structure
- trempe rapide jusqu'à la température de travail
- maintien à cette dernière température jusqu'à la fin de la transformation.

Le cycle de traitement est réalisé sous vide primaire dans un dilatomètre de trempe rapide du type ADAMEL LK02 .

## 2.2 Parametres de l'austénisation

Les parametres d'austénisation sont essentiellement la vitesse de chauffage, la température et la durée d'austénisation. Le choix de ces parametres conditionne, dans la pratique industrielle, l'obtention des caractéristiques mecaniques que necessitent les applications.

### 2.2.1 Vitesse de chauffage:

Nous avons choisi une vitesse de chauffage de 10 DegC/s. Cette valeur, relativement élevée par rapport à la pratique industrielle, présente l'avantage d'atteindre rapidement le domaine austénitique. Ce choix se justifie car la vitesse de chauffage a peu d'influence sur les points de transformation AC1 et AC3. En effet, si nous utilisons les relations d'ANDREWS (1), à savoir:

$$AC1 = 723 - 10,7 Mn - 16,9 Ni + 29,1 Si + 16,9 Cr + 6,38 W + 290 As$$

$$AC3 = 910 - 203 / C - 15,2 Ni + 44,7 Si + 104 V + 315 Mo + 13,1 W - 30 Mn - 11 Cr + 20 Cu + (700 P + 400 Al + 120 As + 400 Ti)$$

Nous obtenons AC1 = 722 Deg C  
AC3 = 790 Deg C

Ces valeurs sont très proches de celles que nous avons mesurées sur les courbes dilatométriques au cours du chauffage des éprouvettes.

### 2.2.2 Température et durée de l'austénisation:

Ces deux parametres ont des actions combinées (2) sur les transformations de phase. En effet, il existe une complémentarité entre la température et le temps. Ainsi, dès que le point AC3 est dépassé, on peut avoir le même effet en maintenant, soit longtemps à basse température, soit brièvement à haute température. La température de 850 Deg C, qui correspond à AC3 + 60 DegC environ, a été choisie pour se rapprocher le plus possible de la pratique industrielle. Ce choix se justifie de plus, par le fait qu'un chauffage à plus haute température risquerait de provoquer une décarburation superficielle et le grossissement du grain. Le choix du temps de maintien dépend généralement de la taille de l'échantillon. Il doit être suffisant pour permettre l'homogénéisation de l'austénite. Nous présentons sur la figure 1 une courbe qui caractérise l'évolution du volume de l'échantillon en fonction du temps à la température d'austénisation. On constate que cette évolution cesse après les 15 premières minutes de maintien. Cette durée qui peut paraître courte est à rapprocher des dimensions très réduites des éprouvettes dilatométriques.



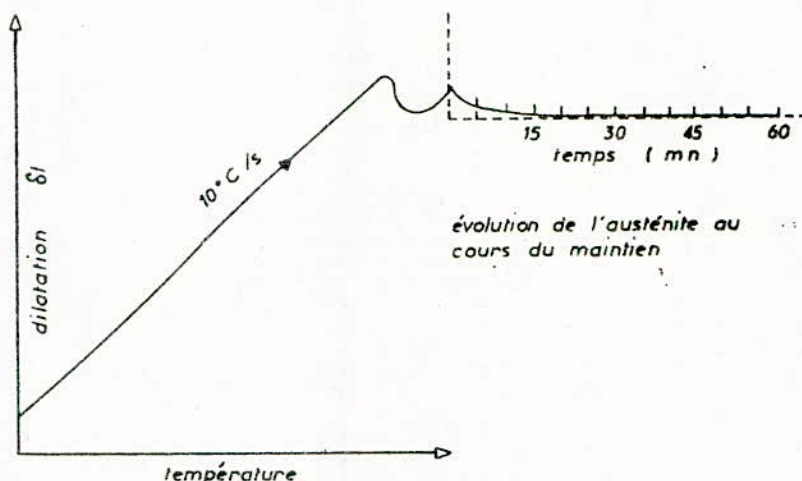


Figure 1 : Evolution de l'austénite en fonction du temps

### 2.3 Normalisation des courbes dilatométriques

Les courbes enregistrées, dans un plan où l'abscisse représente le temps et l'ordonnée l'évolution quantitative de la transformation, on la forme d'un S. Ces courbes sont normalisées de telle sorte que l'amplitude maximale de la transformation soit ramener à l'unité. Les courbes ainsi normalisées représentent l'évolution de la fraction  $y$  (variant de 0 à 1) en fonction du temps  $t$ .

### 2.4 Methode informatique de traitement des courbes

Le programme de traitement des courbes dilatométriques s'appuie sur le choix d'un model, c'est-à-dire d'une équation d'évolution permettant de décrire la cinétique de la transformation.

A l'appui de ce model, les courbes dilatométriques normalisées sont analysées et l'on en déduit des valeurs pour les parametres de l'équation d'évolution. ces parametres sont affinés jusqu'à ce que le meilleur accord soit obtenu entre la courbe expérimentale et la courbe corrigée retracée à partir des valeurs des parametres. L'organigramme mis en oeuvre est schématisé sur la figure 2.

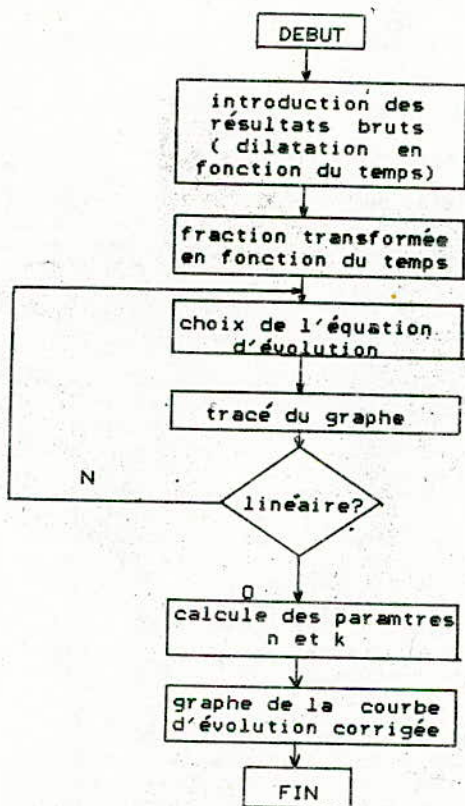


Figure 3: Organigramme du traitement informatique

### 3 - CINÉTIQUE DE DÉCOMPOSITION DE L'AUSTÉNITE

#### 3.1 Modèle de JOHNSON-MEHL

Après avoir testé différents modèles, les meilleurs résultats ont été obtenus avec celui de JOHNSON-MEHL (3). La cinétique de la décomposition de l'austénite est décrite par une équation d'évolution empirique. Elle s'exprime par la relation:

$$y = 1 - e^{-(kt)^n}$$

dans laquelle  $y$  est la fraction transformée  
 $k$  une constante de vitesse  
 $n$  un coefficient  
 et  $t$  le temps

En utilisant les logarithmes, on obtient successivement:

$$\text{Ln } 1/(1-y) = (kt)^n$$

$$\text{et } \text{Ln Ln } 1/(1-y) = n \text{ Ln } k + n \text{ Ln } t$$

Si une transformation suit le model de JOHNSON-MEHL, la courbe representative de l'équation ci dessus, à condition d'utiliser des expressions logarithmiques des variables, est une droite de pente  $n$  et dont l'ordonnée à l'origine a pour valeur  $n \text{ Ln } k$  (4).

### 3.2 Les courbes de transformation

Les courbes enregistrées au dilatomètre LK02 représentent la quantité d'austénite transformée en fonction du temps.

Sur ces courbes, si on peut déterminer avec précision le temps de fin de transformation, par contre, celui de début de transformation est beaucoup moins net, à cause de l'inertie de l'appareil, surtout aux basses températures.

En consequence, il est difficile de déterminer sur les courbes expérimentales la durée de la période d'incubation. Nous avons choisi, pour  $y$  parvenir, de prendre comme origine des temps ou instant zéro, le moment ou l'échantillon atteint la température de réaction, et comme temps de début de réaction sur les courbes corrigées, le point correspondant à une évolution de la transformation de 1,5% (c'est à dire  $y = 0,015$ ).

A l'exception de la transformation à 450 °C, toutes les courbes expérimentales de transformations isothermes ont pu être décrites par deux cinétiques différentes (figures 3, 4 et 5), prenant places, l'une dans la première et l'autre dans la seconde partie de la transformation.

Pour chaque température de traitement, la figure concernée rassemble les points expérimentaux et les courbes corrigées. Les droites représentatives de la forme logarithmique sont séparées, alors que les courbes en S, traduisant l'expression première de la courbe d'évolution, sont superposées.

La transformation à 450 °C peut être décrite dans son ensemble par une seule équation d'évolution.

### 3.3 Les processus de transformation

Au debut de la transformation, les courbes d'évolution corrigées se développent après un temps d'incubation assez long. Une fois amorcées elles évoluent et se terminent rapidement. Les points expérimentaux ne suivent pas rigoureusement la droite de régression. Ce processus correspond à la transformation de l'austénite en ferrite. Approximativement, au-dessus de 500 °C, il s'agit de ferrite properlitique et au-dessous, de ferrite probainitique.

La deuxième partie de la transformation se caractérise par une meilleure coïncidence entre les points expérimentaux et la droite de regression. Ce processus n'intervient qu'après un ralentissement considérable, voire même un arrêt de quelques secondes de la décomposition de l'austénite. Cet arrêt est particulièrement net pour les transformations à des températures comprises entre 400 et 450 °C. La pente de la droite de regression est plus faible que celle correspondant à la première partie de la transformation. Ce processus correspond à la transformation de l'austénite en perlite ou en bainite selon que l'on se trouve au-dessus ou au-dessous de 500 °C environ.

### 3.4 Les paramètres de la transformation

Nous avons reporté sur la figure 6 les différentes valeurs de  $k$  et de  $n$  que nous appelons  $k_1$  et  $n_1$  pour la première partie de la transformation, et  $k_2$  et  $n_2$  pour la deuxième partie.

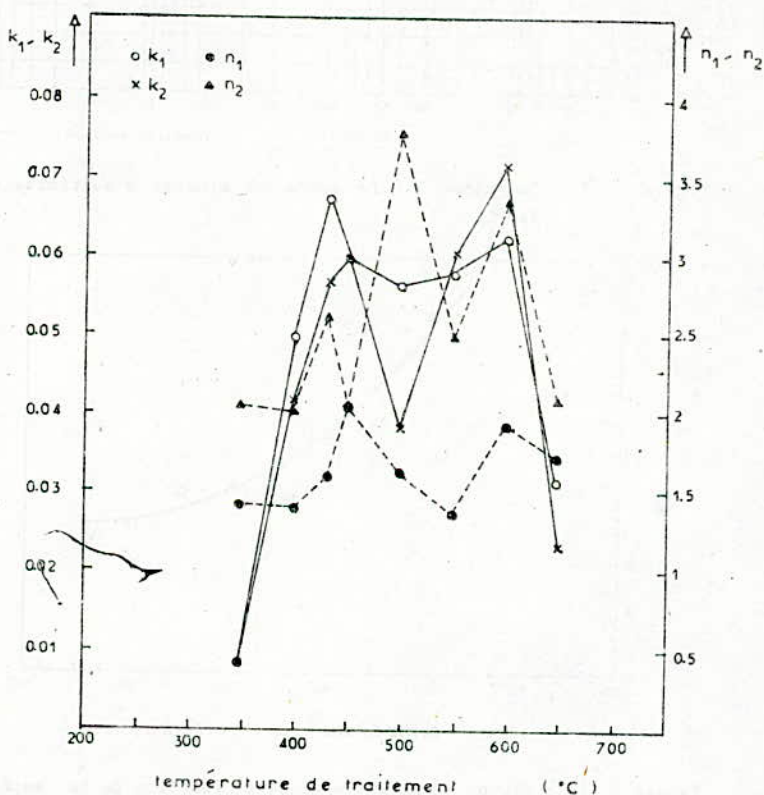


Figure 6 : Evolution des paramètres  $k$  et  $n$  en fonction de la température de traitement



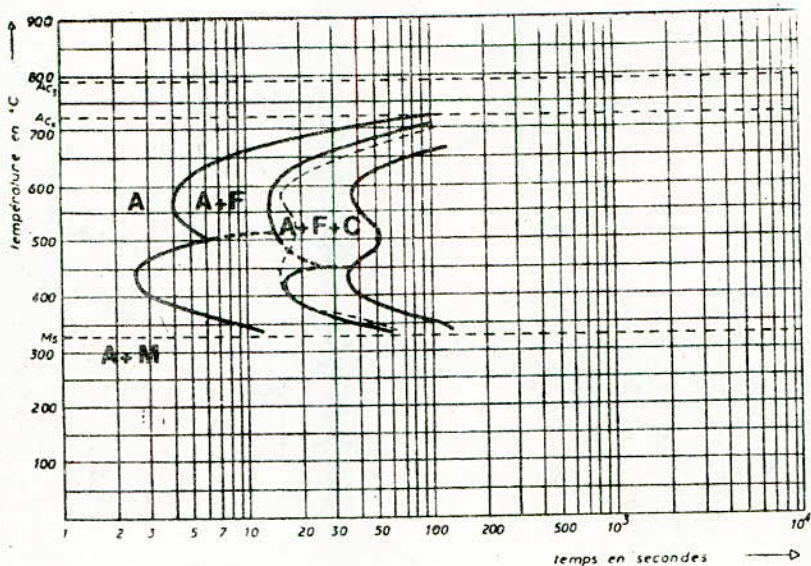


Figure 7 : Diagramme T.T.T. après 15 minutes d'austénisation à 850°C

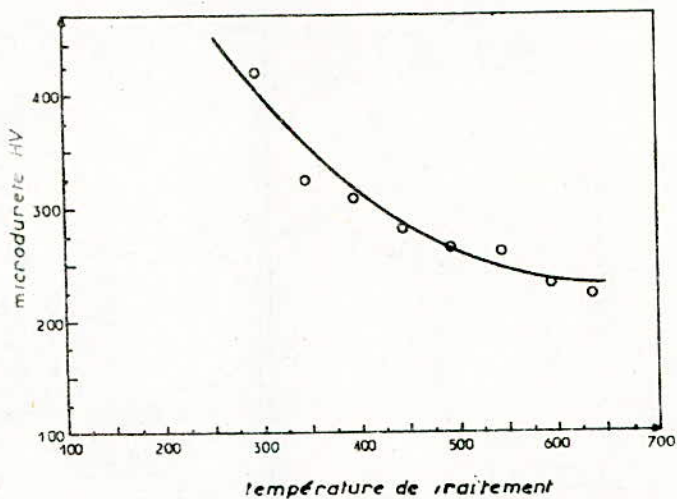


Figure 8 : Courbe de dureté moyenne en fonction de la température de traitement (charge 200 g)



## 5 - INTERPRETATION - DISCUSSION

### 5.1 Modèle cinétique

#### 5.1.1 L'équation de JOHNSON-MEHL :

C'est une équation empirique particulièrement adaptée aux réactions hétérogènes. Elle a été utilisée par ses auteurs pour étudier la formation de la perlite à partir de l'austenite. JOHNSON et MEHL (4) ainsi que AVRAMI (6) ont pu établir à posteriori cette équation d'évolution pour les transformations eutectoïdes en introduisant les concepts de pouvoir de germination, vitesse de croissance et d'aire totale d'interface mobile.

#### 5.1.2 Les cinétiques de transformation :

Pour la première partie de la transformation, les points expérimentaux ne collent pas toujours très bien avec la droite de régression. En fait, on peut avancer que la transformation de l'austenite en ferrite est très sensible à un certain nombre de facteurs susceptibles d'affecter sa cinétique. Parmi ces facteurs, citons la présence d'inclusions, les variations locales de composition et la taille de grain austénitique.

Nous constatons que le meilleur accord entre points expérimentaux et courbes calculées à partir du modèle est obtenu pour la deuxième partie de la transformation qui correspond à la réaction eutectoïde de la transformation de l'austenite en perlite. Cet accord reste excellent lorsque, au-dessous de 500 °C, la perlite est remplacée par la bainite.

La courbe d'évolution à 450 °C conserve de bout en bout les mêmes paramètres  $k$  et  $n$ .

#### 5.1.3 Les paramètres $k$ et $n$ de l'équation d'évolution :

Le paramètre  $k$  a les dimensions de l'inverse d'un temps, mais ce n'est pas une vraie constante de vitesse. Les valeurs maximales de  $k_1$  et  $k_2$  correspondent sensiblement aux températures des nez perlitique et bainitique pour lesquelles les temps d'incubation sont très courts.

Les variations de  $n$  dans la première partie de la transformation, c'est à dire pour la formation de ferrite à partir de l'austenite, sont très importantes. nous notons une tendance aux fortes valeurs pour les températures proches des nez

Pour la transformation en perlite ou en bainite, le paramètre  $n$  varie entre 1,5 et 2. Ces valeurs sont deux fois plus faibles que celles obtenues par JOHNSON et MEHL.

## 6 - CONCLUSION

---

Les résultats auxquels nous sommes parvenus après l'analyse informatisée des courbes dilatométriques sont intéressantes. Ils nécessitent à présent un retour vers l'expérience pour obtenir non seulement des confirmations mais aussi de nouveaux résultats sur un certain nombre de points. En particulier, une expérimentation sur un matériau plus homogène semble indispensable. Nous ne pouvons actuellement expliquer les valeurs du paramètre  $n$  de l'équation d'évolution.

## B I B L I O G R A P H I E

---

- (1) K.W. ANDREWS  
J.I.S.I., 7, 721, 1967
- (2) J. BARRALIS, G. MAEDER  
Métallurgie physique  
E.N.S.A.M., 1982
- (3) W.A. JOHNSON, R.F. MEHL  
Trans. A.I.M.E., 135, 416, 1939
- (4) J. BURKE  
La cinétique des changements de phase dans les métaux-  
MASSON & Cie - 1968
- (5) M. BOUABDALLAH, B. SCHMITT  
Journal of technology, E.N.P., 1, 1966
- (6) M. AVRAMI  
J. Chem. Phys. 7, 1 103, 1939

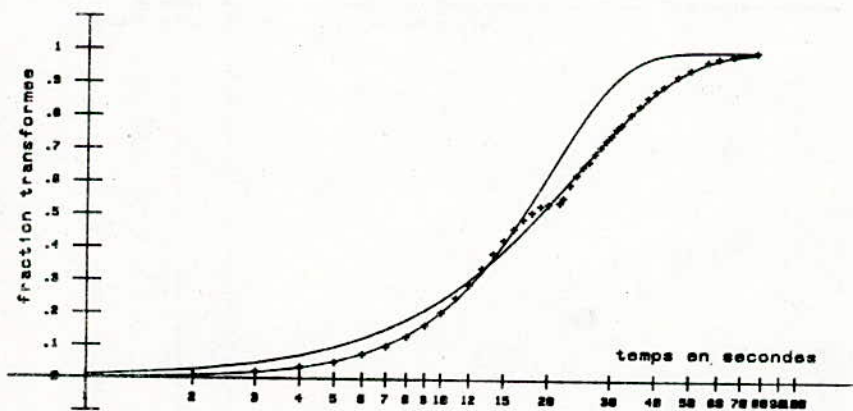
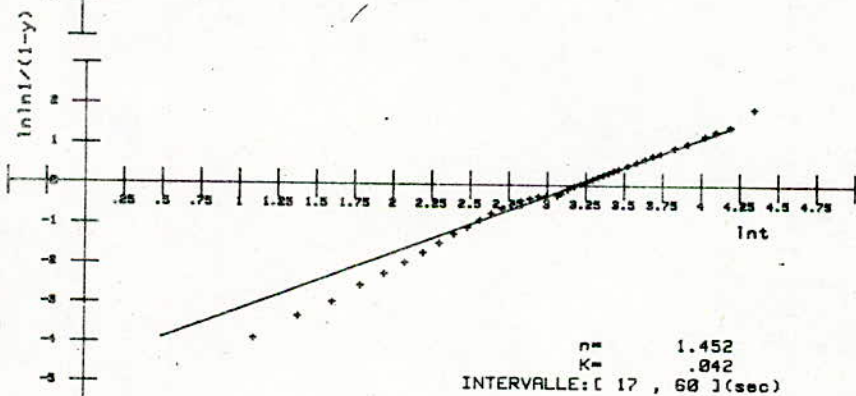
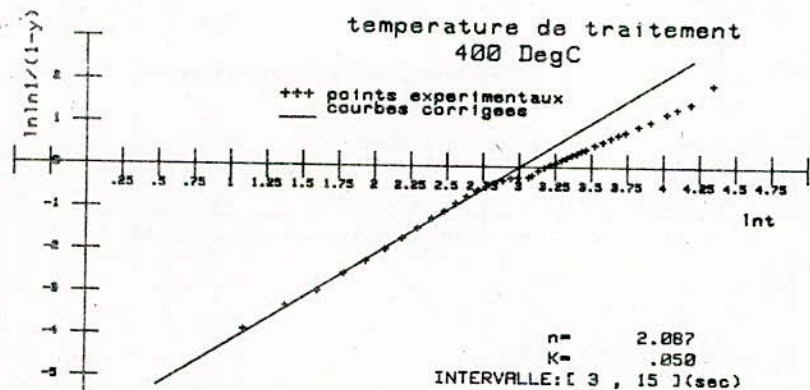
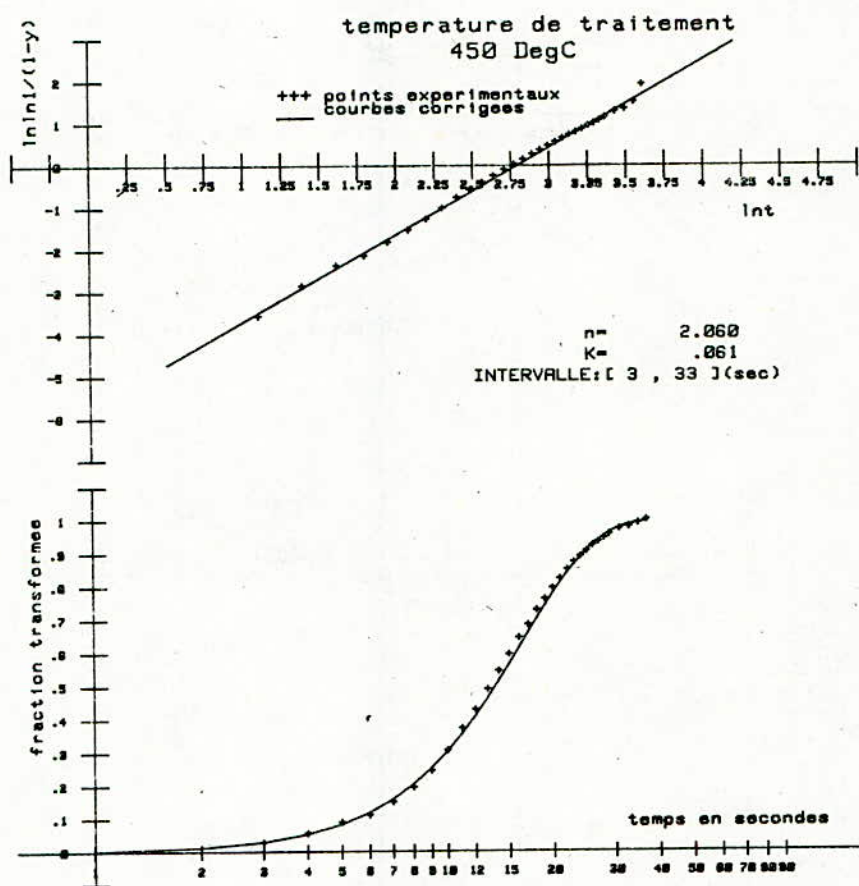


Figure 4



Figures: 5

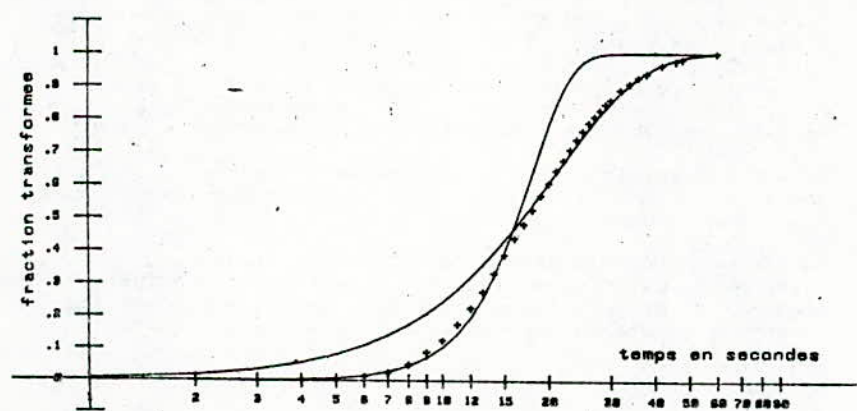
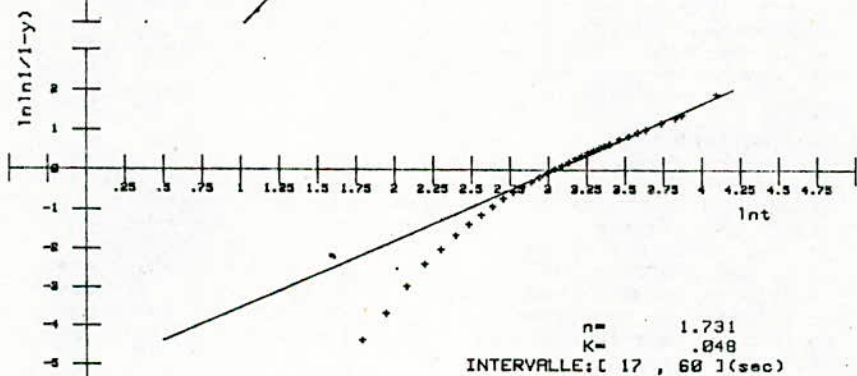
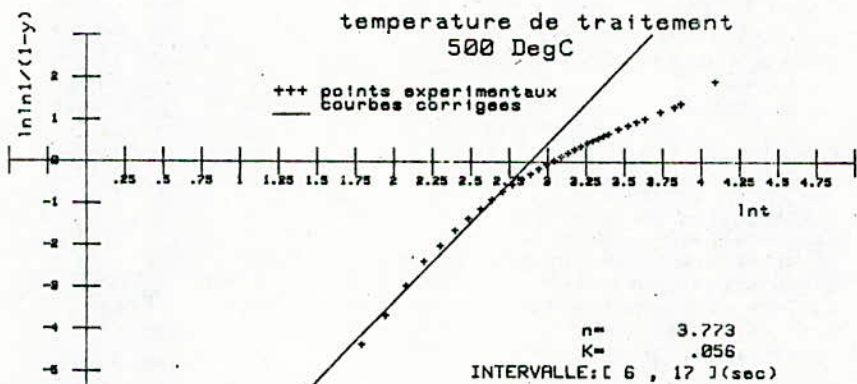


Figure: 6



On constate que  $k_1$  et  $k_2$  sont tous les deux maximum aux températures de 430 et 600 °C.

Le coefficient  $n_2$  est toujours supérieur au coefficient  $n_1$ .

#### 4 - LE DIAGRAMME T.T.T.

##### 4.1 Construction et description

Le diagramme de transformation en conditions isothermes (5) a été établi à partir des courbes en S corrigées et des observations micrographiques. Ce diagramme (figure 7) est compris dans un cadre limité en température inférieure par le domaine instable martensitique.

La ligne la plus à gauche représente le début et celle la plus à droite la fin de la transformation de l'austenite. Les lignes intermédiaires marquent approximativement le début d'apparition d'un nouveau produit (perlite ou bainite), mais ne correspondent pas à la fin de la transformation antérieure, car les deux réactions peuvent se poursuivre simultanément sans être cependant indépendantes l'une de l'autre.

##### 4.2 Domaine perlitique

Ce domaine se situe au-dessus de 500 °C. La transformation commence d'abord par l'apparition de la ferrite aux joints des grains de l'austenite qui s'enrichit en carbone avant de donner naissance aux colonies de perlite. Le net perlitique se situe entre 550 et 600 °C. Lorsque la température diminue, la ferrite passe de la morphologie globulaire à la morphologie aciculaire. En même temps, la perlite s'affine. La microdureté varie peut dans ce domaine, elle passe de 225 HV à 250 HV (figure 8).

##### 4.3 Domaine bainitique

Dans ce domaine, la ferrite probainitique apparaît en grande quantité (environ 50 %). On la différencie facilement de la bainite. Ses plages ont des contours très accidentés.

La bainite se présente sous forme de paquets d'aiguilles qui traversent souvent l'ancien joint austénitique. Ces paquets sont de plus en plus imbriqués lorsque la température diminue.

Au microscope électronique, on observe très bien à l'intérieur des aiguilles de bainite, de fins lisérés parallèles constituant les précipités de cémentite.

La variation de la microdureté est relativement importante (figure 8). La finesse de la structure et l'apparition de carbures de plus en plus dispersés expliquent cet accroissement de dureté lorsque la température est abaissée.

Contribution à l'étude du régime  
transitoire dans une conduite  
forcée à écoulement gravitaire

Par SALAH Boualem  
BEDNARCZYK S

Ingénieur à l'E.N.P  
Professeur à l'E.N.P

المخلص

ان النظام الانتقالي هو ظاهرة مضرّة علي مستوي الجريان بحيث انه يخلف تباين في الضغط و في الارتجاج الاهتزاز. استنادا للتحليل النظري المعقد. قصدا في عقلنا بوضع نموذج رياضي لحساب قياسي للنظام الانتقالي في مجري دات قطري مة 4م، تم وجهنا دراستنا نحو برنامج يساعد في تخفيف الاثار المترتبة. (لتحقيق هذا الهدف درسنا صدمة الكبحر الذي يظل ضغطه ثابتا مع وضع منهج مسبقا لقانون مناسب لتنظيم مقدا، النضج العنصر.

Résumé:

----- Le régime transitoire est un phénomène nuisible au niveau de la conduite. Il donne naissance à une variation importante de pression et aux vibrations. Dans notre travail, en reprenant ce sujet par une analyse théorique complexe, nous avons établi un modèle de calcul permettant de déterminer les paramètres du régime transitoire dans une conduite à diamètre variable. Ensuite nous avons orienté notre étude vers un programme du régime transitoire de telle façon que les effets nuisibles causés soient réduits. Dans ce but nous avons étudié un coup de bélier parfait pour lequel la pression demeure constante en établissant une méthode de prédétermination d'une loi parfaite de manoeuvre de l'organe de régulation du débit.

Summary:

----- Transient flow is a harmful phenomenon which produces an important pressure variation and vibrations. In this study we have developed by a complex theoretical analysis a mathematical model for calculating the transient flow parameters in a variable diameter conduit. On the basis of this analysis we have studied a perfect water hammer for which the pressure remains constant in order to reduce harmful effects with settling method of predetermination a perfect law manoeuvre of the discharge regulation agency.

\* SYMBOLES UTILISES \*

- v - vitesse d'écoulement en régime transitoire.
- A - section droite de la conduite.
- l - longueur de la conduite.
- D - diamètre interne de la conduite.
- E - module d'élasticité de la conduite.
- E - compressibilité volumétrique du liquide.
- $\rho$  - masse volumique du liquide.
- P - pression en régime transitoire.
- S - perte de charge.
- $\lambda$  - coefficient de frottement.
- $K_1$  - compressibilité du système liquide-conduite.
- K - coefficient tenant compte de la variation de l'aire droite de la conduite suivant sa propriété mécanique et sa contraction.
- c - célérité d'onde de pression.
- h - grandeur de coup de bélier.
- K - coefficient de perte de charge  $k = \text{----}$
- $h_m$  - valeur du coup de bélier parfait.
- $H_0$  - charge statique.
- paramètre adimensionnel du coup de bélier.
- $V_{0i}$  - vitesse à la sortie du réservoir.
- $V_{Li}$  - vitesse au niveau de l'organe.
- $V_0$  - vitesse d'écoulement permanent.
- m - nombre total réduit d'étapes de manoeuvre.
- $\theta$  - temps d'aller et retour de l'onde.
- T - temps de manoeuvre.
- $\Psi$  - coefficient de vitesse.
- t - variable temps en régime transitoire.



## INTRODUCTION:

----- En pratique, le régime transitoire provoqué par les manoeuvres de l'organe de régulation placé à l'extrémité aval d'une conduite occasionne des effets nocifs (fatigue et fissuration) caractérisés par les phénomènes de surpression et de dépression.

Dans cette circonstance, nous sommes appelés à protéger la canalisation par un moyen approprié efficace pour son entretien et sa longévité, c'est l'optique de notre étude.

En se basant sur les équations de quantité de mouvement et de continuité, nous avons établi une équation générale qui décrit le régime transitoire dans une conduite à section variable, et à écoulement gravitaire. Etant donné que cette équation présente un domaine d'application générale, nous nous limitons à une conduite à caractéristiques uniques. En se basant sur la relation établie, nous examinons l'influence d'une loi de variation de débit sur la répartition de pression et de vitesse dans le temps. Nous définissons un coup de bélier parfait comme étant un cas spécifique du régime transitoire pour lequel la pression du liquide reste constante dans la conduite au cours de la manoeuvre de l'organe. Nous proposons une méthode pour déterminer un coup de bélier parfait, néanmoins la présentation d'une méthode de détermination d'une loi parfaite de manoeuvre est à étudier. Celle-ci nous assure la meilleure répartition de pression pour le comportement de la conduite.

## ANALYSE THEORIQUE DU REGIME TRANSITOIRE DANS UNE CONDUITE A

### SECTION VARIABLE.

----- Pour l'étude du phénomène du régime transitoire, nous avons développé une autre méthode d'analyse théorique. En considérant l'équation de quantité de masse et celle de quantité de mouvement, nous avons établi une équation générale du régime transitoire dans une conduite à section graduellement variable.

#### 1. Equation de quantité de masse:

----- Une conduite à section graduellement variable est caractérisée par sa section  $A=f(x)$  et par un coefficient d'élargissement  $f = \frac{dA}{A}$  constant sur un élément de longueur déterminée  $dx$ .

En considérant l'équation de continuité et tenant compte de l'élasticité fluide-conduite, l'équation caractéristique de quantité de masse est donnée par:

$$\frac{\partial v}{\partial x} + k_1 \left( v \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right) + v \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} = 0 \quad (1)$$

#### 2. Equation de quantité de mouvement:

----- Pour un élément déterminé  $dx$  où la pente de la conduite est  $\alpha =$  constante, nous établissons le long de l'axe de la conduite, l'équation de quantité de mouvement.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v_x \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = g(\sin \alpha - \frac{ds}{dx}) \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) nous permettent de trouver le système d'équations suivant:

$$dh \pm \frac{c}{g} dv + ds \pm \frac{cv}{g} \frac{dA}{A} = 0 \quad (3)$$

$$v \frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{\frac{E}{\rho(1 + k \frac{E}{E_0})}} = \pm c \quad (4)$$

Le signe (+) pour une perturbation montante.

Le signe (-) pour une perturbation descendante.

L'équation (4) donne le mouvement d'une perturbation dans la conduite.

L'équation (3) décrit le régime transitoire qui suit cette perturbation.

La figure 1 nous montre la solution de la double-équation (4) qui peut être mise sous la forme:

$$\frac{dx}{dt} = v \pm c \quad (5)$$

Les deux courbes  $C_1$  et  $C_2$  sont appelées caractéristiques.

La figure 1 peut être plus éclaircie en considérant les équations (3) et (4) qui vont nous servir à établir sur toute la longueur de la conduite et dans le temps des lignes représentant le mouvement de certaines perturbations choisies arbitrairement en fonction de la propriété hydraulique de la conduite et du fluide. En coordonnées (x,t), ces lignes nous donnent un réseau (figure 2).

Ce réseau nous montre que chaque point d'intersection est déterminé par les coordonnées (longueur, N° de perturbation examinée). Un tel procédé dit méthode des caractéristiques nous amène à établir un modèle mathématique de la conduite avec un nombre de tronçons de longueur déterminée.

Au point d'intersection, en fonction du temps explicite, on peut déterminer la vitesse (v) et la pression (h) du régime transitoire.

- A l'extrémité amont, tenant compte des conditions aux limites, nous obtenons:

$$h_{1i} + \frac{v_{1i}^2}{2g} - h_{0i} - \frac{v_{0i}^2}{2g} - \frac{c}{g} (v_{1i} - v_{0i}) + \frac{\lambda(x_1 - x_0)}{2g(D + D_0)} x$$



$$(V_{oi}^2 + V_{1i}^2) - \frac{C_{01}}{g} (V_{1i} + V_{oi}) - \frac{D_0^2 - D_1^2}{2D_0 + 2D_1} = 0 \quad (6)$$

- A l'extrémité aval:

$$h_{L,i+1} + \frac{V_{L,i+1}^2}{2g} - h_{L-1,i} - \frac{V_{L-1,i}^2}{2g} + \frac{C_{L-1,i}}{g} (V_{L,i+1} - V_{L-1,i})$$

$$+ \frac{\lambda(x_L - x_{L-1})}{2g(D_{L-1} + D_L)} \cdot \left( \frac{V_{L-1,i}^2}{L-1,i} + \frac{V_{L,i+1}^2}{L,i+1} \right) + \frac{C_{L,i-1}}{g} (V_{L-1,i} + V_{L,i+1}) \times$$

$$\frac{D_1^2 - D_{L-1}^2}{D_1 + D_{L-1}} = 0 \quad (7)$$

Pour une section intermédiaire quelconque de coordonnées (j,i) (voir fig.2).

$$*h_{ji} + \frac{V_{ji}^2}{2g} - h_{j+1,i} - \frac{V_{j+1,i}^2}{2g} - \frac{C_{j,j+1}}{g} (V_{ji} - V_{j+1,i}) +$$

$$\frac{\lambda(x_{j+1} - x_j)}{2g(D_{j+1} + D_j)} \times (V_{j+1,i}^2 + V_{ji}^2) - \frac{C_{j,j+1}}{g} (V_{ji} + V_{j+1,i})$$

$$\frac{D_j^2 - D_{j+1}^2}{D_j + D_{j+1}} = 0 \quad (8)$$

$$*h_{ji} + \frac{v_{ji}^2}{2g} - h_{j-1,i-1} - \frac{v_{j-1,i-1}^2}{2g} + \frac{C_{j,j-1}}{g} (v_{ji} - v_{j-1,i-1}) +$$

$$\lambda \left( \frac{x_j - x_{j-1}}{(D_j + D_{j-1}) 2g} \right) (v_{ji}^2 + v_{j-1,i-1}^2) + \frac{C_{j,j-1}}{g} (v_{ji} + v_{j-1,i-1})$$

$$\frac{D_j^2 - D_{j-1}^2}{D_j + D_{j-1}} = 0$$

Dans la suite de nos calculs, on s'est limité à une conduite de section constante.

#### PERTES DE CHARGE EN REGIME TRANSITOIRE D'ÉCOULEMENT.

----- Etant donné que la vitesse est variable dans un élément déterminé  $dx$ , pour cerner la perte de charge réelle occasionnée au cours de ce régime, nous pouvons supposer deux formes de variation de vitesse le long de cet élément de conduite: linéaire ou parabolique. En conclusion, nous avons opté à la formule donnant la variation parabolique:

$$s = \frac{\lambda l}{2D} \left( \frac{v_a^2}{2g} + \frac{v_b^2}{2g} \right) \quad (9)$$

$v_a$ ,  $v_b$  vitesses respectives à l'extrémité amont et à l'extrémité aval de la conduite de longueur  $l$ .

#### COUP DE BELIER PARFAIT DANS UNE CONDUITE A ÉCOULEMENT GRAVITAIRE.

----- Tenant compte des effets nocifs dus aux coups de bélier, il nous serait utile de chercher une loi de fermeture qui assurera un coup de bélier parfait autrement dit constant pendant la manoeuvre.

En considérant la formule déjà établie (3), nous avons établi un système de deux équations régissant le coup de bélier parfait qui donne au niveau de l'organe obturateur, la vitesse  $v_{Li}$  et la pression  $h_{Li}$  correspondant à chaque étape "i" de manoeuvre. Les calculs ont été effectués dans le cas d'une conduite à diamètre constant, munie d'un réservoir à son extrémité amont.

1er cas: Système d'équations sans tenir compte des pertes de charge.

$$V_{Li} = V_o - \frac{g}{c} h_{Li} - \frac{2g}{c} \sum_{i=0}^{i-1} h_{Li} \quad (a)$$

$$h_{Li} = \frac{c}{g} (V_o - V_{Li}) - 2 \sum_{i=0}^{i-1} h_{Li} \quad (b) \quad (10)$$

2eme cas: système d'équations en tenant compte des pertes de charge.

$$V_{Li} = V_o - \frac{2g}{c} \left( \sum_{i=0}^{i-1} h_{Li} + \frac{h_{Li}}{2} \right) - \frac{K}{2c} \left( \sum_{i=0}^{i-1} V_{Li}^2 + \sum_{i=0}^{i-1} V_{oi}^2 + \frac{V_{Li}^2}{2} + \frac{V_{Lo}^2}{2} \right) \quad (a)$$

$$h_{Li} = \frac{c}{g} (V_o - V_{Li}) - 2 \sum_{i=0}^{i-1} h_{Li} - \frac{1}{2g} \left[ (2+K) \sum_{i=0}^{i-1} V_{Li}^2 + \frac{K+2}{2} V_{Li}^2 \right] + \frac{2-K}{2g} \left( \sum_{i=0}^{i-1} V_{oi}^2 + \frac{V_{Lo}^2}{2} \right) \quad (b) \quad (11)$$

Par considération de la notion du coup de bélier parfait ( $h_L = h_m = \text{constante}$ ) et en introduisant sa valeur adimensionnelle:  $\frac{h_m}{H_o} = S$  nous trouvons des relations entre la surpression (depression) et le temps de manoeuvre de l'organe obturateur pour fermeture et ouverture:

1. Fermeture complète:

----- Pour une fermeture complète qui se fait en un temps réduit ( $m$ ) et dont la propriété hydrodynamique de la conduite est donnée par un coefficient déterminé:

$$\mathcal{K} = \frac{CV_c}{gH_o}, \text{ avec } \eta = \frac{T}{\theta} \quad (12)$$

Nous déduisons les formules suivantes:

- Si la perte de charge est négligée:

$$\xi = \frac{\mathcal{H}}{2m-1} \quad (13)$$

- Si nous tenons compte de la perte de charge:

$$\xi = \frac{\mathcal{H}}{2m-1} - \frac{K \varphi^2}{2(2m-1)} \left( 1 + \frac{\sum_{i=0}^{m-1} (m-i)^2}{m} \right) \quad (14)$$

## 2. Ouverture complète:

----- De la même manière, nous trouvons la relation entre une dépression et le temps de l'ouverture de l'organe obturateur de manoeuvre en valeurs réduites, pour une conduite caractérisée par son coefficient de propriété hydrodynamique:

$$\mathcal{H} = \frac{CV^0}{g}$$

ou  $V^0$  est la vitesse fictive laquelle pourrait apparaître dans la conduite dès que l'ouverture soit complète pour la charge totale  $H=H$ .

- Si nous négligeons la perte de charge, nous avons:

$$\mathcal{H} \sqrt{1+\xi} = \xi (1-2m) \quad (15)$$

- Si nous tenons compte de la perte de charge, la formule (15) prend la forme suivante:

$$\mathcal{H} \sqrt{1+\xi} = \xi (1-2m) - K \varphi^2 N (1+\xi) \quad (16)$$

ou par simplification, nous avons posé:

$$N = 0.5 + \frac{(m-0.5)^2 + m^2}{m(m-0.5)} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \quad (17)$$

## LOI DE MANOEUVRE PARFAITE D'UN ORGANE DE REGULATION DE DEBIT.

Tenant compte des résultats obtenus, nous avons établi une méthode de prédétermination de loi de manoeuvre parfaite répondant au coup de bélier parfait qui est le cas spécifique du régime transitoire. C'est une loi qui détermine la position de l'organe dans le temps de manoeuvre.

Etant donné que le coefficient  $C(A_v)$  est variable pour chaque organe, nous avons choisi la méthode graphique. La méthode consiste à déterminer le débit en fonction du temps de manoeuvre à partir des équations du régime transitoire (11a), et en tenant compte du coup de bélier parfait.



Nous déduisons donc une troisième fonction  $\frac{a}{a_0} = f(t)$  sous forme de graphe représentant la loi de manoeuvre (fig.3).

#### LES RESULTATS:

Les résultats sont obtenus dans le cas d'une manoeuvre de fermeture complète linéaire durant 0.36 secondes et le cas d'une ouverture durant 0.416 secondes (fig.4 & fig.5). Dans le cas de la fermeture, nous avons déterminé théoriquement les valeurs  $h_{th}$  moyennant la formule (11b). Dans le cas de l'ouverture, les valeurs théoriques ont été obtenues d'après la formule (16). Les résultats expérimentaux ont été obtenus d'après une installation de mesure du coup de bélier.

#### 1. Fermeture:(fig.4):

temps sec	0	0.059	0.119	0.178	0.288	0.297	0.360
$h_{th}$ (m)	2.926	3.128	4.925	8.942	34.076	33.698	Cavit
$h_{exp}$ (m)	2.90	3.40	5.10	9.10	33.50	33.10	-

Tableau 1

#### 2. Ouverture:(fig.5):

temps sec	0.00	0.059	0.119	0.178	0.238	0.290	0.357	0.416
$h_{th}$ (m)	5.03	5.012	0.487	0.405	0.356	0.380	0.456	0.634
$h_{exp}$ (m)	5.03	4.80	0.50	0.380	0.310	0.410	0.500	0.700

Tableau 2

#### CONCLUSION:

Dans notre domaine d'études, nous avons mis en évidence un système d'équations générales du régime transitoire dans une conduite à section variable et la détermination d'une méthode numérique de calcul pour la répartition de la pression et vitesse sur toute la longueur de la conduite et dans le temps.

Vu que le régime transitoire présente certains effets nocifs vis à vis de la conduite 3 (fatigue, apparition de la fissuration), nous avons mis en évidence une méthode pour obtenir un coup de bélier parfait ne dépassant pas une certaine limite admissible (4) exigée par l'installation. Pour assurer un tel coup de bélier, nous avons présenté une méthode de prédétermination d'une loi de manoeuvre parfaite, c'est à dire le positionnement de l'organe en fonction du temps qui sera imposée au dispositif dont sera munie notre installation.

La méthode est valable pour n'importe quelle installation d'écoulement d'eau en charge. Elle est avantageuse par rapport aux autres méthodes (Bergeron, Allievi): à savoir la détermination de la pression et de la vitesse en chaque section



de la conduite, tenant compte ou non des pertes de charge (8, 10) réparties le long de la conduite. Elle permet également la détermination du coup de bélier parfait pour protéger la canalisation contre les effets signalés ci-dessus.

\* B I B L I O G R A P H I E \*

1. S.BEDNARCZYK, Rozprzestrzenianie się tal ciśnienia w rurociągach i sztolniach ciśnieniowych. Zsytty Naukowe Polytechniki. nr 160 Gdansk Kiej 1970
2. S.BEDNARCZYK, Ruch nieustalony cieczy w przewodach pod ciśnieniem Archiwum Hydrotechniki, t.XXI, z.4, 1974
3. L.BERGERON, "Du coup de béliier en Hydraulique ou coup de foudre en électricité", Dunod, Paris 1950
4. P.BERGERON, "Complexité des phénomènes du coup de béliier sur les installations de pompage et essai de classification des solutions générales pour y remédier", la Houille Blanche, nr sp.B 1949
5. J.CARLIER, "Manuel d'Hydraulique générale appliquée", Eyrolles, Paris 1972
6. A.DUPONT "Hydraulique urbaine" Tome 2, Eyrolles, Paris 1979
7. E.A.BRUN, "Mécanique des fluides" Tome 3, Dunod, Paris 1968
8. L.ESCANDE "Coup de béliier dû à la fermeture instantanée dans une conduite à caractéristiques multiples, Mémoires et travaux de la S.H.F. N° 1958
9. M.HUG "Mécanique des fluides appliquées", Eyrolles, Paris 1975
10. CH.JAEGER "Hydraulique technique théorie générale du coup de béliier" Dunod, Paris 1933

# OUVERTURE

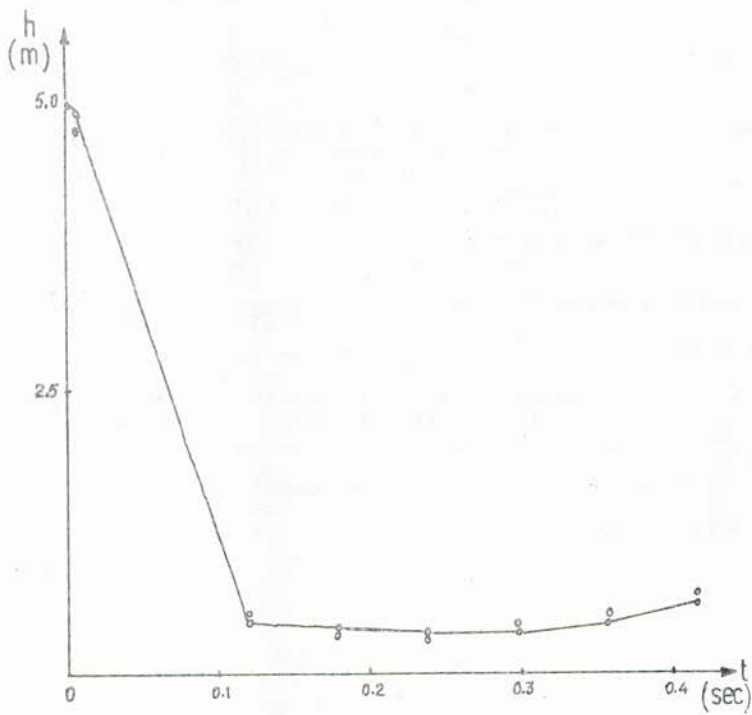


fig.5

# FERMETURE

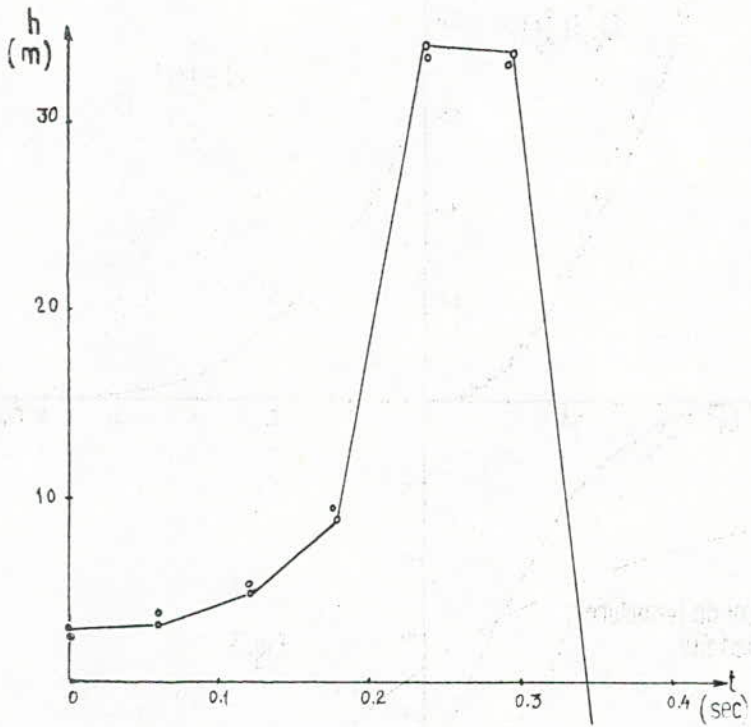
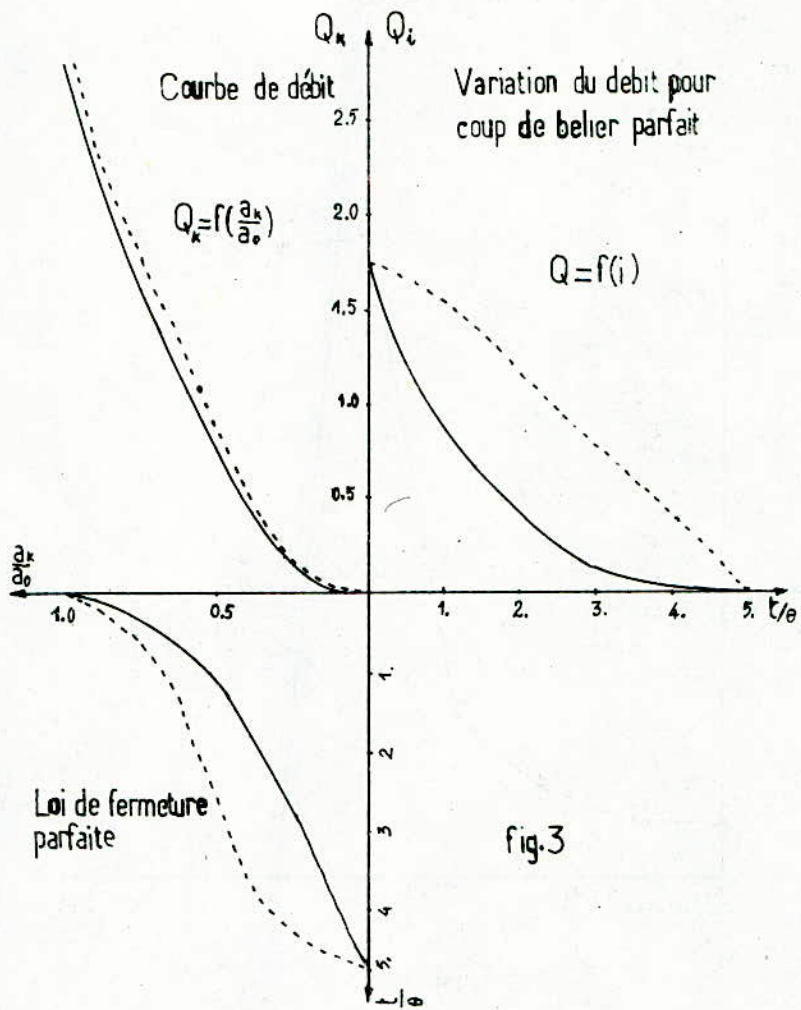


fig.4





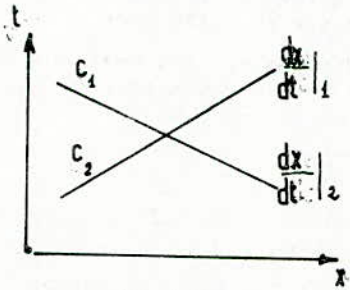


fig.1

Diagramme de mouvement des perturbations

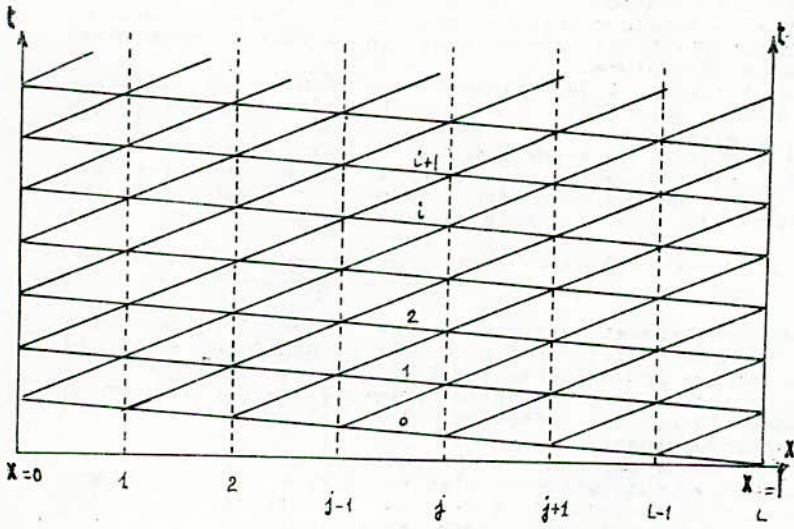


fig 2

Etude expérimentale de l'influence du Béton  
sur la Capacité portante d'une Poutre  
Hyper-Statique en Béton Armé

Par Mme KETTAB née Mitiche Ratiba Magister ENP  
Mr KUCZYNSKI, W Professeur en Pologne.

الموضوع :

في اطار البحوث المتعلقة بالحالات، فان عملنا يختص  
بدراسة تصرف الجائزات المفرطة السكون من البيتون المسلح  
الخاضعة لحمولات شبه آمنة متزايدة من الصفر الى الانكسار،  
هذه الدراسة تعتني بتعيين الحالة الحدية لمقدار التحمل  
المعتبر كماله نهائية آخذين بعين الاعتبار مقادير مختلفة  
للبيتون و مواضع مختلفة لقبضان التسليح ،  
واكملت هذه الدراسة بدراسة مقارنة بين النتائج التجريبية  
و النرية مما ادى بنا الى استخراج الخلاصة و ابدأ بعض الاقتراحات في  
مجال التفسير التطبيقي من الناحية الأمنية لعناصر منعطفة من البيتون المسلح.

Résumé:

Dans le cadre des recherches faites sur les états limites, notre travail porte sur le comportement de poutres hyperstatiques en béton armé, soumises à des charges quasi-instantanées croissantes de zéro jusqu'à la rupture. Cette étude consiste à déterminer l'état limite de capacité portante lequel est un état ultime, pour différents dosages de béton et différentes dispositions de l'armature. On a enfin présenté une étude comparative entre les résultats expérimentaux et théoriques, ce qui nous a permis de tirer des conclusions et donner quelques propositions pour l'interprétation pratique de la sécurité d'un type de pièces fléchies en béton armé.

Summary:

The aim of this research is the study of the ultimate state behaviour of hyperstatic reinforced concrete beams subjected to quasi-instantaneous loads increasing from zero up to failure. The study consists of determining the capacity limit state which is a ultimate state, for different concret mixes and different reinforcement arrangements. A comparative study between the theoretical and experimental results was carried out, which enabled us to draw conclusions and suggest some propositions for a practical interpretation of the safety of a type of reinforced concret bent members.

## I. INTRODUCTION:

----- Lorsqu'on parle du calcul en béton armé, il nous faut distinguer deux phases essentielles:

- Calcul statique d'abord (c'est à dire détermination des efforts);

- Ensuite dimensionnement.

Jusqu'à présent, les méthodes de dimensionnement se basent sur les états limites ultimes des sections; mais les calculs statiques restent toujours traités élastiquement. Ce qui présente un certain illogisme.

Les tendances contemporaines pour la modernisation des calculs, des structures en béton armé vont vers la suppression de cet illogisme.

Les dimensionnements des éléments en béton armé aux états limites ultimes prennent en compte les phénomènes de plastification du béton et de l'acier et ceci est logique que les mêmes éléments mécaniques de plastification soient pris en compte dans les calculs statiques. Cette procédure s'appelle "calcul plastique des structures en béton armé".

Le développement de la théorie de la plasticité et des méthodes de l'analyse limite ultime a permis une utilisation plus rationnelle des matériaux, car la prise en compte des déformations réelles, de la structure avec une sécurité suffisante contre les risques de ruine diminue les coûts.

L'objet de cette recherche est de déterminer pour différentes séries de poutres hyperstatiques, l'influence du béton essentiellement et de la disposition de l'armature, sur la capacité portante. Cette étude comportera deux parties:

- La première théorique donnera un aperçu sur les méthodes récentes de calcul et sur la réglementation internationale.

- La seconde partie est expérimentale et elle permettra de trouver le comportement réel dans le domaine de la non linéarité et ceci en utilisant les valeurs moyennes.

Les corps d'essai sont des poutres continues à deux travées, soumises symétriquement à quatre charges concentrées instantanées.

## II. ETUDE THEORIQUE:

### II.1 Méthodes de calcul:

----- Initialement, la science du calcul des constructions considérait comme acquise la loi de HOOKE.

Plus récemment, il est apparu préférable de majorer les sollicitations et de comparer les contraintes calculées aux contraintes de ruine.

On définit ainsi un état limite comme un état dans lequel on a une ruine complète de la structure.

Pour les poutres isostatiques, cette ruine est produite dans le cas où le moment atteint sa valeur de rupture.

Pour les systèmes hyperstatiques, le problème est plus complexe et on a une réserve de résistance globale.

Lorsque les charges appliquées à une poutre augmentent, le moment de flexion dans la section critique croît progressivement jusqu'à atteindre sa valeur maximale appelée moment plastique (contraintes de l'acier et du béton atteignent leur valeur maximum).





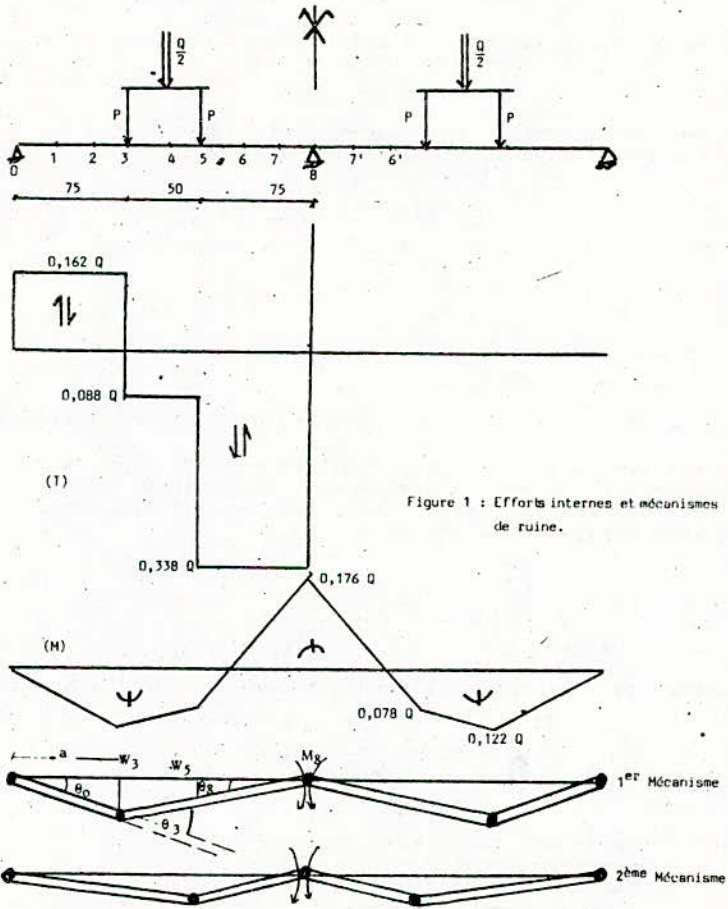


Figure 1 : Efforts internes et mécanismes de ruine.



On tire: 
$$P = \frac{M}{8} \frac{8}{1} + \frac{8}{3} \frac{M}{3} + \frac{M}{3} \frac{3}{1}$$

- La méthode cinématique (ou énergétique) donnera:  

$$P \cdot W_3 + P \cdot W_5 = M \theta_3 + M (\theta_0 + \theta_8) + M \theta_0$$

Les angles de rotation étant très petits, nous pouvons les assimiler à leur tangente et la relation donnera avec:

$$\theta_0 = \frac{8}{3} \frac{W}{1}, \quad \theta_8 = \frac{8}{5} \frac{W}{1} \quad \text{et} \quad W = \frac{3}{5} \frac{W}{3}$$

$$P = \frac{M}{8} \frac{8}{1} + \frac{8}{3} \frac{M}{3} + \frac{M}{3} \frac{3}{1}$$

Les méthodes statique et cinématique ont donné la même expression pour P.

Nous dirons que la solution est complète. Indépendamment du degré d'avancement de charge, les relations entre les différentes forces internes restent les mêmes, d'où l'expression finale de la charge ultime.

$$Q_u = 4 \left[ \frac{8}{3} \frac{M}{1} + \frac{M}{8u} \right]$$

On procède de même pour le second mécanisme de ruine et on obtient:

$$Q_u = 4 \left[ \frac{8}{3} \frac{M}{1} + \frac{5}{3} \frac{M}{8u} \right]$$

## II.2 Conduite des calculs et résultats:

### a/ Calcul du moment de rupture:

Après détermination de tous les mécanismes de ruine probables, nous procédons au calcul du moment de rupture qui servira à définir le mécanisme le plus probable.

On détermine d'abord la position de l'axe neutre par la relation:

$$\alpha_u = \frac{A}{bh} \frac{R_a}{R'_b}$$

avec  $X_u = \alpha_u h$

Si:  $-X_u < d'$ , la force de compression du béton se trouve au dessus des armatures; on a donc:

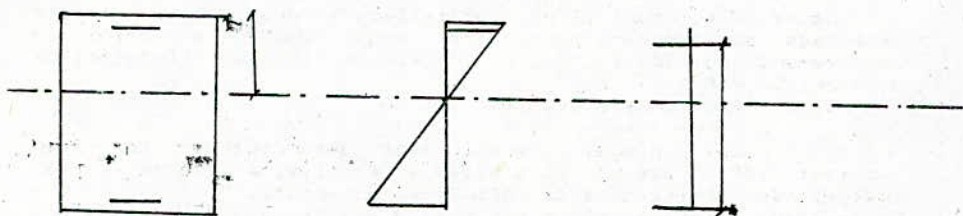
$$M_R = A R_a (h - d')$$

Si:  $-X_u > d'$

$$M_R = A R_a h(1 - 0.4 \alpha_u)$$

b/ Calcul de la sécurité:

- Calcul élastique du moment de service:



$$X_{II} = \alpha_{II} h \text{ avec}$$

$$\alpha_{II} = n(w + w')$$

$$\left[ -1 + \sqrt{\frac{1 + 2(w + w')}{n(w + w')^2}} \right]$$

$$\text{ou } = \frac{d'}{h}$$

n: coefficient d'équivalence

w, w': respectivement pourcentages des aciers tendus et comprimés.

$$M_{ser} = A \bar{\sigma}_a h \left(1 - \frac{\alpha_{II}}{3}\right) \text{ avec } \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en}$$

La valeur de Q admissible sera déterminée d'après la solution purement élastique en sachant que:

$$M_{3ser} = 0.122 Q_1 \text{ et}$$

$$M_{ser} = 0.176 Q \quad Q_{adm} = \min(Q_1, Q_2)$$

- Calcul du coefficient de sécurité d'une section i:

$$s_i = \frac{M}{M_{ser} R_i}$$

pour le système  $s = \frac{P_u}{P_{ser}}$  ou  $s = \frac{Q_u}{Q_{adm}}$

N.B:

Les calculs sont faits avec des valeurs moyennes des caractéristiques mécaniques de l'acier et du béton qui sont pour nous les valeurs réelles.

### III. EXPERIMENTATION:

Les essais, dont il est partiellement rendu compte ont été effectués au laboratoire central de la SONATRO et celui du Département de Génie-Civil de l'École Nationale Polytechnique d'Alger (E.N.P.A).

#### III.1- Programme d'essais:

Les pièces d'essai sont des poutres continues reposant sur trois appuis simples et soumises à quatre forces instantanées croissantes de zéro jusqu'à rupture.

Notre étude expérimentale a été conçue sur le modèle déjà exécuté à DELFT par MONNIER et sert à l'enrichissement de ces travaux en introduisant de nouveaux paramètres à savoir dosage du béton et disposition d'armatures.

Les différentes séries (voir Tableau 1) ont été conçues de façon à mettre en relief l'influence des paramètres cités ci-dessus sur le comportement à l'état limite ultime et essentiellement sur la capacité portante et la sécurité.

Tableau 1: Caractéristiques des séries.

Séries R (Kg/cm <sup>2</sup> ) b	R (Kg/cm <sup>2</sup> ) a	Disposition de l'armature	N°Poutre
Séries A 400	5620	Conforme	AI 1 AI 2
		Non conforme	AII 1 AII 2
Séries B 300	5620	Conforme	BI 1 BI 2
		Non conforme	BII 1 BII 2
Séries C 150	5620	Conforme	CI 1 CI 2
		Non conforme	CII 1 CII 2

On entend par ferrailage conforme un ferrailage proportionnel au diagramme des moments fléchissants; et non conforme un ferrailage inversé (voir figure 4).

### III.2- Execution des essais.

La mise en charge de chaque poutre se fait par palier; nous avons eu en moyenne dix paliers par essai, ce qui a pris une durée de six heures.

Nous avons donc déduit que cette charge était instantanée. Les mesures des déformations unitaires ont été faites à l'aide de jauges ohmiques les rotations et flèches à l'aide de comparateurs de grandes précisions, et la réaction centrale à l'aide d'un capteur de charge.

### III.3- Résultats de mesures.

Nous avons dans notre travail étudié le comportement réel de notre système sous des charges avancées (proches de celles de ruine) et mis en évidence le mécanisme de ruine. Dans cet article, nous présentons une partie des résultats, à savoir:

- ceux de la capacité portante ultime théorique et expérimentale (tableau 2),

- coefficients de sécurité réels  $\frac{Q_u}{Q_{adm}}$  (tableau 2) fig.5

- comportement, pour une catégorie de ferrailage et différents bétons du système pour des états de charge avancée, nous citerons:

figure 5 -  $\frac{Q_{exp}}{Q_{uth}}$  en fonction de la catégorie du béton et de la disposition de l'armature.

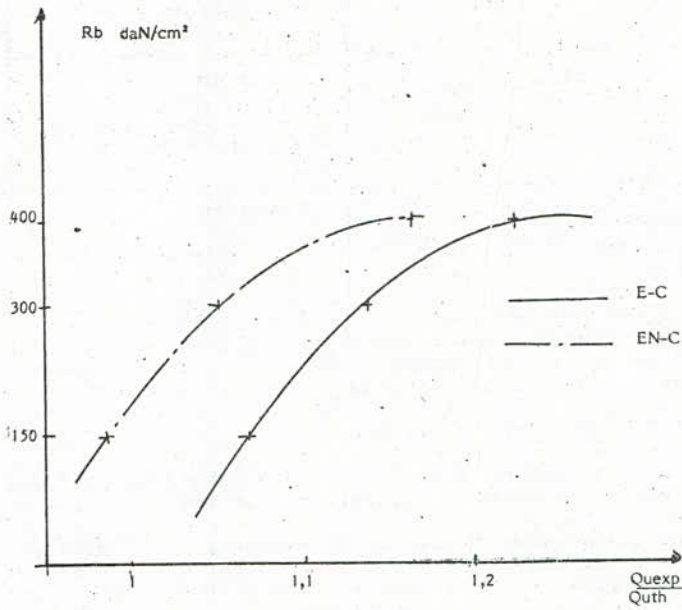




Figure 6. : Redistribution théorique des efforts internes

Fig. 6. a Série A1

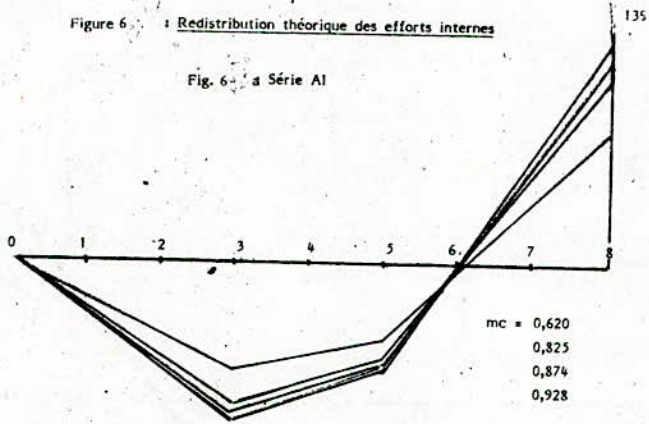


Fig. 6. b Série B1

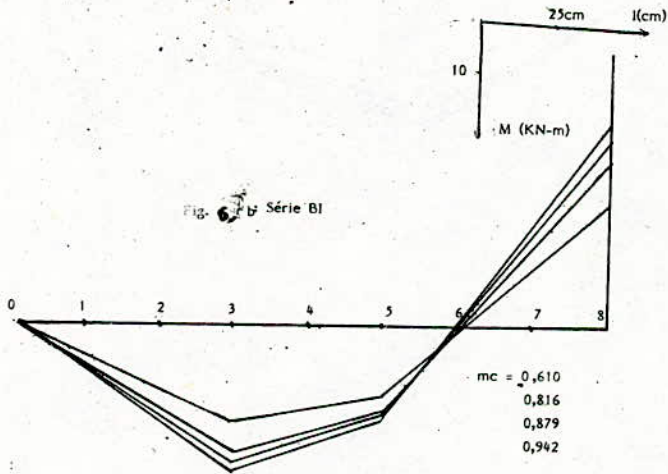


fig. 67 c: Série C1

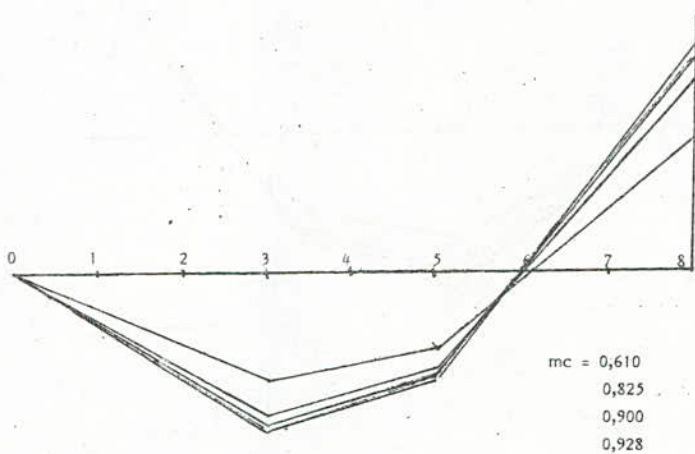


Figure 7.2  
Série A1

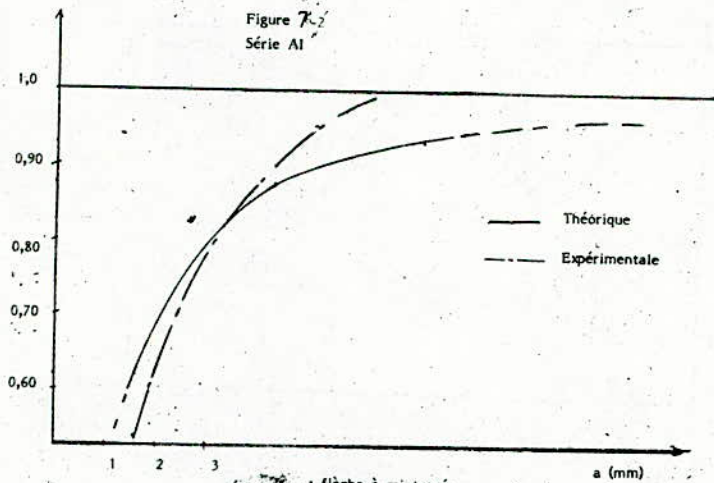


fig. 7. a : flèche à mi travée

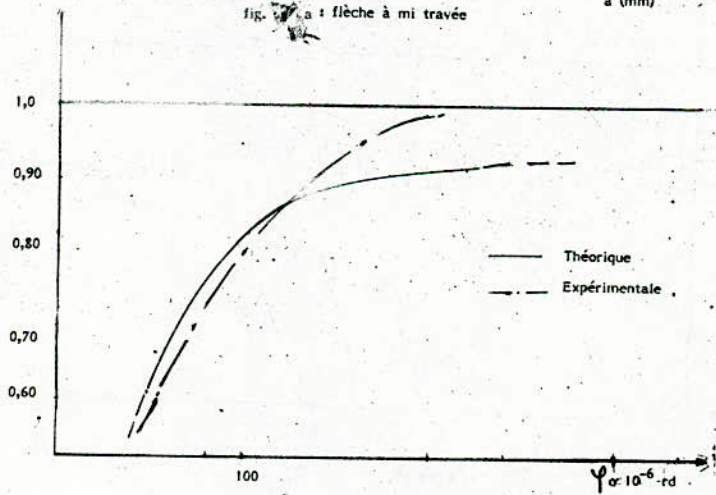


fig. 7. b : Rotation de l'appui de rive

Figure 8  
Série B1

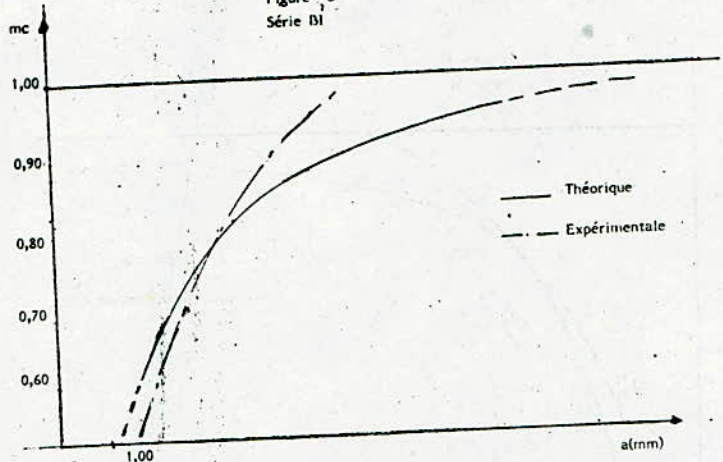


fig. 8a : flèche à mi travée

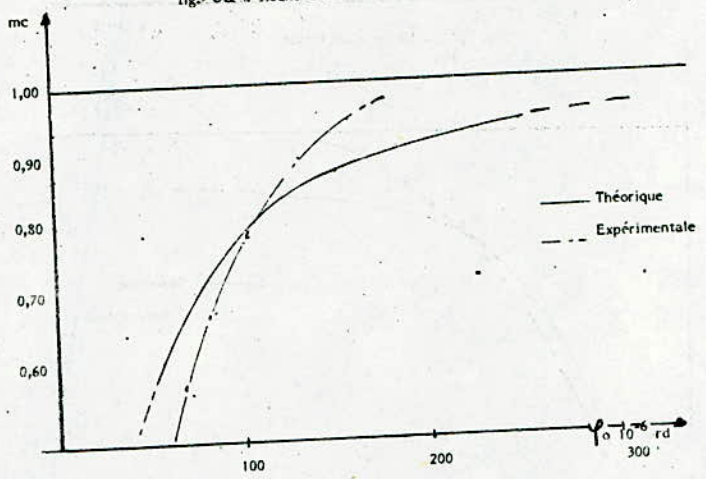


fig. 8b : rotation de l'appui de rive

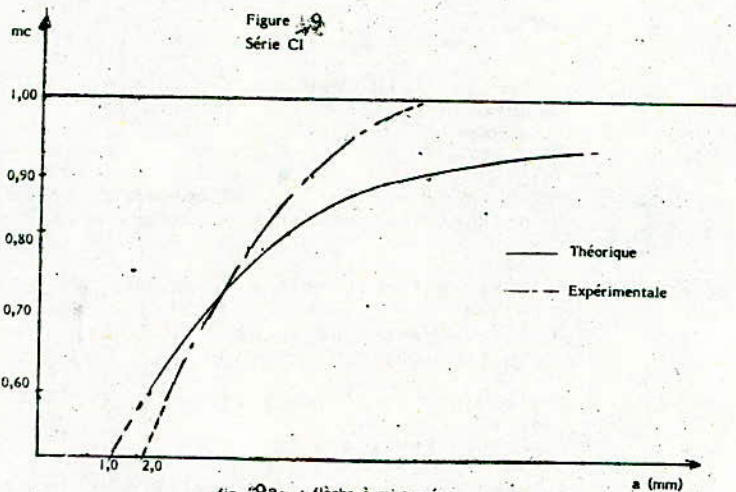


fig. 9a.a : flèche à mi-travée

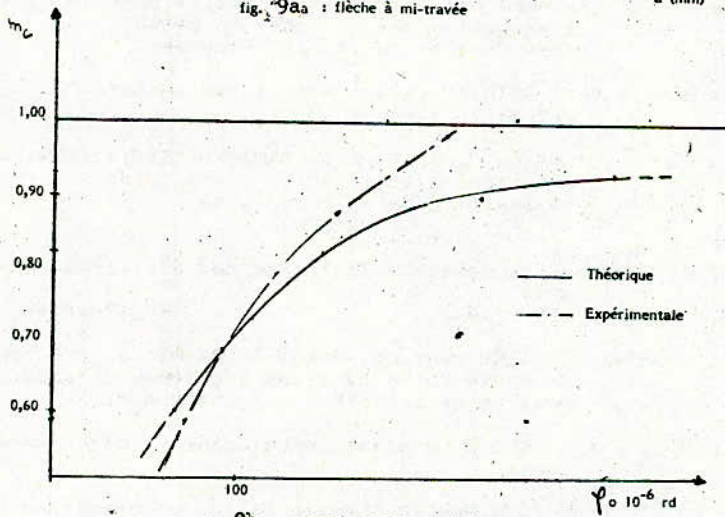


fig. 9b : rotation de l'appui de rive

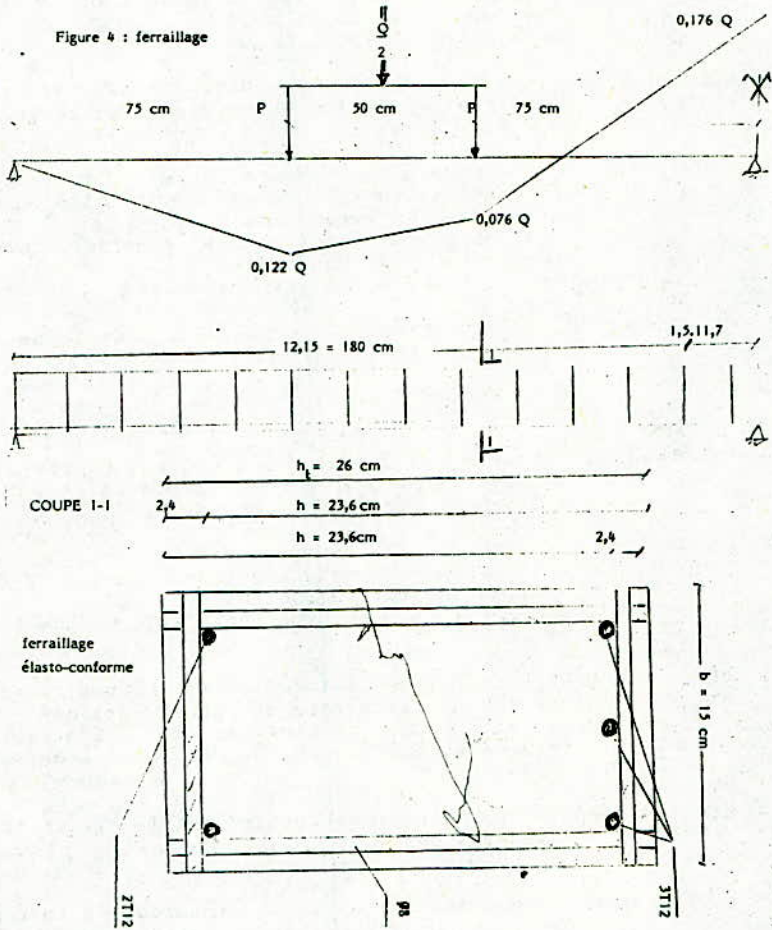


\* B I B L I O G R A P H I E \*

1. ALL BAKER "Ultimate load design of concrete structures  
proceedings of the institution of civil  
engineers"  
Vol.21 February 1962
2. ALL BAKER "The inelastic reinforced concrete space frame  
constructional engineering concrete"  
Avril-Juin 1963
3. BELAZOUGUI M "Initiation au calcul du béton armé aux états  
limites"  
Cours enseigné à l'Ecole Nationale  
Polytechnique d'Alger 1983
4. CAPRA A. & DAVIDOVICI V. "Guide pratique d'utilisation des  
règles"  
BAEL 80, Eyrolles 1981
5. CEB - FIP "Recommandations internationales pour le calcul et  
l'exécution des ouvrages en béton"  
6eme Congrès de la FIP, Prague 1970
6. Code modèle CEB - FIP "Pour les structures en béton"  
Volume II.; Paris 1978
7. CHAVESPI, SILVA A., HALEK Ch & CARNIERO "Redistribution des  
moments fléchissants dans les structures  
hyperstatiques en béton armé  
RILEM 61 1978
8. M.Z.COHN "Dimensionnement à la limite des ossatures en béton  
armé"  
CEB N°10 J, Février 1976
9. FOGLI Michel; LEMAIRE Maurice; SAINT-ANDRE Michel " L'approche  
de Monté-Carlo dans les problèmes de sécurité"  
Annales de l'ITBTP, Mars-Avril 1982
10. T.GODYCZKI & CWIRKO " Le cisaillement dans le béton armé"  
Dunod 1972
11. H.J.GREENBERG & W.PRAGER "Limite design of beams and frames  
proceedings of the american society civil  
engineers"  
Vol.72 1951
12. GRELAT Alain "Calcul non linéaire des ossatures en béton  
armé"  
Eyrolles 1978
13. GUYON M.Y "Note sur le calcul à rupture des contributions  
hyperstatiques"  
CEB, Décembre 1969

14. KUCZYNSKI W "Nouvelle théorie des variations de la rigidité des poutres en béton armé"  
Annales de l'ITBTP, N°206 1965
15. KUCZYNSKI W. "Les structures en béton armé, la théorie continue de flexion des éléments en béton armé"  
P.W.N., Varsovie 1971
16. KUCZYNSKI W. "Quelques remarques sur la nouvelle interprétation du comportement plastique des structures en béton armé"  
Séminaire: "Evolution et théories modernes inélasticité et plasticité"  
Paris, Saint-Remy Les Chevreuses 1977
17. KUCZYNSKI W. & GOSZCZYNSKI S "Behaviour of hyperstatic reinforced concrete beams subject to in crossing load"  
AIL, Volume XXVI,1 1980
18. KUCZYNSKI W. "Théorie non linéaire des poutres hyperstatiques en béton armé d'après un exemple vérifié"  
INZ-i-Bud, cahier N°3, pp.96-100 1981
19. KUCZYNSKI W. TRACZYK S "Experimental investigations ou reinforced concrete continous beams of T\_Cross, section subject to increasing load"  
CEB Bulletin d'information n°153, Volume 1, Paris 1981
20. LEVI M.ROBERT "Emploi de la théorie des probabilités aux calculs de résistance des constructions"  
Extrait du bulletin de l'association internationale du congrés des chemins de fer  
Septembre 1957
21. LEVI M.ROBERT "Calculs probabilistes de la sécurité des constructions"  
CEB N°26 1961
22. LEVI Franco "Phénomènes d'adaptation et calculs à la rupture dans les constructions hyperstatiques en béton armé"  
Revue c TIDDSCHRIFT, 8, 1961
23. GIORGIO MACCHI "Proposition de calcul basée sur la théorie des rotations imposées"  
CEB, N°21 1960
24. MITICHE R. "Etude expérimentale de l'influence du béton sur la capacité portante d'une poutre hyperstatique en béton armé"  
Thèse de Magister E.N.P Mai 1986

Figure 4 : ferrailage



- . la redistribution des efforts internes figure 6
- . la flèche maximum (à mi travée) figure 7a, 8a, 9a
- . la rotation à l'appui de rive figure 7b, 8b, 9b

Tableau 2

N° Poutre	Q <sub>adm</sub>	Q <sub>uth</sub>	Q <sub>uexp</sub>	$\frac{Q_{uexp}}{Q_{uth}}$	$\frac{Q_{uth}}{Q_{adm}}$	$\frac{Q_{uexp}}{Q_{adm}}$	$\bar{S}_r$
AI 1	15.22	22.44	25.35	1.130	1.474	1.666	1.803
AI 2	15.22	22.44	29.55	1.317	1.474	1.941	
BI 1	15.17	22.44	26.25	1.170	1.479	1.730	1.679
BI 2	15.17	22.44	24.70	1.101	1.479	1.628	
CI 1	15.02	22.44	25.35	1.130	1.494	1.687	1.597
CI 2	15.02	22.44	22.65	1.009	1.494	1.508	

AII 1	10.56	26.93	29.10	1.081	2.550	2.756	2.969
AII 2	10.56	26.93	33.60	1.248	2.550	3.182	
BII 1	10.52	26.93	29.85	1.108	2.560	2.387	2.469
BII 2	10.52	26.93	26.85	0.997	2.560	2.552	
CII 1	10.41	26.93	28.35	1.054	2.587	2.723	2.550
CII 2	10.41	26.93	24.75	0.919	2.587	2.377	

$$\frac{Q_{uexp}}{Q_{adm}} = \text{Sécurité supplémentaire}$$

$$\frac{Q_{uth}}{Q_{adm}} = \text{Sécurité théorique}$$

$$\frac{Q_{uexp}}{Q_{adm}} = \text{sécurité réelle pour un échantillon}$$



$\bar{S}$  = moyenne arithmétique de sécurité réelle pour deux échantillons.

#### IV. CONCLUSION.

L'analyse et l'interprétation des résultats montrent que:

- Les résultats expérimentaux donnent des valeurs plus grandes que celles obtenues théoriquement (d'après la théorie de plasticité) à l'exception d'une série.  
La sécurité effective est donc plus grande que celle prise en compte dans les bureaux d'études.

- Le coefficient  $\gamma = \frac{Q_{\text{exp}}}{Q_{\text{th}}}$  croît avec la qualité du béton

indépendamment de la disposition de l'armature (figure 5).

- Nous pouvons mettre en évidence l'influence de la qualité du béton dans le tableau ci-dessous ou nous donnons les valeurs des rapports de la capacité portante et de la charge admissible entre le béton faible et les bétons fort et moyen.

	E - C		E - N - C	
	CI/ AI	CI/ BI	CII/ AII	CII/ BII
$Q_u$	0.8743	0.9421	0.8372	0.9368
$Q_{\text{adm}}$	0.9890	0.9860	0.9970	0.9870

La capacité portante varie sensiblement en fonction de la qualité du béton.

Les rapports de la charge admissible pour différentes catégories du béton sont presque constants et d'ordre de grandeur proche de l'unité.

Le rôle du béton pour le calcul élastique n'est donc pas grand; c'est l'acier qui joue un rôle prépondérant.

- La conception classique ne nous permet pas de connaître la sécurité globale. Les coefficients de sécurité obtenus sont appliqués uniquement pour les matériaux (la surcharge étant connue exactement). Ce sont donc des coefficients de sécurité partiels.

- Il nous semble, d'après nos essais, qu'au point de vue économique, dans les normes futures algériennes, il faut prendre en compte ces marges de sécurité cachées et ceci en révisant les valeurs des coefficients de réduction  $\gamma_m$  pour élever les valeurs de calcul des résistances de matériaux.

- La dispersion des déformations pour chaque série de poutres déterminée expérimentalement ainsi que la ligne moyenne des flèches calculées d'après la théorie de la dégradation continue de la rigidité nous montrent le caractère asymptotique d'évolution des flèches sous l'effet de charge avancée (fig 6-7-8).



Etude expérimentale des rigidités du sol pour  
les fondations rectangulaires enterrées  
soumises à des mouvements de rotation

Par Mr. SAICHI Khaled Ingénieur E.N.P  
Directeur de thèse: P. BONNEVILLE Professeur à l'E.N.P

الملخص:

انطلاقاً من التشكيل بين التربة و الاساه، اقامت دراسة تجريبية على نماذج مختصرة للحصول على قواعد التغير للجسومات الترابية من تجارب ستاتيكية للانداسات المستطيلة و المردومة الخاضعة للحركات الدورانية، و لقد بينت التجارب ان الجسومات للتربة تتزايد بسرعة مع عمق الاساس، هذا التغير متاثر بشكل المقطع، و علاقات التغير الذي اثبتت هي خطية الي انغواص 0,5 و مطبقة علي المشات المبنية في مناطق زلزالية، في تربة عميقة، التي نسب ابعاد للمساحة الاساسية بين 1/3 الي 3.

Résumé:

----- A partir d'une modélisation sol-fondation, une étude expérimentale a été faite sur modèle réduit pour déterminer par des essais statiques les lois de variation des rigidités du sol pour les fondations rectangulaires enterrées soumises à des mouvements de rotation (basculement et torsion). L'expérience a montré que les rigidités du sol augmentent rapidement avec la profondeur de la fondation, cette variation étant influencée à moindre titre par la forme de la section. Les lois de variation établies sont pratiquement linéaires jusqu'à un enfoncement de 0.5 et applicables aux ouvrages construits en zone sismique sur sols profonds, dont les rapports des dimensions de la surface de base se situent dans la gamme 1/3 à 3.

Summary:

----- From a soil-foundation model, an experimental study has been carried out on a small-scale reproduction to determine, from static tests, the variation laws of soil rigidities for buried rectangular foundations subjected to rotational movements (rocking and torsion). It has been shown that soil rigidities rapidly increase with the foundations depth. This variation is slightly influenced by the form of the cross-section. The established variations laws are practically linear up to a driving in 0.5 and applicable to structures built in seismic zones on deep soils, with the base surface dimensions ratio ranges 1/3 to 3.

## I. INTRODUCTION:

----- Le calcul de la réponse dynamique d'une structure construite en zone sismique est fait généralement en négligeant l'interaction sol-fondation. Cette réponse dynamique est établie à partir de l'action seule d'un mouvement d'entraînement de la base correspondant au mouvement du sol en l'absence de toute construction ou "mouvement du champ libre", le mouvement du sol est en fait modifié par la présence de la construction; une approche plus précise du problème dynamique doit considérer le système sol-structure dans son ensemble sous réserve d'une modélisation plus ou moins élaborée du comportement du sol.

L'effet de l'interaction sol-fondation pris en compte dans l'analyse des réponses dynamiques de structure est introduit en faisant intervenir les paramètres dynamiques du sol (masse de sol participant au mouvement, amortissement, rigidités); ces paramètres se trouvent également modifiés en fonction de la forme de la fondation et de sa position vis à vis du sol (superficielle ou enterrée).

Le problème le plus étudié a été celui de la fondation circulaire reposant sur un demi espace élastique (5, 6, 7, 8, 9, 10...), qui conduit souvent à des solutions explicites, mais une approche plus précise a été également faite pour la fondation rectangulaire superficielle (1, 2, 3, 4, 12) dont l'intérêt pratique concerne des structures beaucoup plus nombreuses.

L'objet de la présente recherche est de déterminer à partir d'essais statiques sur modèle réduit les lois de variation des rigidités du sol pour les fondations rectangulaires enterrées en fonction de la profondeur pour les mouvements de rotation (basculement et torsion).

Les essais utilisent pour modèle de sol un bloc de caoutchouc naturel et pour modèle de fondation un parallélépipède rigide sur lequel des efforts sont exercés selon un dispositif approprié et dont on mesure les déplacements.

## 2. ETUDE EXPERIMENTALE.

----- L'expérience a été effectuée sur des modèles réduits tridimensionnels de sol-fondation.

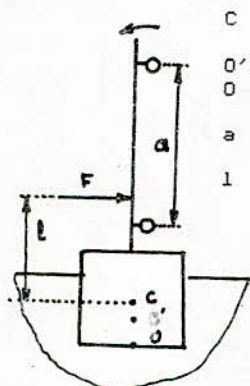
Le sol est modélisé par un bloc de caoutchouc naturel de façon à représenter un milieu élastique homogène et isotrope, la fondation est représentée par un parallélépipède rectangle en acier de même dimensions qu'une cavité prévue à la surface du bloc de caoutchouc; une tige rigide en acier montée sur le bloc de fondation permet l'application des charges et le montage de l'appareillage de mesure.

Les mouvements de rotation sont obtenus par application de charges statiques en des points déterminés de la tige surmontant le bloc de fondation.

Deux comparateurs placés sur cette tige dans un plan horizontal ou vertical indiquent les déplacements horizontaux au 1/100 de mm (fig 1 et 2).

Les essais sont effectués sur trois modèles de fondation de dimensions de la surface de base 60 x 60, 40 x 120, 60 x 120 mm.

Les essais de basculement sont effectués dans deux directions perpendiculaires (roulis et tangage).



C : centre de rigidité horizontale;  
 O' : centre de basculement;  
 O : centre de la base de la fondation;  
 a : distance entre comparateurs;  
 l : distance du centre de rigidité horizontale au point d'application de la force comparateurs

Fig.1

Dispositif pour le basculement

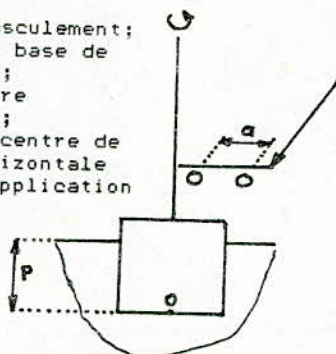


Fig.2

Dispositif pour le mouvement de torsion

### 3. PRESENTATION DES RESULTATS.

Sous l'action de charges statiques, la fondation subit une rotation  $\theta$  ou  $\psi$  de basculement ou de torsion respectivement; cette rotation provoque une déformation du milieu élastique, par suite il est mesuré des déplacements horizontaux; à partir de ces déplacements il est déduit les moments et angles de rotation, ces résultats sont reportés sur des graphes.

Les variations  $M_{\theta} = f(\theta)$  et  $M_{\psi} = f(\psi)$  sont linéaires et croissantes, les droites moyennes passent pratiquement par tous les points expérimentaux avec une dispersion des points par rapport aux droites inférieure à 1%.

Les pentes de ces droites augmentent avec la profondeur de la fondation, le rapport entre pentes de deux droites successives est de l'ordre de 1.15.

A titre d'exemple, les figures 3, 4 et 5 montrent la variation moment-rotation pour le modèle de fondation (40 x 120) et pour les profondeurs  $p = 0, 30$  et  $60$  mm.

Fig 3: basculement  
 (roulis)  
 $d/c = 1/3$

$\times 10^{-3}$   
 (kg.mm/deg)

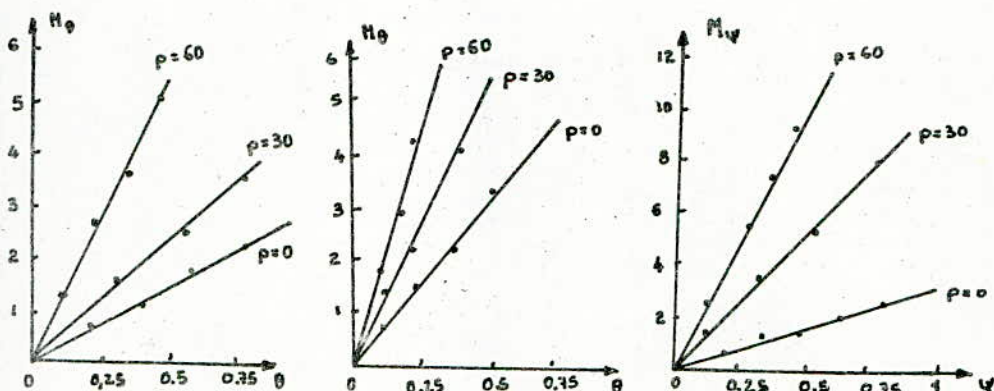
fig 4: basculement  
 (tangage)  
 $d/c = 3$

$\times 10^3$   
 (kg.mm/deg)

fig 5: torsion

$d/c = 1/3$  et  $3$   
 $\times 10^3$   
 (kg.mm/deg)





#### 4. ANALYSE DES RESULTATS ET CALCUL DE RIGIDITES.

A une profondeur  $p$  d'un modèle de fondation donné, l'expérience a montré que le basculement s'effectuait au voisinage du centre de rigidité horizontale, ce décalage est dû au fait que la fondation subit une translation lors du mouvement de basculement; cependant ce déplacement reste très faible et d'incidence négligeable sur les calculs de rigidités au basculement.

De même en torsion un léger déplacement de la fondation s'est associé au mouvement de torsion, l'influence de ce déplacement sur les calculs de rigidités étant également faible; par suite les calculs des rigidités en rotation ont été faits par rapport aux centres de rigidités horizontale et de gravité de la fondation pour le basculement et la torsion respectivement.

Le sol est considéré comme constituant un milieu élastique, homogène et isotrope.

La réaction du sol est un couple qui dans le modèle linéaire élastique est proportionnel aux déformations. Le coefficient de proportionnalité est la constante de rappel.

Il s'agit de déterminer cette constante de rappel ou rigidité quand la fondation est soumise à l'action d'un couple statique et pour différentes profondeurs, les déformations considérées étant les déformations angulaires et

Les constantes de rappel sont déduites des relations ci-après:

$$M_{\theta} = k_{\theta} \cdot \theta \quad (4-1) \quad M_{\psi} = K_{\psi} \cdot \psi \quad (4-2)$$

$M_{\theta}$ ,  $M_{\psi}$  : moments de basculement et de torsion respectifs  
 $k_{\theta}$ ,  $k_{\psi}$  : rigidités du sol au basculement et en torsion respectivement.

Les constants de rappel  $k_{\theta}$  et  $k_{\psi}$  représentent les coefficients directeurs  $\alpha_{\theta}$  et  $\alpha_{\psi}$  des droites  $M_{\theta} = f(\theta)$  et  $M_{\psi} = f(\psi)$  (fig 3, 4 et 5).

Dans le but d'établir les lois de variation des rigidités du sol pour les fondations rectangulaires, il est utilisé les grandeurs

adimensionnelles suivantes:  $k_{\theta}/k_{\theta_0}$ ,  $k_{\psi}/k_{\psi_0}$ : rigidités du sol rapportées aux rigidités superficielles du sol  $X_{\theta} = p/2d$  et  $X_{\psi} = p/\sqrt{4cd}$ : coefficients d'enfoncement pour les mouvements de basculement et torsion respectivement. Ces rapports de rigidités sont reportés sur des graphes en fonction des coefficients d'enfoncement respectifs pour chaque modèle de fondation et sens du mouvement de rotation; les graphes ainsi obtenus sont des courbes ascendantes et présentent une concavité vers le haut, les courbes moyennes régulières passent au voisinage immédiat de tous les points. A titre d'exemple, les figures 6, 7 et 8 montrent l'allure de ces courbes pour le modèle 60 x 120.

$d/c = 1/2$

$d/c = 2$

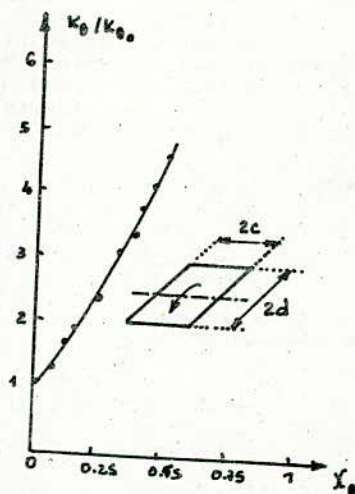
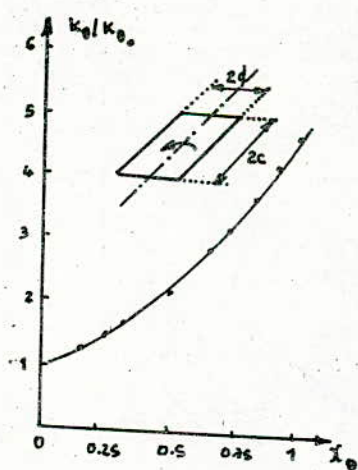


fig 6: basculement (roulis)

fig 7: basculement (tangage)

$d/c = 1/2$ . et 2



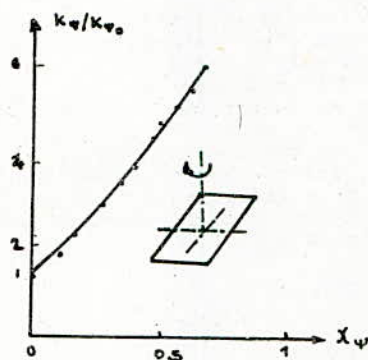


Fig 8  
Torsion

La variation est sensiblement parabolique, cependant pour un enfoncement inférieur à 0.5 la courbure est faible en raison de la dispersion assez importante d'un modèle à l'autre. Pour avoir une loi unique approchée applicable aux fondations rectangulaires dont les rapports des dimensions de la surface de base se situent entre les rapports  $d/c = 1/3$  à  $3$ , il est proposé une loi simplement linéaire. Les figures 9, 10 et 11 montrent les droites obtenues pour le modèle  $60 \times 120$ .

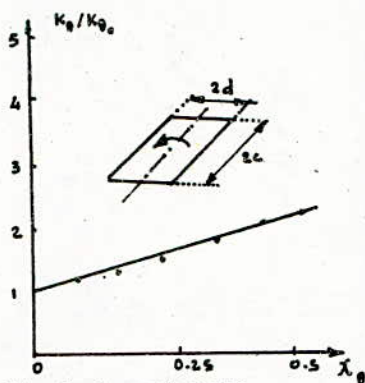


Fig 9: basculement  
(roulis)

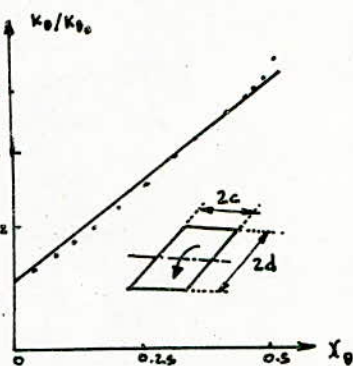


fig 10: basculement  
(tangage)

$d/c = 1/2$  et  $2$

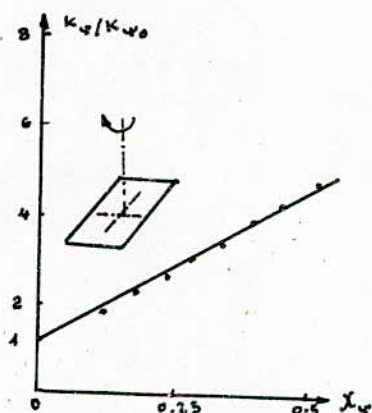


Fig 11: Torsion

Ces droites ont pour équations selon le rapport  $d/c$ .

$d/c$	Basculement (4-3)	Torsion (4-4)
1/2	$k_{\theta}/k_{\theta_0} = 2,4 X_{\theta} + I$ (a)	$k_v/k_{v_0} = 6,6 X_v + I$ (a)
2	$k_{\theta}/k_{\theta_0} = 6,4 X_{\theta} + I$ (b)	
1/3	$k_{\theta}/k_{\theta_0} = 3,34 X_{\theta} + I$ (c)	$k_v/k_{v_0} = 4,6 X_v + I$ (b)
3	$k_{\theta}/k_{\theta_0} = 6,34 X_{\theta} + I$ (d)	
1	$k_{\theta}/k_{\theta_0} = 3,36 X_{\theta} + I$ (e)	$k_v/k_{v_0} = 8,6 X_v + I$ (c)

Afin d'établir les lois de variation des rigidités en fonction de la profondeur, il est étudié la variation des coefficients directeurs  $\alpha'_{\theta}$  et  $\alpha'_{\psi}$  de ces droites en fonction de  $d/c$ ; les figures 12 et 13 montrent l'allure de graphes d'approximation par rapport aux points expérimentaux.

Ces graphes ont pour équation:

$$\alpha'_{\theta} = 1.6 \frac{d}{c} + 2.3 \quad (4-5) \quad \text{pour } 0 \leq X_{\theta}, X_v \leq 0.5$$

$$\alpha'_{\psi} = -2.7 \left( \frac{d}{c} + \frac{c}{d} \right) + 13.6 \quad (4-6)$$

La dispersion des points expérimentaux par rapport à la droite (fig.12).

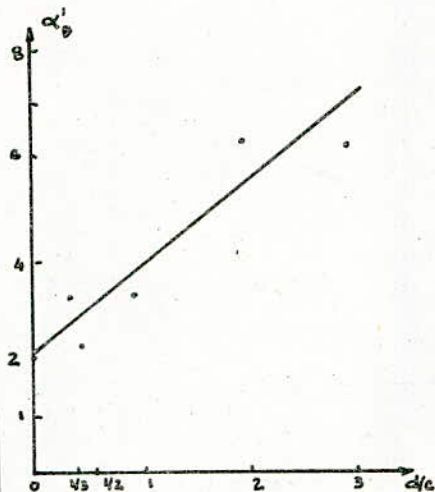


Fig.12: coefficients directeurs des droites d'approximation en fonction de  $d/c$  (basculement)

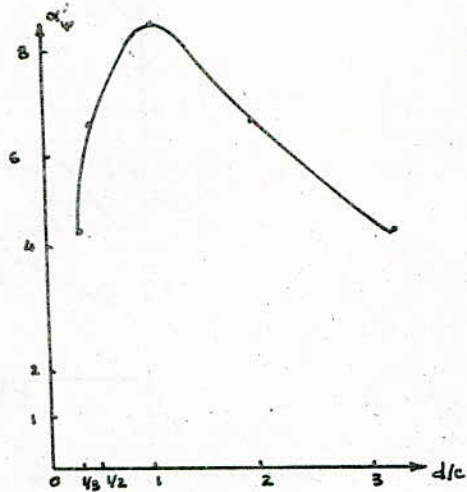


Fig.13: coefficients directeurs des droites d'approximation en fonction de  $d/c$  (torsion)

est au plus de 17% sur  $\alpha'$  ce qui correspond, pour les valeurs de ces rigidités à un écart maximum de 12%.  
Les figures 9, 10 et 11 montrent que les rigidités en rotation (basculement et torsion) augmentent selon une loi sensiblement linéaire en fonction du coefficient d'enfoncement  $\chi$ , et admet une équation de la forme:

$$\frac{k}{k_0} = \alpha' \chi + 1 \quad (4-7)$$

En substituant les équations 4-5 et 4-6 dans l'équation 4-7, on peut proposer les formules empiriques donnant ainsi les lois de variation des rigidités du sol pour les fondations rectangulaires en fonction du coefficient soient:

- Basculement:

$$\frac{k_{\theta}}{k_{\theta_0}} = \left(1.5 \frac{d}{c} + 2.3\right) \chi_{\theta} + 1 \quad (4-8) \quad \begin{matrix} \chi_{\theta} = p/2d \\ \chi_{\theta} \leq 0.5 \end{matrix}$$

-Torsion:

$$\frac{k_{\psi}}{k_{\psi_0}} = \left[ -2.7 \frac{d}{c} + \frac{c}{d} + 13.6 \right] \chi_{\psi} + 1 \quad (4-9)$$

avec:

$$\chi_{\psi} = p / \sqrt{4cd}$$

$$\chi_{\psi} \leq 0.5$$

## 5. COMPARAISON DES RESULTATS.

### 5.1- Rigidités superficielles:

----- Pour les modèles de fondations utilisés dans cette étude, les formules de rigidités en surface établies selon la théorie du demi espace élastique donnent des valeurs de rigidités très voisines de celles déterminées expérimentalement; par suite les rigidités en surface à prendre en compte seront celles données par Gorbunov-Possadov et Barkan (3, 4).

### 5.2- Rigidités en profondeur:

----- Le but de cette étude est de déterminer les lois de variation des rigidités en profondeur; ce problème n'a pas été traité à présent pour les fondations rectangulaires, néanmoins la comparaison peut être faite à titre indicatif avec la loi de variation des rigidités en profondeur d'un modèle bidimensionnel au basculement, la figure 14 montre la position de la courbe du bidimensionnel par rapport à celles du tridimensionnel.

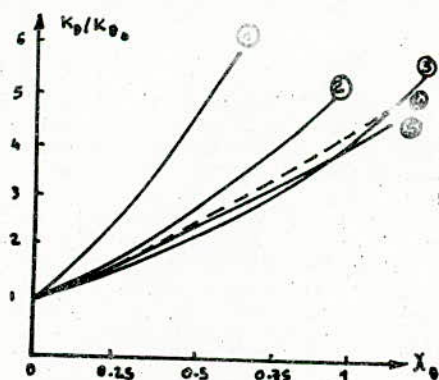


Fig.14: comparaison des résultats avec le bidimensionnel(16)

- 1.courbe du modèle 60x120 (d/c=2)
- 1.courbe du modèle 60x120 (d/c=3)
- 2.courbe du modèle 60x60 (d/c=1)
- 3.courbe du modèle 60x120 (d/c=1/2)
- 4.courbe du bidimensionnel
- 5.courbe du modèle 40x120 (d/c=1/3)

On constate cependant que pour une section carrée, ou une section rectangulaire sollicitée en basculement dans le sens de la plus faible inertie, la courbe reste très voisine de celle du modèle bidimensionnel. Pour la section rectangulaire sollicitée dans le sens de la plus grande inertie l'accroissement de rigidité avec la profondeur est plus rapide et la formule 4-8 ci-dessus donnera une meilleure approche de la loi de variation pour  $\chi \leq 0.5$ .



En torsion on ne dispose d'aucun moyen de comparaison à présent.

## 6. VALIDITE DES RESULTATS.

----- Les essais sont conduit pour de faibles déformations de façon à rester dans le domaine linéaire. Les graphes effort-déformation indiquent un très bon alignement des points expérimentaux pour un modèle de sol donné. Toutes les courbes moyennes ont une allure très régulière avec un écart des points expérimentaux inférieur à 5% pour un même modèle ds sol.

La dispersion entre les différents modèles de sol est par contre plus importante. Les lois empiriques générales présentées pour le calcul des rigidités font apparaitre un écart maximum de 10% environ des points expérimentaux. Cette dispersion est bien de l'ordre de celle qui peut résulter de la nature physique différente des modèles examinés dans la présente recherche. Une précision de 10% est d'ailleurs suffisante pour une telle loi en vue d'applications pratiques pour lesquelles l'incertitude sur les caractéristiques réelles du sol (valeur du module dynamique, homogénéité, etc...) sera toujours nettement plus élevée. Selon les caractéristiques des modèles expérimentaux les lois obtenues sont applicables:

- à des sols cohérents, homogènes (dont le coefficient de Poisson est élevé),
- à des couches sur fonds durs dont l'épaisseur est de l'ordre de 5 à 6 fois le rayon moyen de la base de la fondation, et, avec une approximation par valeur supérieure de la rigidité,
- à des sols plus profond et notamment au cas du demi espace élastique.

## 7. CONCLUSION.

----- En vue d'étudier le comportement des fondations rectangulaires enterrées en sols profonds homogènes dans le domaine élastique, un modèle réduit tridimensionnel a été mis au point pour mesurer les rigidités de la fondation à l'égard des mouvements de rotation.

Les dimensions des modèles de sol utilisés dans le cadre de la présente recherche ont permis une représentation assez satisfaisante de ce type de sols, dans le cas de sols cohérents à coefficient de Poisson élevé; la dispersion entre les modèles de sol, leur légère hétérogénéité par couche horizontale les rendent plus proche des sols meubles réels les plus courants que le modèle théorique du demi espace élastique.

Il a été établi à partir des résultats des essais des lois empiriques approchées de variation, en fonction de l'enfoncement, de la rigidité des fondations profondes rapportées à celles des fondations superficielles de même dimensions, dans le cas des mouvements de basculement et de torsion, et pour un coefficient d'enfoncement variant de 0 à 0.5; ces lois sont valables pour des sols meubles sur fond dur dont la profondeur n'est pas inférieure à cinq fois environ le rayon moyen de la fondation; pour des profondeurs supérieures, notamment dans l'hypothèse du demi espace élastique elles donnent une valeur approchée par excès de la rigidité en profondeur, ce qui est généralement sécuritaire pour les calculs dynamiques.



Les essais, qui ont été effectués avec des déformations importantes (pour des rotations de l'ordre de cinq degrés) ont montré que, si des décollements sont apparus entre les parois latérales du modèle fondation et du modèle sol lors de l'augmentation de la charge, il n'en est résulté aucune discontinuité sur les graphes effort-déformation qui sont restés très sensiblement linéaires. On peut par suite admettre que dans les calculs dynamiques d'ouvrages réels on peut conserver sans erreur appréciable l'hypothèse de contact sol-fondation pour les parois latérales.

Une extension de la méthode des "ressorts de sol" en rotation peut ainsi être faite à partir des rigidités des fondations superficielles pour les fondations rectangulaires enterrées. Les rigidités statiques ainsi obtenues à partir de ces lois empiriques approchées restent applicables selon les mêmes approximations que pour les "ressorts de sol" des fondations superficielles au cas de structures soumises à des sollicitations dynamiques de basses fréquences (premiers modes de vibrations). Une analyse plus précise du comportement du sol pourrait être faite à partir de modèles dynamiques dont la conception serait basée sur celles des modèles statiques utilisés dans la présente recherche. Par ailleurs, de nombreuses recherches restent encore à faire sur le comportement des fondations enterrées concernant notamment: l'influence du coefficient de Poisson (sols peu cohérents), l'influence de l'épaisseur de la couche de sol, le cas des fondations non rectangulaires, etc...

\* B I B L I O G R A P H I E \*

- 1/ BYCROFT. "Forced vibrations of rigid circular plate on a semi infinite elastique and on an elastic stratum" 1956  
Philos.Trans Royal Society London Vol.248 pp327-368
- 2/ E.REISNER and H.F.SAGOCI. "Forced torsional oscillation of an elastic half space"  
J. of Appl.Phys. Vol15 pp 652-662 1944
- 3/ GORBUNOV-POSSADOV. "Design of structures elastic foundations"  
Proc.5th ICSMFE Vol.1 pp 643-648 1961
- 4/ D.D.BARKAN. "Dynamics of bases and foundations"  
Mc Graw-Hill Book Co N.Y U.S.A 1962
- 5/ A.S.VELETSOS and Y.T.WEI. "Lateral and rocking vibration of footings"  
J. of the Soil Mech. and Found.Div 1971
- 6/ J.E.LUCO and WESTMANN. "Dynamic response of circular footings"  
A.S.C.E.J. Eng.Mech.Div.EM 5 1971
- 7/ M.NOVAK and K.SACHA. "Torsional and coupled vibrations of embedded footings"  
J.Earth.Struc.Dyn. 1973
- 8/ J.LYSMER and F.E.RICHART. "Dynamic response of footings to vertical loading"  
J.Soil Meth. and Found. Vol.92 SM 1 1966
- 9/ J.E.LUCO, H.L.WONG and M.D.TRIFUNAC. "A note on dynamic response of rigid embedded foundations"  
Earth.Eng.and Stru.Dyn.Vol.4 pp119-127 U.S.A 1975
- 10/I.A.ROBERTSON. "Forced vertical vibration on a rigid circular disk on a semi infinite elastic solid"  
Pro.Cambridge Philo.Society Vol.62 1966
- 11/J.E.LUCO. "Torsional response of structure to obliquely incident seismic SH waves"  
Earth.Eng. and Struc. Dyn. Vol.4 1976
- 12/F.E.RICHART, J.R.HALL and R.D.WOODS. "Vibrations of soil and foundations"  
Prentice Hall U.S.A 1969
- 13/A.VELETSOS and J.W.MEEK. "Dynamic behaviour building foundations system"  
Earth.Eng. and Struc.Dyn.Vol 3pp 121-138 1974
- 14/J.R.HALL. "Coupled rocking and sliding oscillation of rigid circular footings"  
Int.Symp.on waves prop.dyn.properties of earth.mat.Mexico 1967

15/A.E.HADJIAN, G.E.HOWARD and C.B.SMITH. "A comparaisn of  
experimental and theoretical investigations of  
embeddment effects on seismic response"  
S.M.I.R.T. 1975

16/Z.DJILLALI-BERKANE. "Influence du deuxièame mode de vibration  
sur le comportement sismique des structures rigides  
sur sol meuble élastique"  
Thèse de Magister E.N.P. 1984

Etude expérimentale des rigidités du sol  
pour les fondations rectangulaires enterrées  
soumises à des mouvements de translation

Par Mr. CHERRARED Atmane Ingénieur E.N.P  
Directeur de thèse: P. BONNEVILLE Professeur à l'E.N.P

المخلص:

هذا الموضوع يدرس تأثير الانحواض في حالة الاساسات المستطيلة و الجاسئية اعتمادا علي نماذج ثلاثية الابعاد. اثبتت الدراسة من جهة قواعد التغيرات للجسوات منسوبة الي الجسوة علي السطح بدلالة معامل الانحواض و الخواص الهندسية للاساس، و من جهة اخري موضع النابض الافقي. هذه النتائج تساهم في تمديد طريقة ابيض التربة في حالة الاساسات العميقة بتعيين قيسمة الجسوات بدلالة الانحواض و قيم الاساسات السطحية.

Résumé:

L'objet de la présente thèse est d'étudier l'influence de l'enfoncement sur les rigidités du sol à la translation dans le cas des fondations rectangulaires enterrées rigides, sur la base de modèles tridimensionnels. Il est déterminé d'une part, les lois de variations des rigidités rapportées à la rigidité en surface en fonction du coefficient d'enfoncement et des caractéristiques géométriques de la fondation, et d'autre part, la position du ressort horizontal. Ces résultats devront contribuer à l'extension de la méthode des "ressorts de sol" au cas des fondations profondes, en définissant la valeur des rigidités en fonction de l'enfoncement, à partir de leurs valeurs pour la fondation superficielle.

Summary:

The aim of this research is to study the influence of the depth on soil rigidities in translation of buried rectangular foundations, based on three dimensional models. The laws of variations of rigidities related to surface rigidity as a function of the depth coefficient and foundation geometrical characteristics have been established. On the other hand, the position of the horizontal spring has been determined. The results obtained will contribute to the extension of "soil springs" method for cases of deep foundations defining the value of rigidities as a function of the depth, from their values obtained for the superficial foundation.



## I. INTRODUCTION.

----- Le comportement dynamique des structures sous sollicitations sismiques est sensiblement influencé par le phénomène d'interaction sol-structure, c'est à dire la modification du mouvement par suite de la déformation du sol au voisinage de la fondation.

Actuellement, les règlements parasismiques ne font intervenir que forfaitairement cette interaction dans les calculs dynamiques. Des calculs plus précis ont été faits à propos d'ouvrages d'importance particulière et de nombreuses recherches sont en cours pour traiter de façon plus générale le problème d'interaction sol-structure. La difficulté de ce problème qui fait intervenir les caractéristiques de la fondation et du sol concerne notamment la modélisation du sol, compte tenu de son comportement tridimensionnel.

Tout d'abord le comportement du sol a été modélisé par des "ressorts de sol" de rigidité uniforme qui définissent les réactions élastiques du sol pour les composantes du déplacement statique de la fondation (6). Par la suite, la considération du sol comme un demi-espace élastique a permis de déterminer de manière plus précise ces ressorts de sol (4),(8).

L'étude dynamique d'interaction sol-structure a été assez développée en ce qui concerne les fondations circulaires et les fondations rectangulaires superficielles (1),(2),(3),(4),(5),(6); (7),(8),(9),(10),(11),(12),(13),(14),(15).

Le cas des fondations rectangulaires enterrées, qui représente une part importante des ouvrages réels n'a pas été traité, en dehors de méthodes très simplifiées. Une première approche est l'étude du comportement statique, c'est à dire les relations forces-déplacements de ce type de fondations, qui peut être étendue à des actions dynamiques de faible fréquence.

Dans ce but, l'objet de la présente recherche est de déterminer par une méthode expérimentale, les composantes de rigidité du sol pour des fondations rectangulaires enterrées rigides, soumises au mouvement de translation horizontale ou verticale, en vue d'étudier notamment la variation de ces rigidités en profondeur selon la forme de la fondation. La recherche qui utilise un modèle réduit sol-fondation, dont le modèle sol est un bloc de caoutchouc massif, doit s'appliquer à l'étude du comportement d'un sol profond modélisable par un demi-espace élastique.

## II. EXPERIMENTATION.

### II.1- Objet de l'expérimentation:

----- L'expérience a pour objet de déterminer pour les fondations rectangulaires rigides, d'une part, la variation des rigidités horizontales  $K_H$  et verticales  $K_V$  selon la profondeur de ces fondations dans un sol élastique semi-infini et d'autre part, la position du ressort horizontal. Ces résultats devront contribuer à la prise en compte de l'interaction sol-structure dans les problèmes dynamiques pour le cas de fondations profondes.

L'étude est faite sur modèles réduits tridimensionnels pour les mouvements de translation horizontale (tamis) et verticale (pompage) et dans le cas d'un chargement statique.



## II.2- Principe du modèle (fig.1):

----- Il s'agit d'une modélisation tridimensionnelle sol-structure. La modélisation du sol est faite sous forme de bloc de caoutchouc. La fondation est modélisée par parallélépipède rectangle en acier, surmonté d'une tige rigide en acier pour l'application des charges et le montage de l'appareillage de mesure.

Trois types de modèles de fondations sont utilisés dont la surface de base présente les dimensions suivantes:

- Modèle carré : 60 x 60 mm
- Modèle rectangulaire: 60 x 120 mm
- Modèle rectangulaire: 40 x 120 mm

## III.3- Conduite des essais (fig 2 et 3):

----- Deux types d'essais sont effectués:

- Essai de translation horizontale
- Essai de translation verticale.

Chaque modèle d'essai aura pour objet d'une part, la mesure des déplacements de la fondation soumise à un chargement statique, et d'autre part, la détermination de la position du centre de rigidité. Des relations forces-déplacements sont obtenues par séries d'opérations de chargement et pour chaque profondeur donnée.

L'essai de translation horizontale (fig.2) est effectué en appliquant deux charges horizontales  $F_1$  et  $F_2$ , de directions opposées en deux points de la tige, l'une prépondérante à la base créant surtout une translation et accessoirement une rotation, l'autre corrective au sommet équilibrant le système afin d'éliminer la rotation, et d'obtenir la translation pure.

- La réaction élastique du sol  $R$  sera donc donnée par:

$$R = F_2 - F_1$$

- La cote  $p'$  du centre de rigidité  $C$  par rapport à la base de la fondation est obtenue par:

$$p' = h - l \quad \text{ou} \quad l = \frac{F_1 a}{R}$$

Dans le cas de l'essai de translation verticale (fig.3), les forces sont exercées verticalement de manière à être normales à l'aire de contact sol-fondation.

## III. RESULTATS EXPERIMENTAUX.

----- A partir des résultats de mesure des forces et déplacements et des calculs donnant la position du centre de rigidité, on obtient les graphes suivants:

- Graphes  $p' = f(p)$

----- Les graphes donnant la position  $p'$  du centre de rigidité  $C$  en fonction de la profondeur de la fondation,  $p' = f(p)$ , montrent que les points expérimentaux sont pratiquement alignés (fig.4). Le graphe obtenu dans tous les cas est une droite ne passant pas par l'origine.

- Graphes  $R = f(\Delta_H)$

----- Les graphes donnant la réaction  $R$  du sol en fonction du déplacement horizontal  $\Delta_H$ ,  $R = f(\Delta_H)$ , obtenus pour chaque profondeur (fig.5) montrent que les points expérimentaux sont alignés avec une faible dispersion.

- Graphes  $F = f(\Delta_Z)$

----- Les graphes donnant la force verticale  $F$  en fonction du déplacement vertical  $\Delta_Z$ ,  $F = f(\Delta_Z)$ , obtenus pour chaque profondeur (fig.6) indiquent, comme pour les graphes  $R = f(\Delta_H)$ , que les points expérimentaux sont pratiquement alignés et que la dispersion est faible.

#### IV. ANALYSE DES RESULTATS - CALCULS DES RIGIDITES:

##### IV.1- Position du ressort horizontal:

----- A partir des résultats des essais (graphes  $p' = f(p)$ ), on définit par des formules approchées la variation de  $p'/2d$  en fonction du coefficient d'enfoncement  $\chi = p/2d$  ou  $2d$  est la dimension de la fondation dans le sens du mouvement sismique considéré (fig.7); cette figure montre que les droites expérimentales pour les différentes valeurs du rapport  $d/c$  sont pratiquement parallèles et très rapprochées d'où l'influence relativement faible du rapport  $d/c$ . Le graphe du modèle bidimensionnel (2) est une droite sensiblement parallèle aux précédentes.

Les équations obtenues sont donc de la forme (fig.7):

$$\frac{p'}{2d} = m \chi - n$$

ou  $m$  et  $n$  sont les paramètres variables en fonction du rapport  $d/c$  (fig.8 et 9).

avec  $2c$ : dimension de la base de la fondation perpendiculairement à la direction du mouvement sismique considéré.

On obtient ainsi la formule générale donnant la côte  $p'$  du ressort horizontal.

Soit:

$$\frac{p'}{2d} = 0.36 \chi - 0.01 \sqrt{\frac{c}{d}} \quad \text{avec } \chi = p/2d \quad (\chi \leq 1) \\ \text{et } 1/3 \leq d/c \leq 3$$

ou encore:

$$p' = 0.36 p - 0.02 \sqrt{cd}$$

Ce qui montre que, d'une part, la valeur de  $p'$  est indépendante du sens du mouvement sismique considéré et, d'autre part, le centre de rigidité  $C$  dans le cas d'une fondation superficielle ( $p = 0$ ) se trouve en dessous de la base de cette fondation.

##### IV.2- Lois de variation des rigidités horizontale et verticale:

----- Les variations de la réaction  $R$  en fonction du déplacement horizontal  $\Delta_H$  et celles de la force verticale  $F$  en

fonction du déplacement vertical  $A_2$ , étant linéaires (III), les coefficients de proportionnalité reliant les forces aux déplacements correspondront aux valeurs des rigidités horizontale  $K_H$  et verticale  $K_V$ .

La comparaison des rigidités superficielles horizontale  $K_{H_0}$  et verticale  $K_{V_0}$ , déterminées expérimentalement et celles calculées à partir des formules théoriques (4) (11) a montré un écart assez faible (de l'ordre de la précision élastique du modèle du sol). A partir des valeurs des rigidités horizontale  $K_H$  et verticale  $K_V$  en fonction de la profondeur  $p$  de la fondation, des lois de variations des rigidités  $K_H / K_{H_0}$  et  $K_V / K_{V_0}$ , rapportées respectivement aux rigidités en surface  $K_{H_0}$  et  $K_{V_0}$  sont établies.

- Rigidité horizontale:

----- Les points obtenus dans les graphes de  $K_H / K_{H_0}$  en fonction de  $\chi = p/2d$  (fig.10) sont pratiquement alignés avec une faible dispersion.

La figure 11 regroupe les résultats obtenus pour tous les rapports  $d/c$ . Les équations de  $K_H / K_{H_0}$  en fonction de  $\chi$  sont de la forme:

$$\frac{K_H}{K_{H_0}} = \lambda \cdot \chi + 1$$

ou  $\lambda$  est le coefficient angulaire dépendant du rapport  $d/c$ ; la variation de  $\lambda$  en fonction de  $d/c$  est donnée sur la figure 12. La position des différents points de ce graphe permet uniquement d'estimer cette variation; l'approche la plus simple est celle d'une droite linéaire:

Soit:

$$\lambda = 1.1 \frac{d}{c} + 1.2$$

La loi empirique de variation de  $K_H / K_{H_0}$  en fonction de  $\chi$  sera donc:

$$\frac{K_H}{K_{H_0}} = (1.1 \frac{d}{c} + 1.2) \chi + 1$$

avec  $\chi = p/2d$  et  $1/3 \leq d/c \leq 3$   $\chi \leq 1$

Dans la figure 11, il est porté également la variation de  $K_V / K_{V_0}$  en fonction de  $\chi$  obtenue dans le cas du modèle bidimensionnel (2); la droite obtenue dans ce cas se trouve bien dans le faisceau de droites obtenues pour les différents rapports  $d/c$ , ce qui montre une concordance satisfaisante des résultats.

- Rigidité verticale:

----- La variation de  $K_V / K_{V_0}$  en fonction du coefficient d'enfoncement  $\chi = p / \sqrt{4cd}$  peut être représentée par des courbes présentant une continuité régulière, et une faible dispersion par rapport AUX POINTS EXPERIMENTAUX (FIG.13). Comme la courbure est très faible, ces courbes sont



remplacées par des droites moyennant une faible erreur pour un enfoncement  $\chi \leq 0.5$  (fig.14), en vue d'établir une loi empirique générale.

Les équations de  $K_z / K_{z_0}$  en fonction de  $\chi$  seront donc de la forme:

$$\frac{K_z}{K_{z_0}} = \mu \cdot \chi + 1 \quad (\chi \leq 0.5)$$

ou  $\mu$  est le coefficient angulaire dépendant du rapport  $d/c$ ; la variation de ce coefficient en fonction de  $d/c$  est donnée sur la figure 15; cette figure montre que le rapport  $d/c$  est pratiquement sans influence sur la valeur de  $\mu$ , compte tenu des dispersions expérimentales. On en déduit la valeur moyenne:  $\mu = 1.6$ . La loi de variation de  $K_z / K_{z_0}$  en fonction du coefficient d'enfoncement sera alors donnée par la formule suivante:

$$\frac{K_z}{K_{z_0}} = 1.6\chi + 1$$

avec  $\chi = p / \sqrt{4cd}$  et  $1/3 \leq d/c \leq 3$  ( $\chi \leq 0.5$ )

Une comparaison est faite entre ces résultats de la rigidité verticale pour les fondations rectangulaires enterrées et les rigidités verticales obtenues par Kaldjian (9) dans le cas des fondations circulaires enterrées (fig.16) en utilisant le rayon équivalent  $r_0$ :

$$r_0 = \sqrt{\frac{4cd}{\pi}}$$

Cette figure 16 montre que les résultats expérimentaux pour les fondations rectangulaires enterrées font apparaître un accroissement de la rigidité en profondeur nettement plus élevé que celui des fondations circulaires enterrées avec un frottement latéral. Tout d'abord, ceci permet d'admettre que les essais de translation verticale sur les modèles de fondations ont été effectués dans des conditions de frottement latéral élevé (voire glissement latéral négligeable). Par ailleurs, parmi les résultats des fondations rectangulaires enterrées, le plus proche de la fondation carrée ( $d/c=1$ ), ce qui est logique vu que la forme carrée est la plus proche de la forme circulaire. La différence peut être due indépendamment des erreurs expérimentales, à l'assimilation de la surface rectangulaire à une surface circulaire équivalente; en effet, si l'on admet en première approximation que le frottement latéral unitaire est le même à un niveau donné pour une fondation circulaire et une fondation

rectangulaire de même surface, le frottement latéral total dépendra du périmètre de la fondation qui restera différent dans les deux cas.

#### V. VALIDITE DES RESULTATS.

----- Les modèles réalisés représentent avec une très bonne approximation le comportement d'un sol élastique. L'assimilation à un demi-espace élastique peut être faite avec une approximation satisfaisante, compte tenu de l'approximation que comporte cette modélisation du demi-espace pour un sol meuble réel.

Les lois de variation des rigidités en profondeur obtenues donnent une valeur des rigidités vraisemblablement un peu supérieure à celle du modèle théorique en demi-espace (majoration généralement sécuritaire), avec une précision que l'on peut estimer à 10 à 15%. Cette précision est très suffisante pour les problèmes pratiques, comportant une incertitude beaucoup plus grande sur les caractéristiques réelles du sol.

#### VI. CONCLUSION.

----- La présente recherche a permis en premier lieu la mise au point d'un modèle réduit pour la mesure des paramètres de rigidité statique de translation d'une fondation enterrée, en vue de déterminer le comportement des sols profonds homogènes en phase élastique.

Les modèles de sols tridimensionnels, réalisés à cet effet par assemblage de plaques de caoutchouc horizontales, sur une épaisseur totale de 5 à 6 fois le rayon moyen de la surface de fondation, présentent un comportement assez voisin de celui du demi-espace élastique. Ils s'en écartent par une légère orthotropie qui les rend en fait plus proches des sols meubles réels les plus courants, et par influence de l'épaisseur finie du modèle conduisant à une approximation par valeur supérieure des rigidités en profondeur pour des couches de sol d'épaisseur supérieure à 6 fois environ le rayon moyen de la section d'appui.

Les résultats des essais ont permis d'établir pour les fondations rectangulaires enterrées en sol profond:

- Une loi approchée donnant, selon la forme de la section, la variation de la rigidité en profondeur à partir de la rigidité de la fondation superficielle de même dimension, dans le cas du mouvement de translation horizontale, et dans le cas du mouvement de translation verticale. Cette loi est donnée pour un coefficient d'enfoncement variant de 0 à 1 pour la translation horizontale, et de 0 à 0.5 pour la translation verticale. En ce qui concerne cette translation verticale, le rapport des dimensions de la base semble sans influence appréciable, à la précision des essais sur la variation en profondeur de la rigidité.

Par ailleurs, les essais ont montré que:

- Pour une fondation rectangulaire enterrée, le centre de rigidité est le même vis-à-vis d'une translation selon l'un ou l'autre des axes horizontaux de la fondation.

- Dans le domaine des déformations élastiques, le comportement de la fondation n'est pas affecté de façon appréciable par le décollement éventuel entre le sol et la paroi latérale de la



fondation.

La détermination des rigidités statiques en translation horizontale et verticale pour les fondations rectangulaires enterrées permet ainsi, pour ces paramètres de rigidité, une extension de la méthode dynamique simplifiée des "ressorts de sol" au cas des fondations profondes tridimensionnelles, les résultats restant applicables, en première approximation, pour des sollicitations dynamiques de faible pulsation, c'est à dire pour les premiers modes propres de vibration des structures courantes. La méthodologie des présents essais pourrait servir de base à la mise au point de modèles d'essais dynamiques, pour une connaissance plus précise du comportement dynamique de ce type de fondation sur sols élastiques homogènes. Par ailleurs, il reste un champ de recherche étendu pour étudier la variation de différents paramètres du sol, le comportement non linéaire, le cas de couches de caractéristiques différentes, etc...

\* B I B L I O G R A P H I E \*

- 1/ JUAN E, LUCO & R.A. WESTMANN: "Dynamic response of circular footings" A.S.C.E Jour. Eng Mech Div EM5 Oct 1971
- 2/ DJILLALI-BERKANE Z: "Influence du deuxième mode de vibrations sur le comportement sismique des structures rigides sur sol meuble élastique"  
Thèse de Magister E.N.P 1984
- 3/ RICHART F E, HALL J R & WOODS R D: "Vibrations of soils and foundations"  
Prentice Hall N.J.U.S.A. 1970
- 4/ BARKAN D D: "Dynamics of bases and foundations" MO Graw-Hill  
Book CO U.S.A 1962
- 5/ WHITMANN R V & RICHART F E: "Design procedure for dynamically loaded foundations" Jour Soil Mech and found div  
SM6 V 93 Nov 1967
- 6/ FILLIAT: "La pratique des sols et fondations"  
Editions du moniteur
- 7/ TOMORI HASHIBA and WHITMANN ROBERT V: "Soil-structure interaction during earthquakes"  
Soil and foundation Juin 1968
- 8/ WHITMAN ROBERT: "Equivalent lumped for structure founded upon stratum of soil"  
4th world conf on earthquake eng; CHILIE 1969
- 9/ KALDJIAN M J WHITMAN and RICHART: "Discussion of design-Dynamically foundation"  
J. Soil Mech and Found Div V 95 1969
- 10/ NOVAK M and SACHS: "Torsional and coupled vibrations of embeded footings"  
J. Eng Struct Dyna 2 1973
- 11/ ABSI E: "Fondations rectangualires rigides sur sol élastique"  
Suppl Ann I.T.B.T.P. N°265 Jan 1970
- 12/ DELEUZE G: "Réponse à un mouvement sismique d'un édifice sur sol élastique"  
I.T.B.T.P 1967
- 13/ MATHIVAT J: "Appuis et fondations"  
C.H.E.C Mars 1976
- 14/ BYCROFT G N: "Forced vibration of rigid circular plate on a semi infini elastic space and on an elastic stratum"  
Phylosophical Roy Society 1956

15/GHAFFAR ZADEH M: "Modèles de fonctions d'impédance constantes"  
Thèse Docteur Ingénieur E.C.P 1982.

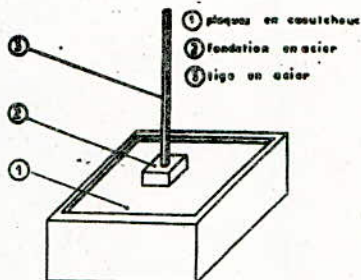


Fig. 1 Modèle sol-fondation

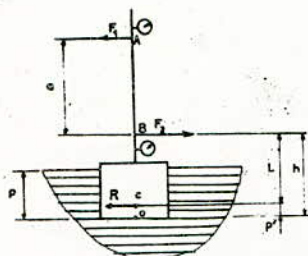


Fig. 2 Schéma statique (translation horizontale)

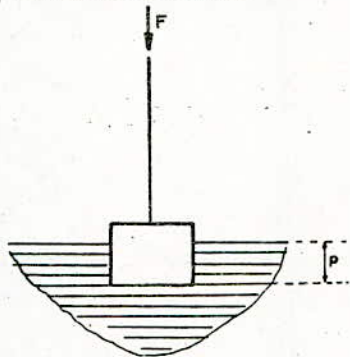


Fig. 3 Schéma statique (translation verticale)

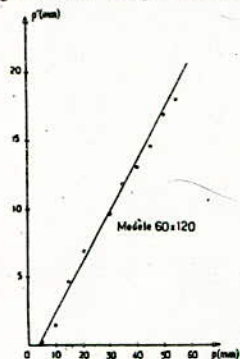


Fig. 4 Graphes de la position  $p'$  du centre de rigidité en fonction de la profondeur  $p$

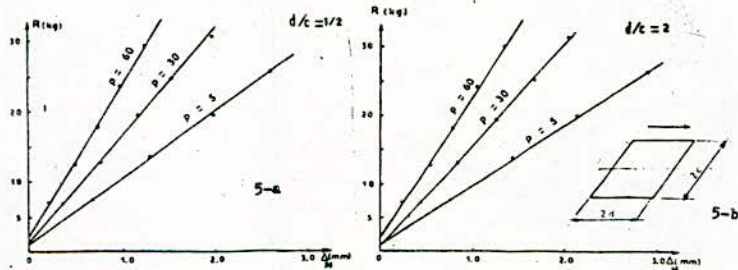


Fig. 5 Graphes de la réaction  $R$  en fonction du déplacement horizontal  $\Delta_H$   
Translation horizontale - Modèle 60 X 120mm .



Fig. 6 Graphes de F en fonction de  $d/c$   
Translation verticale  
Modèle 40 : 120

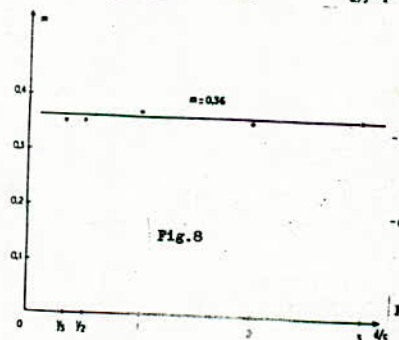
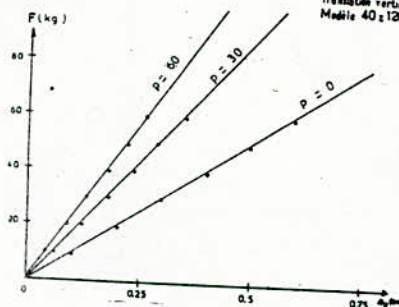
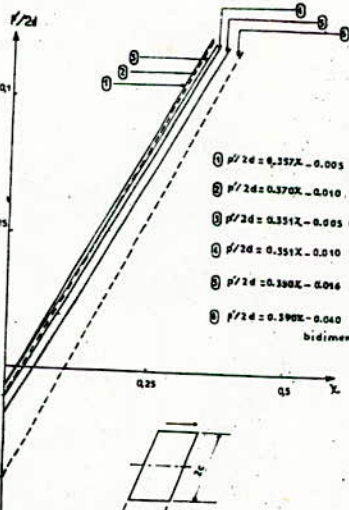


Fig. 8



- ①  $P'/2d = 0.357X - 0.005$  ( $d/c = 1$ )
- ②  $P'/2d = 0.370X - 0.010$  ( $d/c = 1$ )
- ③  $P'/2d = 0.351X - 0.005$  ( $d/c = 2$ )
- ④  $P'/2d = 0.351X - 0.010$  ( $d/c = 1/2$ )
- ⑤  $P'/2d = 0.380X - 0.016$  ( $d/c = 1/3$ )
- ⑥  $P'/2d = 0.390X - 0.040$  (modèle bidimensionnel)

Fig. 7 Graphes  $P'/2d$  en fonction du coefficient d'enfoncement  
 $X = P/2d$

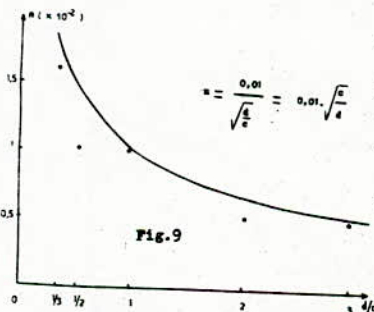


Fig. 9

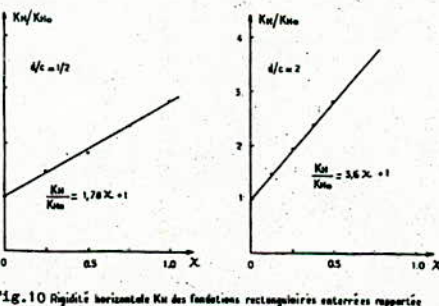


Fig. 10 Rigidités horizontales  $K_h$  des fondations rectangulaires enterrées rapportées à la rigidité en surface  $K_{h0}$  en fonction du coefficient d'enfoncement  $X = P/2d$

Fig. 8 & 9 Graphes des coefficients  $m$  et  $n$   
en fonction du rapport  $d/c$

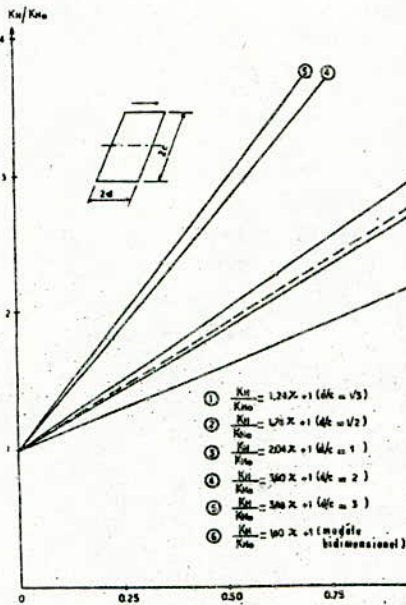


Fig. 11 Rigidité horizontale  $K_x$  des fondations rectangulaires enterrées rapportée à la rigidité en surface  $K_{x0}$  en fonction du coefficient d'enfoncement  $X = P/2d$

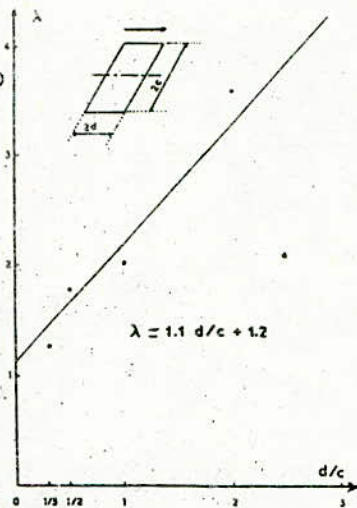


Fig. 12 Coefficient angulaire  $\lambda$  en fonction du rapport  $d/c$

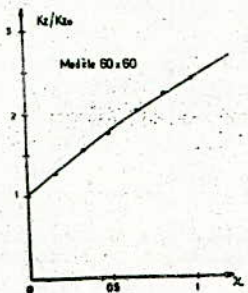


Fig. 13 Rigidité verticale  $K_z$  des fondations rectangulaires enterrées rapportée à la rigidité en surface  $K_{z0}$  en fonction du coefficient d'enfoncement  $X = P/\sqrt{4c^2}$

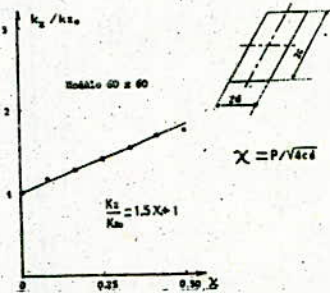


Fig. 14 Représentation linéaire pour  $X \leq 0.5$  de  $K_z/K_{z0}$  en fonction de  $X = P/\sqrt{4c^2}$

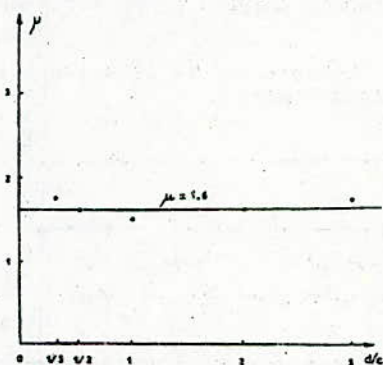


Fig.15 Coefficient angulaire  $\mu$  en fonction du rapport  $d/c$ .

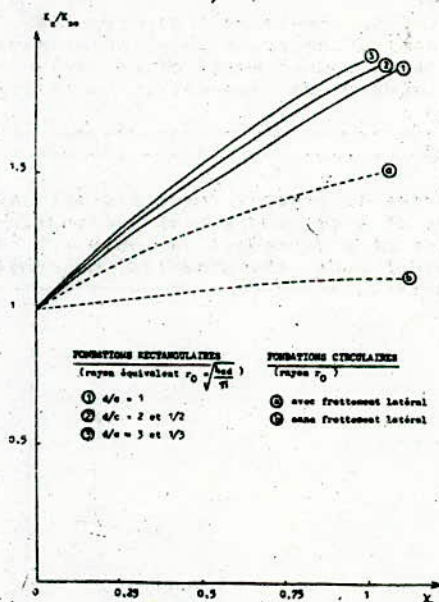


Fig.16 Rigidité verticale  $K_2$  des fondations enterrées, rectangulaires et circulaires rapportées à la rigidité en surface  $K_{20}$  en fonction du coefficient d'enfoncement  $\chi = h/r_0$ .

## TESTS DES VARIABLES OMISES: DIFFERENTES APPROCHES

Par: D.FEROUKHI

Enseignant à l'Université des Sciences Economiques  
de l'Université d'Alger.

الموضوع:

لقد تهدف هذه الدراسة الى تقديم مختلف اختبارات تتدخل  
سلسلة اضافية من متحولات "Y"، في شرح متحولة "X<sub>1</sub>" في حالة  
ارتباط ما بينهم علي شكل نموذج خطي عام، مرافق باحتمالات  
كلاسيكية.

### RESUME:

----- Le présent article tente de présenter les différentes  
façons de tester l'apport d'une série additionnelle de variables  
(X<sub>1</sub>) dans l'explication du comportement d'une variable dépendante  
(Y) à travers le modèle de regression multiple muni des  
hypothèses classiques.

### ABSTRACT:

----- This paper tries to present the different approaches to  
test the contribution of a set additional explanatory variables  
(X<sub>1</sub>) in the behavior of a dependant variable (Y) through the  
multiple regression model under the classical hypotheses.



Tests des variables omises dans  $\alpha$   
le modèle linéaire:  
Differentes approches

par: D.FEROUKHI

A N N E X E I

$$\left( \frac{R_{II}^2 - R_I^2}{1 - R_I^2} \right) \left( \frac{N - (K + K_1)}{K_1} \right) \rightsquigarrow \overline{F}_{ishee} (K_1, N - (K + K_1))$$

Si l'on désigne  $b^* = \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_1 \end{pmatrix}$  l'estimateur des moindres carrés de  $B = \begin{pmatrix} B \\ B_1 \end{pmatrix}$  dans le modèle (II), son expression est donnée par la formule ci-dessous :

$$b^* = \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_1 \end{pmatrix} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'Y$$

$$\underline{X} = [X, X_1] \quad , \quad X (n \times (k+k_1))$$

Sous  $H_0$ , c.à.d. :  $Y = XB + \varepsilon$  ou de manière équivalente :

$$H_0: B^* = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(b^* - B^*)' (\underline{X}'\underline{X}) (b^* - B^*) / \sigma^2 \rightsquigarrow \chi^2_{k+k_1} \quad (15)$$

Expliquons l'expression ci-dessus en fonction de  $\varepsilon$  :

$$b^* = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'(XB + \varepsilon) = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'XB + (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'\varepsilon$$

$$\underline{X}' = \begin{pmatrix} X' \\ X_1' \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{X}'\underline{X} = \begin{pmatrix} X'X & \\ & X_1'X_1 \end{pmatrix}$$

et comme  $(\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'X = \begin{pmatrix} I_k & \\ & 0_{k_1 \times k} \end{pmatrix}$  et donc :

$$b^* = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} + (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'\varepsilon$$

$$(b^* - B^*) = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'\varepsilon \quad \text{d'où l'expression équivalente à (11)}$$

$$(b^* - B^*)' (\underline{X}'\underline{X}) (b^* - B^*) = \varepsilon' \underline{X} (\underline{X}'\underline{X})^{-1} (\underline{X}'\underline{X}) (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'\varepsilon$$

$$" = \varepsilon' \underline{X} (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'\varepsilon$$

$$" = \varepsilon' (I - M) \varepsilon$$

où :

$$M = (I_n - \underline{X} (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}')$$

donc :

$$\frac{1}{\sigma^2} \varepsilon' (I_n - M) \varepsilon \rightsquigarrow \chi^2_{k+k_1}$$

Développons davantage  $(b^* - B^*)' (\underline{X}'\underline{X}) (b^* - B^*)$  en fonction des termes  $(b - B)$  et  $b$  :

$$\begin{aligned}
 (b^* - B^*)' (\underline{X}' \underline{X}) (b^* - B^*) &= \left( \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} \right)' \begin{pmatrix} x_1' x_1 & x_1' x_2 \\ x_2' x_1 & x_2' x_2 \end{pmatrix} \left( \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\
 '' &= \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_2 \end{pmatrix}' \underline{X}' \underline{X} \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_2 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}' \underline{X}' \underline{X} \begin{pmatrix} \bar{b} \\ b_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}' \underline{X}' \underline{X} \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$(b^* - B^*)' (\underline{X}' \underline{X}) (b^* - B^*) = b^{*'} (\underline{X}' \underline{X}) b^* - 2 B' X' \gamma + B' (X' X) B \quad (16)$$

D'autre part, et toujours sous l'hypothèse  $H_0$ , on a, sur la base du modèle (I):

$$(b - B)' (X' X) (b - B) / \sigma^2 \rightsquigarrow \chi_K^2$$

$$(b - B)' (X' X) (b - B) = b' (X' X) b - 2 B' (X' X) b + B' (X' X) B$$

$$'' = b' (X' X) b - 2 B' X' \gamma + B' (X' X) B \quad (17)$$

et d'autre part:

$$b' (X' X) b = \Sigma' (X (X' X)^{-1} X') \varepsilon = \Sigma' (I_N - M) \varepsilon$$

*en d'autre part*

$$\text{avec } M = (I_N - X (X' X)^{-1} X')$$

Finalement, et sous l'hypothèse  $H_0$  :  $B = 0$

0 1

Nous savons que 
$$\begin{cases} M' = M, & M = M^2 \\ \tilde{M}' = \tilde{M}, & \tilde{M} = \tilde{M}^2 \end{cases}$$

et donc: 
$$\begin{cases} (M - \tilde{M})' = (M - \tilde{M}) \\ M X = X - X (X' X)^{-1} X' X = X - X (X' X)^{-1} \begin{pmatrix} X' X \\ X' X \end{pmatrix} = X - X = 0 \end{cases}$$

alors:  $\tilde{M} M = \tilde{M}$  ;  $(M - \tilde{M})(M - \tilde{M}) = M - \tilde{M}$

Donc la matrice  $(M - \tilde{M})$  est idempotente  
 $\frac{1}{\sigma^2} \tilde{\epsilon}' (M - \tilde{M}) \tilde{\epsilon} \rightsquigarrow$  KHI-Deux avec trace  $(M - \tilde{M})$  comme degrés de liberté.

$$\begin{cases} \text{Trace}(M) = N - K \\ \text{Trace}(\tilde{M}) = N - K - K \end{cases} \quad \text{d'où}$$

$$\text{Trace}(M - \tilde{M}) = \text{Trace}(M) - \text{Trace}(\tilde{M}) = K$$

$$\tilde{\epsilon}' (M - \tilde{M}) \tilde{\epsilon} / \sigma^2 \rightsquigarrow \chi^2_K \quad (19)$$

En exploitant les résultats (12) et (13), nous pouvons conclure que:

$$\begin{aligned} (b^* - \tilde{b}^*)' (X' X) (b^* - \tilde{b}^*) - (b - \tilde{b})' (X' X) (b - \tilde{b}) &= b^{*'} (X' X) b^* - 2 \tilde{b}^{*'} X' Y + \tilde{b}' (X' X) \tilde{b} \\ &\quad - b' (X' X) b + 2 \tilde{b}' X' Y - \tilde{b}' (X' X) \tilde{b} \\ &= b^{*'} (X' X) b^* - b' (X' X) b \end{aligned}$$

et donc:  $b^{*'} (X' X) b^* - b' (X' X) b = \tilde{\epsilon}' (M - \tilde{M}) \tilde{\epsilon}$  d'où:

$$(b^{*'} (X' X) b^* - b' (X' X) b) / \sigma^2 \rightsquigarrow \chi^2_{K_2}$$

On rappellera que 
$$\begin{cases} b^{*'} (X' X) b^* = \hat{Y}'_{II} \hat{Y}_{II} \\ b' (X' X) b = \hat{Y}'_I \hat{Y}_I \end{cases}$$

Ce qui permet autrement l'expression (15):

$$(\hat{Y}'_{II} \hat{Y}_{II} - \hat{Y}'_I \hat{Y}_I) / \sigma^2 \rightsquigarrow \chi^2_{K_2}$$

D'autre part:

$$e_{II} = Y - X \tilde{b}^* = M Y = M \tilde{\epsilon} \Rightarrow e'_{II} e_{II} = \tilde{\epsilon}' M \tilde{\epsilon}$$

Sous H<sub>1</sub>:  $B = 0$

$$e'_{II} e_{II} / \sigma^2 \rightsquigarrow \chi^2_{N - (K + K_2)}$$

(20)

Nous allons montrer maintenant que les formes quadratiques intervenant dans les expressions (15) et (16) sont indépendantes. Pour cela on utilisera le résultat suivant:

Si  $X(N \times 1)$  est 1 vecteur aléatoire tel que  $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, I_N)$  et si A et B sont deux matrices carrés  $(N \times N)$ , alors les formes

quadratiques  $X'AX$  et  $X'BX$  sont indépendantes si:  $AB = 0$   
 En ce qui nous concerne, nous savons que sous  $H_0$ :

$$\varepsilon/\varepsilon \sim CN(0, I_N)$$

et donc  $\varepsilon'/\varepsilon (M - \underline{M}) \varepsilon$  et  $\varepsilon'/\varepsilon M \varepsilon/\varepsilon$  sont deux formes quadratiques aléatoires.

$$(M - \underline{M}) \underline{M} = M \underline{M} - \underline{M} = 0$$

Ce qui nous amène au résultat recherché:

$$\frac{(\varepsilon'/\varepsilon)(M - \underline{M})(\varepsilon/\varepsilon)/K_1}{(\varepsilon'/\varepsilon)(\underline{M})(\varepsilon/\varepsilon)/N - (K+K_1)} \rightsquigarrow \text{Fisher}(K_1, N - (K+K_1))$$

c.a.d.  $\left( \frac{\hat{Y}'_I \hat{Y}'_I - \hat{Y}'_I \hat{Y}'_I}{e'_I \cdot e_I} \right) \left( \frac{N - (K+K_1)}{K_1} \right) \rightsquigarrow \text{Fisher}(K_1, N - (K+K_1))$

$\left( \frac{\hat{Y}'_I \hat{Y}_I / Y'Y - \hat{Y}'_I \hat{Y}_I / Y'Y}{e'_I \cdot e_I / Y'Y} \right) \rightsquigarrow \text{Fisher}(K_1, N - (K+K_1))$

sachant que  $R_I^2 = \hat{Y}'_I \hat{Y}_I / Y'Y$   $R_{II}^2 = \hat{Y}'_{II} \hat{Y}_{II} / Y'Y$   $1 - R_{II}^2 = e'_I \cdot e_I / Y'Y$

---


$$\left( \frac{R_{II}^2 - R_I^2}{1 - R_{II}^2} \right) \cdot \left( \frac{N - (K+K_1)}{K_1} \right) \rightsquigarrow \text{Fisher}(K_1, N - K_1 - K)$$


---



A N N E X E II

Critères pour le test d'hypothèses:

$$H_0 : AB = c$$

$$\text{Contre } H_1 : AB \neq c$$

Sur le modèle  $Y = YB + \xi$



Le test de WALD consiste à tester  $H_0 : W=0$  contre  $H_1 : W \neq 0$

3.3- Test du multiplicateur de LAGRANGE:

Lorsqu'on veut chercher l'extremum du programme suivant:

(A) 
$$\text{Max}_B \text{Log} L(B, \bar{\alpha}) \text{ avec } AB = c$$

On transforme, à l'aide du multiplicateur (de Lagrange)  $\lambda$  (qx1), le problème sous contrainte (A) en programme simple suivant:

(B) 
$$\text{Max}_{B, \lambda} \left\{ \text{Log} L(B, \bar{\alpha}) - \lambda'(AB - c) \right\}$$

La valeur de ce multiplicateur dans le problème qui nous concerne, est la suivante:

$$\bar{\lambda} = (A(x' \bar{\alpha}^{-1} x) A')^{-1} \cdot (Ab - c) \text{ avec } b = (x' \bar{\alpha} x)^{-1} \cdot x' \bar{\alpha}^{-1} \cdot y$$

La statistique du multiplicateur de Lagrange (LM) consiste à tester l'hypothèse suivante:

$H_0: \lambda = 0$

à travers la quantité (ML):  $\lambda'(A(x' \bar{\alpha} x) A') \lambda$

La quantité (ML) est, en fait une forme quadratique par rapport à la matrice  $(A(x' \bar{\alpha} x) A')$  qui est positive définie en raison de l'hypothèse suivante:

$$\begin{cases} \text{rang}(X) = k \\ \text{rang}(A) = q \end{cases}$$

et en raison du fait que toute matrice des variances-variances est positive définie.

Le vecteur  $\lambda$  constitue le vecteur des prix duaux du primal (A). Une valeur duale  $\bar{\lambda} = 0$  est en raison de la particularité de la matrice  $(A(x' \bar{\alpha} x) A')$ , entraîne une non ou sur saturation des contraintes primales, à savoir  $Ab - c = 0$ .

En conséquence, tester l'hypothèse  $\lambda = 0$  revient à tester la non-satisfaction de  $b$ , estimateur de  $B$  par le maximum de vraisemblance, à la contrainte  $AB = c$ .

Désignons par  $\bar{b}$  l'estimateur par le maximum de vraisemblance conditionné par la connaissance de  $\bar{\alpha}$  (estimateur de  $\alpha$ ) c.a.d:

$$L(\bar{b} / \bar{\alpha}) = \text{Max}_B L(B / \bar{\alpha}) \text{ et par:}$$

(c) 
$$\bar{b} = \bar{b}^* - (x' \bar{\alpha}^{-1} x)^{-1} A' \cdot (A(x' \bar{\alpha}^{-1} x) A')^{-1} \cdot (A \bar{b}^* - c)$$

c.a.d. 
$$L(\bar{b} / \bar{\alpha}) = \text{Max}_{AB=c} L(B / \bar{\alpha})$$

$$\bar{e} \bar{\alpha}^{-1} \bar{e} = \bar{e}^* \bar{\alpha}^{-1} \bar{e}^* + \bar{\lambda} A(x' \bar{\alpha}^{-1} x)^{-1} A' \bar{\lambda} \quad (x' \bar{\alpha}^{-1} \bar{e}^* = 0)$$

$$\bar{\lambda}' A(x' \bar{\Omega}^{-1} x)^{-1} A' \bar{\lambda} = \bar{e}' \bar{\Omega}^{-1} \bar{e} - \bar{e}'^* \bar{\Omega}^{-1} \bar{e}^*$$

et donc

$$(M.L.) = -2 \log (L(\bar{b}/\bar{\Omega}) / L(\bar{b}^*/\bar{\Omega}))$$

$$(M.L.) = -2 \log \left\{ \frac{\text{Max}_B L(B/\bar{\Omega})}{\text{Max}_{AB=\kappa} L(B/\bar{\Omega})} \right\}$$

Le test du multiplicateur de Lagrange  $H_0: \bar{\lambda}' A(x' \bar{\Omega}^{-1} x)^{-1} A' \bar{\lambda} = 0$  contre  
contre  $H_1: \bar{\lambda}' A(x' \bar{\Omega}^{-1} x)^{-1} A' \bar{\lambda} \neq 0$

#### IV. COMPARAISON DES TROIS TESTS.

----- Quelques remarques s'imposent afin de pouvoir procéder aux comparaisons. Tout d'abord:

$$\text{Max}_B L(B/\bar{\Omega}) \leq \text{Max}_{(B, \alpha) \in \mathcal{D}} L(B, \alpha) = \text{Max}_B L(B/\hat{\Omega})$$

$$\text{Max}_{AB=\kappa} L(B/\hat{\Omega}) \leq \text{Max}_{(B, \alpha) \in \mathcal{D}_1} L(B, \alpha) = \text{Max}_{AB=\kappa} L(B/\bar{\Omega})$$

Comparons le test de Wald à celui du maximum de vraisemblance:

$$M.V. = -2 \log \left\{ \frac{\text{Max}_{(B, \alpha) \in \mathcal{D}_1} L(B, \alpha)}{\text{Max}_{(B, \alpha) \in \mathcal{D}} L(B, \alpha)} \right\}$$

$$W = -2 \log \left\{ \frac{\text{Max}_{AB=\kappa} L(B/\hat{\Omega})}{\text{Max}_B L(B/\hat{\Omega})} \right\}$$

Comme :

$$\begin{cases} \text{Max}_B L(B/\hat{\Omega}) = \text{Max}_{(B, \alpha) \in \mathcal{D}} L(B, \alpha) \\ \text{Max}_{(B, \alpha) \in \mathcal{D}_1} L(B, \alpha) \geq \text{Max}_{AB=\kappa} L(B/\hat{\Omega}) \end{cases}$$

Alors:

$$\frac{\text{Max}_{AB=\kappa} L(B/\hat{\Omega})}{\text{Max}_B L(B/\hat{\Omega})} \leq \frac{\text{Max}_{(B, \alpha) \in \mathcal{D}_1} L(B, \alpha)}{\text{Max}_{(B, \alpha) \in \mathcal{D}} L(B, \alpha)} \Rightarrow \boxed{W \geq M.V.} \quad (D)$$

D'autre part, on a les relations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{(B, \alpha) \in D} L(B, \alpha) \geq \text{Max}_B L(B/\bar{\alpha}) \\ \text{Max}_{(B, \alpha) \in D_2} L(B, \alpha) = \text{Max}_{AB=\alpha} L(B/\bar{\alpha}) \end{array} \right.$$

$$\frac{\text{Max}_{(B, \alpha) \in D_1} L(B, \alpha)}{\text{Max}_{(B, \alpha) \in D} L(B, \alpha)} \leq \frac{\text{Max}_{AB=\alpha} L(B, \alpha)}{\text{Max}_B L(B/\bar{\alpha})}$$

et donc :

$$\boxed{(M.V.) \geq (M.L.)} \quad (E)$$

A partir des relations (D) et (E), on peut conclure que :

$$\boxed{W \geq M.V. \geq M.L.} \quad (F)$$

Comme on peut le voir à travers les relations (F), les trois statistiques ne sont pas équivalentes pour de petits échantillons. Elles peuvent par conséquent mener vers des conclusions contradictoires selon que l'on utilise l'une ou l'autre des trois statistiques.

On démontre, par contre, que les statistiques du maximum de vraisemblance, de Wald et du multiplicateur de Lagrange sont asymptotiquement équivalentes à la statistique du Khi-Deux à (q) degrés de Liberté ( $\chi_q^2$ ) avec

$$q = \text{rang}(A)$$



A N N E X E III

Sous  $H_0: X'X_1\beta_1 = 0$

$$V(\bar{b} - b) = V(\bar{b}) - v(b).$$

Posons

$$\underline{X} = [X, X_1]$$

<sup>-1</sup>

L'inverse partitionné de la matrice  $(X'X)$

$$(\underline{X}'\underline{X})^{-1} \begin{bmatrix} (X'M_{X_1}X)^{-1} & , & -(X'M_{X_1}X)^{-1}X'_1X_1(X'_1X_1)^{-1} \\ -(X'_1X_1)^{-1}X'_1X(X'M_{X_1}X)^{-1} & , & (X'_1X_1)^{-1} \cdot I - X'_1X(X'M_{X_1}X)^{-1}X'_1X_1(X'_1X_1)^{-1} \end{bmatrix}$$

Dans le modèle (II), l'estimateur des moindres carrés de B est:

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} \underline{b} \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B \\ B_1 \end{pmatrix} + (X'X)^{-1}X'\varepsilon^*$$

et en utilisant l'expression partitionnée de  $(X'X)^{-1}$  on a:

$$\underline{b} = B^* + [(X'M_{X_1}X)^{-1}, -(X'M_{X_1}X)^{-1}X'_1X_1(X'_1X_1)^{-1}]X'\varepsilon^*$$

A partir de modèle (I), on dégage que:

$$b - E(b) = (X'X)^{-1}X'\varepsilon$$

$$(\underline{b} - b) - E(\underline{b} - b) = [A, B]X'\varepsilon^* - (X'X)^{-1}X'\varepsilon \quad \text{avec:}$$

$$A = (X'M_{X_1}X)^{-1}$$

$$B = -(X'M_{X_1}X)^{-1}X'_1X_1(X'_1X_1)^{-1}$$

Sous H on peut poser  $\varepsilon^* = \varepsilon$ , et ainsi on a:

$$V(\underline{b} - b) = (A, B)X'E(\varepsilon\varepsilon')X \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix} + (X'X)^{-1}X'E(\varepsilon\varepsilon')X(X'X)^{-1} - (A, B)X'E(\varepsilon\varepsilon')X(X'X)^{-1} - (X'X)^{-1}X'E(\varepsilon\varepsilon')X \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix}$$

$$V(\underline{b} - b) = \sigma^2(X'M_{X_1}X)^{-1} + \sigma^2(X'X)^{-1} - \sigma^2(A, B)X'E(\varepsilon\varepsilon')X(X'X)^{-1} - \sigma^2(X'X)^{-1}X'E(\varepsilon\varepsilon')X \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix}$$

Sachant que:

$$(A, B)X'E(\varepsilon\varepsilon')X(X'X)^{-1} = (X'X)^{-1} \quad \text{et que: } (X'X)^{-1}X'E(\varepsilon\varepsilon')X \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix} = (X'X)^{-1}$$

On en déduit:

$$V(\underline{b} - b) = \sigma^2(X'M_{X_1}X)^{-1} - \sigma^2(X'X)^{-1}$$

$$V(\underline{b} - b) = V(\underline{b}) - V(b)$$

\* B I B L I O G R A P H I E \*

CRITERE DU COEFFICIENT DE CORRELATION MULTIPLE:

T.W. ANDERSON: An introduction to multivariate statistical analysis  
John Wiley and Sons, Inc- 1958 pp:89-93

H.THEIL: Principles of econometrics - N.Y: Willy, 1971

J.KMENTA: Elements of econometrics- Macmillan 1971

CRITERE DE MOINDRE VARIANCE RESIDUELLE:

T.AMEMIA: Lectures notes - econometrics 27 -Stanford University

H.THEIL: Princip~~les~~ in econometrics -N.Y Wiley 1971

TEST DE FISHER:

LAU: Econometrics 272 - lecture notes - Stanford University

A.MONFORT: Cours de statistique mathématique-Economica - 1982-  
pp261-263

TEST DU MULTIPLICATEUR DE LAGRANGE, DE WALD ET DU RAPPORT DE

VRAISSEMBLANCE:

ERUST R.BERNDT AND EUGENE SAVIN:

- Conflit among criteria for testing hypotheses in  
the multivariate linear regression model - Econometrica - Vol45-  
N°5 pp.1263-1277

T.S.BRENSCH: Conflict among criteria for testing hypotheses:  
extensions and comments australian national university  
Working paper N°52 - September 1977

T.W.ANDERSON: An introduction to multivariate statistical  
analysis - Jhon Willy and Sous-Inc 1958

T.AMEMIYA: Lecture notes - econometrics 274 - Stanford University  
1978

C.FOURGEND-A FUCHS: Statistique - Dunod - 1972

A.MOUFORD: Cours de statistique mathématique - economica 1982

TEST DE HAUSMAN

A.HAUSMAN: "Spécification tests in econometrics-econometrica,46-  
pp749-759 1978

ALBERTO HOLLY: "Une présentation unifiée des tests inexogénéité  
dans des modèles à équations simultanées - annales de  
l'insee - N°59- 1983

-----  
Je désire souscrire un abonnement annuel au Journal of Technology

Nom: .....

Raison Sociale: .....

Adresse: ..... Abonnement annuel (1)  
Prix promotionnel  
..... 4 numéros: 60 DA  
90 FF

Je joins mon règlement à la demande  
au compte C.C.P N° 16196-58                      Signature

Agent comptable  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. N°182  
Hacen-Badi El-Harrach

(1) Frais d'envois en sus

-----  
-----  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. N°182  
Hacen-Badi El-Harrach  
Alger 10° ALGERIE  
-----

-----  
Je désire souscrire un abonnement annuel au Journal of Technology

Nom: .....

Raison Sociale: .....

Adresse: ..... Abonnement annuel (1)  
..... Prix promotionnel  
..... 4 numéros: 60 DA  
..... 90 FF

Je joins mon règlement à la demande  
au compte C.C.P N° 16196-58 Signature

Agent comptable  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. N°182  
Hacen-Badi El-Harrach

(1) Frais d'envois en sus

-----  
-----  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. N°182  
Hacen-Badi El-Harrach  
Alger 10° ALGERIE  
-----



\* RECOMMANDATIONS AUX AUTEURS POUR  
LA PREPARATION D'UN ARTICLE \*

Les contributions se présentent sous forme:

- d'articles de synthèses, ou monographiques,
- d'articles sur un sujet spécifique à caractère scientifique et/ou technologique, pouvant être le résultat de travaux de recherche,
- de communications courtes originales,
- des comptes rendus de séminaires, symposium, conférences, etc...

Elles doivent être envoyées à l'adresse ci-dessous, accompagnées des originaux des figures, à l'intention du Rédacteur en Chef: Chaque article sera lu et apprécié par deux ou trois correcteurs désignés par le comité de rédaction sur proposition du conseil scientifique.

Les textes acceptés pour la publication ne seront pas retournés aux auteurs à moins d'une demande spécifique.

Après acceptation définitive, il ne sera pas possible d'inclure des informations complémentaires, ni d'accepter des corrections d'auteurs.

Les auteurs recevront les épreuves à relire avant publication.

Elles devront être retournées au plus tard dans les quinze jours.

1/ TITRE DE L'ARTICLE:

Le titre de l'article, le nom des auteurs et l'adresse postale complète doivent apparaître, il est souhaitable que l'adresse personnelle soit communiquée, ainsi que le numéro de téléphone.

2/ RESUME:

Un résumé de 100 à 200 mots doit apparaître sur la première page réservé à cet effet. Il doit être proposé en Arabe, en Anglais et en Français dans cet ordre. Un résumé n'est pas demandé pour les communications courtes. La publication devant se faire obligatoirement dans l'une de ces trois langues.

3/ PRESENTATION DU TEXTE:

Les textes doivent être envoyés en trois exemplaires dactylographiés sur une page recto seulement avec une marge importante (5cm) de manière que la partie écrite s'inscrive dans un format 15cm x 10cm. La revue étant elle-même d'un format 21 x 15cm et l'impression est faite recto-verso, chaque publication doit comporter une dizaine de pages au maximum. Une page compte environ 25 lignes, et chaque ligne, 50 lettres. Les lettres grecques et les symboles inhabituels seront identifiés en toutes lettres dans la marge du manuscrit la première fois qu'ils seront utilisés.

Les équations doivent être numérotées dans le texte en chiffres arabes et on évitera l'emploi simultanés des indices.

Les références dans le texte apparaîtront par numéro entre crochets placé éventuellement après le nom d'un ou deux auteurs

au maximum. La liste des références sera frappée en double interligne à la fin du texte dans l'ordre avec lequel elles apparaissent dans le texte. Pour les articles, la présentation suivante est conseillée: Nom et initiales des auteurs, titre de l'article, nom du journal, volume, chapitre ou page et la date entre parenthèse.

La nomenclature et les abréviations doivent être présentées par ordre alphabétique en fin de texte avant la liste des références. Le système d'unités employé est le système international. Toutefois, si la pratique industrielle ou les conventions utilisées dans le domaine nécessitent un autre système d'unités, l'équivalence dans le système international devra apparaître entre parenthèses.

#### 4/ PRESENTATION DES FIGURES:

---

Les originaux des figures devront être envoyés sur papier calque blanc dessinées à l'encre de chine. Les légendes des figures devront se trouver sur une feuille accompagnant le texte manuscrit mais en aucun cas ne seront insérés sur la figure elle-même.

Les photographies, bien contrastées doivent s'inscrire dans le format 15 x 10. La numérotation des figures et des photographies est commune. Une liste doit en être fournie à part, avec leurs titres.

Toutes les figures doivent être présentées dans le texte: (fig.1) aux emplacements souhaités.

#### 5/ PRESENTATION DES TABLEAUX:

---

Ils seront numérotés à part des figures et doivent être présentés dans le texte: (tableau 1) aux emplacements qui leur sont destinés.

Achévé d'imprimer sur les presses  
de l'OFFICE DES PUBLICATIONS  
UNIVERSITAIRES  
1, Place Centrale de Ben Aknoun (Alger)