

**ALGERIAN**



**J**

**ournal**

**O**

**f**



**T**

**echnology**

**A**

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE PUBLICATION**

*ISSN 111-357X*

**1993**

**N°9**

**ALGERIAN**



**J**

**ournal**



**O**

**f**

**T**

**echnology**

**A**

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE PUBLICATION**

*ISSN 111-357X*

**1993**

**N°9**



Responsable de la Publication : B. TILIOUINE

Directeur de la Rédaction : A. ZERGUERRAS

Comité de Rédaction :

Division A

Section Génie-Civil

- P. Y. Bard-LCPC-Paris et Université J. Fourier-France
- E. Flavigny-IMG-EHM-Grenoble-France
- B. Tiliouine-ENP-Alger-Algérie
- A. Charif Université de Batna-Algérie
- M. Berrah-ENP-Alger-Algérie

Section Mines

- J.F. Thimus-UCL-Belgique
- S. Guerrak Directeur au Ministère Industrie et Mines-Algérie
- A. Ait-Yahiatène-ENP-Alger-Algérie

Section Hydraulique

- P. Foray-INPG-France
- C. Thirriot-INPT (ENSEE IHT)-Toulouse-France
- Y. Zech-UCL-Belgique
- M. Besbes-ENIT-Tunis-Tunisie
- A. Kettab-ENP-Alger-Algérie

Division B

Section Electronique

- H. Baudran-INPT-Toulouse-France
- G. Dubost-Université de Rennes 1-France
- A. Vander Vorst - UCL-Belgique
- B. Sansal - USIHB - Alger - Algérie
- A. Chekima - ENP - Alger - Algérie
- A. Farah - ENP - Alger - Algérie
- A. Zerguerras - ENP - Alger - Algérie

Section Electrotechnique

- A. Beroual - ENP - Alger - Algérie
- E.H. Zaïm - ENP - Alger - Algérie
- A. Boubekour - ENP - Alger - Algérie
- A. Bensenouci - ENP - Alger - Algérie

Section Automatique

- N.K. M'Sirdi - LRP-Paris 6 - France
- F. Boudjemma - ENP - Alger - Algérie
- M.F. Chigara - ENP - Alger - Algérie
- M.S. Ait-Cheikh-ENP-Alger - Algérie

Section Mécanique

- B. Necib - Université de Constantine - Alger - Algérie
- S. Rechak - ENP - Alger - Algérie

### Section Energétique

M.A. Aït-Ali - ENP - Alger - Algérie  
A. Gahmousse - ENP - Alger - Algérie

### Section Génie-Industriel

A. Keramane - Ministre de l'Industrie et des Mines - Algérie  
M. Boumahrat Ex-Ministre Formation Professionnelle - Algérie  
A. Ouabdesselam Ex-Directeur ENP - Alger - Algérie  
N. Aboun - ENP - Alger - Algérie  
O. Belmokhtar - ENP - Alger - Algérie  
H. Benchérif - ENP - Alger - Algérie  
Z. Haddad Zahir - ENP - Alger - Algérie  
L. Kerbache - ESC - Rennes - France

### Division C

#### Section Physique

T. Mohamed-Brahim USTHB - Alger - Algérie  
A. Bouabdallah - USIHB - Alger - Algérie  
M. Benchaala - USIHB - Alger - Algérie  
A. Kacher - ENP - Alger - Algérie

#### Section Matériaux

M. Bendaoud - USTHB - Alger - Algérie

#### Section Métallurgie

D. Treheux - Ecole Centrale de Lyon - France  
B. Bouzabata - Université de Annaba - Alger - Algérie  
N. Mesrati - ENP - Alger - Algérie

### Division D

#### Section Chimie et Génie-Chimique

J.M. Bessière - ENSC - Montpellier - France  
R. Leenaerts - UCL - Belgique  
D. Benachour - Université F. Abbas - Sétif - Algérie  
Z. Derriche - USIO - Oran - Algérie  
R. Belabbes - ENP - Alger - Algérie  
S.E. Chitour - ENP - Alger - Algérie

#### Section Environnement

A. Gaïd - USTHB - Alger - Algérie  
R. Kerbachi - ENP - Alger - Algérie  
A. Amameria - ENP - Alger - Algérie  
N. Mameri - ENP - Alger - Algérie



TABLE DES MATIERES

Comité de Rédaction .....	I
Avant Propos .....	III
Investigation analytique des effets de troncature modale sur la réponse dynamique des structures	
B. TILIOUINE, A. TAIBI .....	01
L'analyse matricielle des réseaux de poutres croisées et son extension au calcul automatique des dalles	
B. TILIOUINE, D. SAIS, A. HAMMAL .....	25
Dimensionnement d'un vilebrequin par la méthode des éléments finis	
M.L. MOUSSAOUI, F. BELBLIDIA, S. RECHAK .....	37
Modélisation 3D en super éléments de vilebrequin par la méthode , des éléments finis	
F. BELBLIDIA, S. RECHAK .....	51
Prédiction du gonflement des sols expansifs. Application aux sols d'In-Aménas	
S. BELKACEMI, M. KEBAILI .....	57
Contribution à l'analyse du comportement dynamique des barrages en terre	
B. TILIOUINE, F.Z. ZERFA .....	77
Etude de la répartition de la vitesse dans le ressaut hydraulique noyé	
S. BENMAMAR, M. BERKANI, A. KETTAB .....	97
Contribution à la détermination de la pression interstitielle dans les barrages en terre homogène	
D. ABDERRAHIM, B.M. UPPALURI, A. KETTAB .....	119
Recommandations aux auteurs .....	141

## AVANT PROPOS

Les périodiques scientifiques et techniques de référence internationale couvrant la recherche parviennent en Algérie en nombre insuffisant comparativement à un pays développé ou même un pays en voie de développement. La demande potentielle est loin d'être satisfaite.

En production locale, pour les sciences exactes et technologiques, on dénombre tout au plus une dizaine de titres, dont entre autres les revues suivantes :

- " Algerian Journal Of Technology " ou " AJOT " dont le numéro un est sorti en juillet 1986 et le numéro 8 en janvier 1992.
- " Technologies avancées " ou T.A. dont les numéros 1 et 2 sont sortis en juin et décembre 1991.
- " Journal de la Société Algérienne de Chimie " ou J.S.A.C. dont les numéros 1 et 2 sont sortis en 1991.
- " Revue de l'Université de Constantine " ou R.U.C. dont les numéros 1 et 2 " Sciences et technologies " sont sortis en juin 1990 et juin 1991.
- " Algérie Equipement " Revue Technique de l'Ecole Nationale des Travaux Publics dont le numéro 5 est paru en juillet 1992.

Evidemment il existe d'autres revues et périodiques couvrant les recherches en médecine, en chirurgie, en sciences humaines (sociologie, droit, économie, finances ...). Cependant leur nombre tourne autour d'une dizaine de titres ou tout au plus une vingtaine.

Au niveau Maghrébin les annales de l'E.N.I.T. de Tunis, une revue de technologie (n.2 paru en juillet 1988) améliorent leur position à chaque sortie.

Les revues issues des pays arabes se font de plus en plus nombreuses, on peut citer :

- L'"Arabian Journal for Sciences & Engineering ".
- Le " Journal of the University of Kuwait Sciences ".
- Le "Journal Of Building Research-Irak-Baghdad".
- Le " Egyptien Journal Of Genetics ".
- L' " Egyptien Journal Of Microbiology ".
- L' "Arab Banks ".
- L' "Arab Defense Journal ".
- L' "Arab Oil ".
- L' "Arab Water World ".
- La Revue "ARABICA" et bien d'autres.

La valorisation de la recherche ne peut pas se passer du besoin de publier dans les revues et périodiques spécialisées. La répartition des lieux d'origine de cette presse est très inégale, elle se situe à 95% dans les pays développés (i.e. USA, Canada, Europe + CEI, Japon, Australie, ...)



moins d'un pour cent est issu des pays du tiers monde.

Depuis que l'Ecole Nationale Polytechnique s'est vue habilitée à diriger et à encadrer des Thèses de Doctorat d'Etat, elle éprouve le besoin d'éditer un périodique pour valoriser sa production. Ce qu'elle fit au milieu des années Quatre vingt, les conseils scientifiques des départements y jouant le rôle de Comité de lecture et de Rédaction. Depuis 1991, la sélection des articles à publier devint bien plus sévère. La priorité est faite aux travaux de thèses de Doctorat d'Etat et aux recherches contractuelles. Les Conseils Scientifiques sont remplacés par des Comités de Rédaction et de Lecture moins anonymes et plus responsables. Depuis 1992, la revue AJOT possède son numéro indicatif ISSN.

La revue AJOT tendra vers un régime normal de fonctionnement où au moins la moitié de ses articles seront rédigés en langue anglaise dans le but évident d'en élargir l'audience internationale auprès des chercheurs. Quand on connaît la masse des périodiques de référence internationale, se placer sur ce marché à partir de l'Algérie ne sera pas une tâche aisée.

Surtout lorsque l'on sait que le groupe d'IEEE, par exemple, dispose de plus de 350 000 adhérents à travers le monde, avec une organisation complexe et bien huilée. Il est établi que pour une spécialité donnée, la productivité n'est conséquente qu'au delà de la masse critique de 100 chercheurs. Afin d'atteindre et de dépasser un tel seuil, il faut travailler sous une organisation soignée, avec des projets en coopération avec le secteur productif, ou avec d'autres équipes de recherches nationales ou étrangères.

La multiplication et l'extension des accords de coopération restent l'un des rares moyens permettant d'entreprendre des recherches que l'on ne pourrait faire seul faute de ressources.

La revue présente paraîtra dans l'immédiat en deux séries, puis ultérieurement en quatre séries spécialisées, ce qui lui permettra une plus grande homogénéité et une meilleure diffusion.

Il existe 26 000 titres de périodiques, toutes qualités confondues, de par le monde. Chaque année voit l'édition de plus de mille titres nouveaux, issus soit d'une création, soit d'un changement d'appellation. Un nombre un peu moindre de titres anciens disparaît aussi dans le même temps.

De ce total, les acquisitions annuelles de l'Algérie n'atteignent pas les 3000 titres. La diffusion des résultats de la recherche par les périodiques participe à l'avancée de la Science et de la Technologie. De plus la qualité et la densité des informations ainsi transmises ont un effet direct sur la cadence de celle-ci. Il faut s'attendre à des retombées négatives sur les principaux facteurs économiques quand un pays n'est pas en mesure d'assurer cette avancée à une cadence au delà d'un certain seuil minimal.

De ce point de vue, il est donc nécessaire d'accroître à la fois le nombre et la qualité des acquisitions de périodiques importés ainsi que ceux des titres édités dans le pays. Il y a lieu d'élargir en même temps le champ des projets de recherche pouvant se faire en coopération entre diverses institutions nationales ou régionales.

Ainsi par une meilleure diffusion des résultats de la recherche, la revue AJOT souhaite contribuer aux progrès de la Science et de la Technologie dans le pays, tout en se dotant des caractéristiques les plus proches d'un périodique à référence internationale. Ses colonnes sont ouvertes aux publications de toute origine géographique, en provenance de simple individu ou de Société Savante désirant réaliser ses "Proceedings" ou tous autres actes de Conférence, Symposium, Colloque, etc ... d'intérêt commun.

Il reste à espérer que ceux qui contribueront au développement de cette revue, seront nombreux et en constante progression que ce soit en tant qu'auteur d'articles, ou simple lecteur abonné ou en tant que Société Savante sponsorisatrice ou cosponsorisatrice, Association d'Anciens Elèves, Fondation ou Organisme d'Etat. La Rédaction saisit cette occasion pour adresser ses vifs remerciements à tous les Auteurs qui ont bien voulu confier leurs publications à la revue AJOT, sans oublier ceux qui ont passé commande d'abonnement.

Ahmed Zerguerras



# INVESTIGATION ANALYTIQUE DES EFFETS DE TRONCATURE MODALE SUR LA REPONSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES.

B. TILIOUINE \*

A. TAIBI \*\*

ملخص: ان الاتار الضمنية لقم الاشكال على التكررات الديناميكية والجهود الداخلية المترتبة فحمت و قد اقترحت طريقة لتحسين نسبة التقريب من الجواب الديناميكي. لهذا الغرض تم انجاز برنامج حساب ديناميكي للهياكل وقابلية تطبيق الطريقة درست بناء على نتائج اعطتها اربع نماذج من الحملات منها المركبة الافقية العمالية الجنوبية لمخطط تسارع زلزال قسنطينة المسجل بتاريخ ٢٧ اكتوبر ١٩٨٥م. مثال تطبيقي اقترح من اجل توضيح الامكانيات المختلفة للبرنامج المنجز و دقة النموذج المقترح لتأليل السلوك الزلزالي للهياكل المتعددة الطوابق.

Résumé : Les effets implicites de troncature modale sur les déplacements dynamiques et les efforts internes induits sont examinés et une procédure d'amélioration du taux de convergence de la réponse dynamique est suggérée.

Un logiciel de calcul dynamique des structures est développé à cet effet et l'applicabilité de la méthode est étudiée sur la base des résultats obtenus à partir de quatre types de chargements dont la composante horizontale N-S de l'accélérogramme du séisme de constantine du 27/10/85.

Un exemple pratique est proposé aux fins d'illustrer la versatilité du logiciel développé et la précision du modèle numérique pour les analyses de comportement sismique des structures multi-étagées.

Summary : The implicit effects of modal truncation upon dynamic displacements and induced internal forces are examined and a procedure for an improvement of the rate of convergence of dynamic response is suggested.

A computer program for structural dynamic analysis is developed for that purpose and the applicability of the method is studied on the basis of results obtained from four types of loadings including the N-S horizontal ground acceleration component of the 27/10/85 Constantine earthquake.

A practical example is proposed to illustrate the versatility of the computer program and the accuracy of the numerical model for analyses of seismic behavior of multistory buildings.

\* Professeur E.N.P.

\*\* Maitre Assistant E.N.P.



## I - INTRODUCTION

La méthode des déplacements modaux (M.D.M.) s'est avérée un outil puissant dans la recherche de la solution des problèmes dynamiques linéaires [1],[2]. Elle constitue une technique élégante dans son fondement théorique et très utile de part l'étendue de son vaste champ d'applications à divers secteurs de l'industrie, notamment au domaine de la construction des centrales nucléaires pour lesquelles les analyses des structures et autres installations y afférentes, représentent un impératif de sécurité incontournable [3].

Son utilisation intensive réside essentiellement dans le fait que seul un nombre réduit de modes est généralement suffisant pour une évaluation adéquate de la réponse. Néanmoins, cette procédure n'est malheureusement réalisable qu'au prix de certaines approximations de calcul vis à vis du problème initial. Son application systématique, quoique permettant une prédiction des déplacements avec une précision acceptable, conduit souvent à des efforts internes (dont l'évaluation constitue souvent l'objectif primordial du projet) très éloignés des sollicitations dynamiques exactes [4],[5],[6],[7].

L'objet de la présente recherche est d'examiner les effets implicites de troncature modale sur les déplacements dynamiques et les efforts internes induits, d'une part, et de suggérer une procédure d'amélioration du taux de convergence de la réponse dynamique des structures, d'autre part.

Contrairement à la méthode des accélérations modales classique (M.A.M.), le modèle numérique proposé ne nécessite pas la détermination explicite et instantanée des vitesses et accélérations généralisées, et n'engendre pas un important coût de calcul sur ordinateur. Sa formulation réside essentiellement dans l'idée simple d'associer une procédure de réduction des équations d'équilibre dynamique, avec une technique de résolution du système matriciel résultant en base modale tronquée modifiée par une correction numérique des effets des modes supérieurs négligés. Les premiers modes propres de vibration sont déterminés par une technique de déflation matricielle conjuguée à une méthode d'itération inverse de vecteurs avec décalage spectral. A l'encontre du critère habituel de détermination du nombre de modes utiles, la présente formulation présente l'avantage d'utiliser un critère de sélection en rapport direct avec la fréquence du chargement.

A cet effet un logiciel de calcul de la réponse dynamique des bâtiments intégrant les hypothèses de planchers déformables et indéformables, ainsi que l'ensemble des étapes inhérentes au modèle numérique proposé a été développé.

Afin d'illustrer l'utilité du logiciel développé et la précision du modèle numérique suggéré, une analyse dynamique détaillée d'une structure multi-étagée contreventée par portiques autostables est effectuée, et une comparaison systématique entre les résultats déduits de la M.D.M. avec ceux obtenus par application directe du modèle numérique est établie. Les effets de 4 types de chargements sont considérés successivement : un chargement constant "A", deux chargements triangulaires périodiques "B" et "C" de fréquences 1 Hz et 3,33 Hz respectivement et enfin un chargement sismique "D" résultant de l'action de la composante horizontale N-S de l'accélérogramme de Constantine du 27 Octobre 1985.



## II - MISE EN EVIDENCE DES EFFETS DE TRONCATURE MODALE

### II.1 - Structures offshores

L'observation des effets de troncature modale constitue un fait relativement récent. La première mise en évidence des effets de troncature remonte à la dernière décennie et revient à MADDOX [4], qui au service de la compagnie pétrolière américaine EXXON, entreprend dès l'année 1975, une étude du comportement dynamique d'une plate-forme offshore de 42 degrés de liberté (d.d.l.) soumise à l'action de la houle.

Il conclut que les valeurs des efforts internes prédits par l'analyse modale tronquée présentent des différences notables avec celles déduites de la solution modale basée sur la considération de l'ensemble des modes. Toutefois, la procédure proposée présente les inconvénients majeurs de devoir d'une part, procéder à la détermination préalable de la totalité des fréquences et modes propres de vibration, et d'autre part, de fixer, a priori, donc de manière subjective, le nombre de composantes modales associées aux forces d'inertie importantes.

VUGTS, HINES, NATARAJA et SCHUMM [6] présentent une étude approfondie du comportement dynamique d'une plate forme pétrolière soumise à l'action de la houle. La comparaison de la solution obtenue par intégration directe des équations de mouvement avec celle déduite de l'analyse modale, leur a permis de conclure que cette dernière pouvait conduire à des erreurs substantielles sur l'évaluation des efforts dynamiques induits dans plusieurs éléments de la structure, malgré l'inclusion des 50 premiers modes propres de vibration.

Récemment, BARGI [8] a présenté les résultats de l'analyse dynamique d'une structure bidimensionnelle de 126 d.d.l., caractérisée par 109 barres tubulaires et une hauteur de 80 m, sous l'action de forces hydrodynamiques causées par la houle. Il conclut, notamment, que la méthode classique de sous-structuration diminue nettement le temps de calcul, mais, compte tenu de la troncature modale dans chaque sous-structure ainsi que dans la structure assemblée, ne conduit pas, en général, à une précision suffisante sur les efforts internes.

### II.2 - Structures en portiques autostables

L'analyse de la littérature spécialisée montre que les efforts de recherche relatifs au problème des effets de troncature ont été principalement orientés vers des applications relevant du domaine de structures offshores destinées à être implantées dans des profondeurs d'eau de plus en plus importantes.

Paradoxalement, l'analyse des effets de troncature sur les constructions à usages habitationnel, administratif ou industriel contreventées par portiques autostables n'a pas reçu l'attention voulue. Aussi, a-t'il été convenu, dans le cadre de la présente recherche, de dévouer une attention particulière à l'incidence de troncature modale sur la réponse dynamique de ces structures.

A titre indicatif, les effets de troncature sur la réponse dynamique d'une structure dont les caractéristiques mécaniques et géométriques ont été présentées en détail dans la référence [9], sont analysés.



Quatre types d'excitations sont successivement considérés : Un chargement constant d'intensité 0,40 g, Fig.1.a. Deux chargements triangulaires d'intensités maximales 0,40 g, mais de fréquences différentes 1 Hz et 3,33 Hz , respectivement Fig.1.b et 1.c . Enfin un chargement sismique résultant de l'action de la composante N-S de l'accélérogramme du séisme de Constantine du 27/10/1985, enregistré à la station C.E.M. Abdelmoumen ,Fig.1.d. Pour chaque cas ,l'attention est portée sur l'évaluation des déplacements dynamiques et des forces induites.

### II.3 - Critères d'analyse des effets

Compte tenu du nombre important de résultats numériques pratiquement impossible à reporter in extenso dans le cadre de cette publication, le nombre de variables caractérisant la réponse dynamique de l'étude sera réduit au minimum. Seuls les paramètres ayant des effets prépondérants sur celle - ci seront retenus. Aussi, les paramètres considérés pour l'étude comparative des réponses d'une structure donnée sont :

- Nature du chargement extérieur
- Période du chargement extérieur
- Niveau de plancher considéré par rapport à la base de la structure
- Déplacements dynamiques horizontaux de chaque noeud
- Forces dynamiques induites.

Aux fins de mettre en évidence les effets de troncature, l'évaluation de la réponse est effectuée selon trois méthodes de résolution différentes :

- Analyse modale exacte
- Analyse modale tronquée
- Analyse modale tronquée corrigée

Dans un souci de clarté, les résultats de cette dernière seront illustrés dans le paragraphe suivant. Ceci étant, et dans un but de faciliter l'interprétation des résultats obtenus, le dépouillement de ces derniers a été effectué en deux phases distinctes :

#### P H A S E 1

Pour chaque méthode, la réponse obtenue est comparée avec la réponse exacte, en calculant systématiquement les erreurs absolues et relatives des déplacements et forces dynamiques induites par rapport aux valeurs exactes des quantités correspondantes.

#### P H A S E 2

Pour chaque méthode, les résultats précédents obtenus en "phase 1" sont représentés, compte tenu des fluctuations rapides de la réponse, sur des graphes qui montrent la valeur des grandeurs étudiées en fonction de la variable temps. Ce mode de présentation des résultats offre l'avantage incontestable d'apprécier non seulement le niveau maximal des amplitudes des déplacements, des forces induites et des erreurs correspondantes, mais aussi et surtout, de visualiser directement l'évolution dans le temps de ces grandeurs.



## II.4 - Principales observations

La Fig.2 reproduit les variations de la réponse dynamique exacte sous l'action d'un chargement constant (le paramètre fréquence n'intervenant pas dans les calculs) et la réponse après troncature des trois premiers modes de vibration. Les Fig. 2.a, 2.b et 2.c, indiquent que les déplacements tronqués sont calculés avec une précision acceptable n'excédant pas 8 %. Néanmoins, il importe de remarquer que les Fig. 2.d, 2.e et 2.f, montrent clairement que les efforts internes induits sont substantiellement éloignés des efforts exacts, l'erreur relative dynamique pouvant atteindre des valeurs supérieures à 50 %. Cette observation est valable pour toute la durée du signal.

Il est intéressant de noter que les erreurs absolues sur les déplacements Fig.7.a et 7.b et les forces dynamiques Fig.7.c et 7.d se stabilisent progressivement, convergeant vers une valeur constante différente de zéro.

Les grandes différences apparentes des erreurs relatives en début de chargement ne présentent pas d'intérêt particulier, parce que les déplacements et les efforts dynamiques sont pratiquement insignifiants à ces instants. Cette constatation n'affecte d'aucune façon la portée des résultats obtenus.

Le cas du chargement triangulaire périodique de fréquence 1Hz est illustré sur la Fig. 3. Les observations générales relatives à la précision de calcul des déplacements et forces dynamiques demeurent valides.

A noter cependant, que des difficultés d'analyse des effets de troncature pour le critère des erreurs dynamiques relatives peuvent exister par suite d'un mauvais conditionnement numérique, si les deux valeurs comparées sont très petites. En effet, la nature de ce type de chargement implique que la réponse dynamique passe par la valeur nulle en plusieurs points de l'axe des temps. Il en découle naturellement que le problème d'interprétation se posera autant de fois que la réponse s'annulera, ce qui est clairement illustré par les Fig. 3.b et 3.e.

Dans ce qui suit, notamment pour les chargements caractérisés par des amplitudes variables de signes différents, le critère des erreurs relatives sera écarté au détriment du critère des erreurs absolues, qui présente la particularité d'exhiber une évolution temporelle pratiquement similaire à celle des déplacements et forces dynamiques induites, Fig. 3.c et 3.f. Ceci signifie, entre autres, que les erreurs absolues sont d'autant plus importantes que l'intensité de la réponse dynamique est élevée.

Par ailleurs, il y a lieu de souligner que les erreurs relatives aussi bien pour les déplacements que les forces dynamiques induites, augmentent progressivement au fur et à mesure que l'on s'approche de la base de la structure. Ceci est clairement mis en évidence par les courbes en pointillés des Fig. 4.a, 4.b et 4.c représentant respectivement les déplacements des étages 7,4 et 1. Les mêmes remarques s'appliquent aux forces dynamiques induites, Fig.4.e et 4.f.

Enfin, l'interprétation des résultats de l'analyse de la réponse de la structure étudiée sous l'action de chargements dynamiques d'intensités égales, mais de fréquences différentes, Fig. 1.b et 1.c, fait nettement ressortir l'influence du paramètre "fréquence". Cette influence sur la magnitude des erreurs relatives dynamiques commises aussi bien sur les



déplacements que les forces induites, est clairement illustrée sur les Fig. 5. et 6.

### III - DEVELOPPEMENT DU MODELE NUMERIQUE

La situation actuelle des ressources informatiques disponibles sur le marché national, voire international, est loin de répondre aux besoins de l'analyste confronté souvent aux normes d'exigences en matière d'évaluation précise des efforts. En effet, la recherche de solutions exactes de problèmes dynamiques réels, posés par la construction de projets industriels de plus en plus importants (pylônes, structures offshore, ponts de grandes portées, cheminées industrielles, barrages, réacteurs nucléaires, etc ...), exprimées en coordonnées physiques spatio-temporelles [10],[11] ou en coordonnées généralisées [12], [13], constitue un processus complexe et très onéreux.

Ceci ne signifie nullement qu'il soit impossible d'aboutir à des précisions raisonnables et d'effectuer des analyses fiables, en se basant sur la recherche de solutions approchées en base modale tronquée. Néanmoins, ceci suppose implicitement que les premières périodes de vibration et formes propres associées d'un système caractérisé par un nombre de d.d.l. élevé, soient déterminées avec une précision suffisante pour que les dispositions finales qui en découlent ne soient pas remises en question lors de la phase finale de vérification du projet.

Bien que différentes techniques numériques puissent être utilisées à cet effet [10],[14], il importe cependant de faire remarquer que celles-ci présentent de nombreux inconvénients, notamment :

- Problème de convergence numérique très lente, conduisant inévitablement à une imprécision notable sur les valeurs des modes supérieurs de vibration.
- Nécessité de s'assurer que les vecteurs propres sont bien les P premiers d'une part, et obligation de fixer, a priori, donc de manière subjective le nombre de composantes modales pour un calcul précis des variables dynamiques analysées, d'autre part.

Afin de contourner ces difficultés, dans ce qui suit un modèle numérique est proposé en vue d'améliorer substantiellement le taux de convergence de la réponse, via une formulation appropriée de la M.A.M. La procédure de correction envisagée présente l'avantage important, de pouvoir être intégrée sans difficulté majeure dans les programmes de calcul employant la M.D.M. traditionnelle [2].

La structure du modèle numérique repose essentiellement sur une combinaison appropriée de diverses techniques performantes d'analyse dynamique de structures notamment, réduction des équations d'équilibre dynamique, processus de "déflation-itération inverse" avec décalage spectral et analyse modale tronquée corrigée basée sur un critère de sélection de modes utiles en rapport direct avec la fréquence dominante des sollicitations extérieures.

#### III.1 - Méthode de déflation associée à une méthode d'itération inverse :

La recherche des fréquences et modes propres de vibration constitue une phase de calcul difficile, nécessitant généralement



un temps de calcul important. Cependant, comme on peut se contenter d'étudier la réponse dynamique en base modale tronquée, il est naturel de s'intéresser aux algorithmes permettant de déterminer progressivement, selon l'ordre des fréquences croissantes, les fréquences et modes propres de vibration correspondants.

Parmi ces méthodes, il y a la méthode de déflation - itération inverse avec décalage spectral dont la détermination progressive des modes, selon l'ordre des fréquences croissantes, offre la possibilité intéressante d'inclure un critère de sélection des modes utiles, autrement plus significatif que ceux utilisés traditionnellement.

En effet, l'interprétation des résultats obtenus montre que les efforts prédits demeurent voisins des efforts exacts, sous réserve de choisir un nombre de modes propres en rapport avec la période dominante du chargement. Ces résultats corroborés par une analyse du phénomène d'amplification dynamique, indique clairement que la relation

$$\frac{\Omega}{\omega_i} < \frac{1}{3} \quad (1)$$

où  $\Omega$  : est la fréquence dominante du chargement  
et  $\omega_i$  : la fréquence du mode  $i$  de la structure

peut être employée et ce indépendamment de la valeur du pourcentage d'amortissement critique retenue.

Par ailleurs, si on désigne par  $[K]$  et  $[M]$  les matrices de raideur et de masse de la structure, on rappelle que la forme propre du mode  $i$  doit satisfaire à la relation:

$$[K] \langle X_i \rangle = \omega_i^2 [M] \langle X_i \rangle \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2)$$

où  $\langle X_i \rangle$  : est le mode propre correspondant à la fréquence propre  $\omega_i$

et  $N$  : le nombre total de modes de la structure.

Les principales étapes de la méthode peuvent être alors résumées comme suit:

- Décomposer  $[K]$  par la méthode de CHOLESKY modifiée [10].
- Pour chaque itération  $j$  :

. Calculer le vecteur  $\langle B_1 \rangle_j$  :  $\langle B_1 \rangle_j = [M] \langle Z_1 \rangle_j$  (3)

. Calculer  $\langle V_1 \rangle_j$  :  $[U]^T [G] [U] \langle V_1 \rangle_j = \langle B_1 \rangle_j$  (4)

. Calculer le nouveau vecteur :  $\langle Z_1 \rangle_{j+1} = \frac{1}{\langle \lambda_1 \rangle_j} \langle V_1 \rangle_j$  (5)

. Vérifier la convergence de la valeur propre  $\langle \lambda_1 \rangle_j$  :

$$\left| \frac{\langle \lambda_1 \rangle_j - \langle \lambda_1 \rangle_{j-1}}{\langle \lambda_1 \rangle_j} \right| \leq 10^{-n} \quad (6)$$

$$\text{ou } \langle Z_1 \rangle = \langle X_1 \rangle \quad \langle V_1 \rangle = \lambda_1 \langle X_1 \rangle \quad \langle B_1 \rangle = [M] \langle X_1 \rangle \quad \lambda_1 = 1 / \omega_1^2 \quad (7)$$

[G]: une matrice diagonale

[U]: une matrice triangulaire supérieure ayant la diagonale unité

$\langle \lambda_1 \rangle_j$ : est le plus grand élément en valeur absolue du vecteur  $\langle V_1 \rangle_j$

S: nombre de chiffres significatifs après la virgule.

Pour accélérer la convergence, BATHE [10] recommande de calculer l'approximation de  $\langle \omega_1^2 \rangle_j = 1 / \langle \lambda_1 \rangle_j$  par le quotient de RAYLEIGH.

L'amélioration du taux de convergence de la fréquence propre est malheureusement sans effet sur le taux de convergence du mode propre. Cependant, l'utilisation d'un décalage spectral peut améliorer le taux de convergence de ce dernier.

Supposons que nous ayons obtenu  $\omega_1$  et  $\langle X_1 \rangle$ . Pour obtenir  $\omega_2$  et  $\langle X_2 \rangle$  on peut appliquer une technique qui consiste à utiliser la méthode d'itération inverse associée à une technique de déflation [10]. Pour cela on écrit la condition d'orthogonalité des modes

$$\langle X_1 \rangle^T [M] \langle X_k \rangle = 0 \quad (k = 2, \dots, N) \quad (8)$$

En tenant compte de cette condition, l'ordre des équations aux valeurs propres (2) peut être réduit de n à n-1. Dans ce système d'équations réduit, le deuxième mode devient dominant et sa détermination peut être effectuée par la méthode d'itération inverse. Ce procédé de déflation-itération est répété pour calculer autant de modes que l'on désire. Toutefois, afin de garder dans chaque itération une bonne précision de calcul on est amené à contraindre chaque nouveau vecteur, à rester M-orthogonal à ceux calculés auparavant. Ceci peut être accompli par le processus d'orthogonalisation de GRAM-SCHMIDT [10].

En vue d'améliorer le taux de convergence des vecteurs propres, on utilise la technique de décalage spectral. A cet effet, transformons la matrice du système (2):

$$[K]^* = [K] - \alpha_l [M] \quad (9)$$

On obtient :

$$[K]^* \lambda_i^* \langle X_i \rangle = [M] \langle X_i \rangle \quad (10)$$

Où

$$\lambda_i^* = \frac{1}{\omega_i^2 - \alpha_l} \quad (11)$$

$\alpha_l$ : est un nombre proche (mais différent) du carré de la fréquence propre à calculer.

### III.2 - Réduction des coordonnées géométriques

Le problème de réduction simultanée des matrices de raideur, de masse et d'amortissement (non nécessairement diagonales), consistant en une élimination de d.d.l. pour lesquels l'effet des



forces d'inertie et autres forces appliquées est peu important [15], s'avère une nécessité pour le traitement de problèmes de structures complexes.

A cet effet, Supposons que l'on ait partitionné l'ensemble des d.d.l de la structure en deux sous ensembles: le sous ensemble  $\langle D_m \rangle$  des variables "maîtresses" ( avec  $m \ll N$ ,  $N$  représentant l'ensemble des d.d.l.) et le sous ensemble complémentaire des variables "esclaves"  $\langle D \rangle$ . On peut alors écrire la relation suivante entre les déplacements :

$$\langle D \rangle = [ T_{em} ] \langle D_m \rangle \quad (12)$$

où

$$[ T_{em} ] = - [ K_{ee} ]^{-1} [ K_{em} ] \quad (13)$$

La matrice de transformation  $[ T_m ]$  permettant de réduire les matrices de masses et de raideurs est donnée par :

$$[ T_m ] = \begin{bmatrix} [ T_{em} ] \\ [ I_m ] \end{bmatrix} \quad (14)$$

où  $[ I_m ]$  est la matrice identité de même ordre que la matrice réduite des raideurs  $[ K_{mm} ]$ .

Les matrices de masses et de raideurs réduites sont déterminées par les relations suivantes :

$$[ M_{mm} ] = [ T_m ]^T [ M ] [ T_m ] \quad (15)$$

$$[ K_{mm} ] = [ T_m ]^T [ K ] [ T_m ] \quad (16)$$

### III.3 Vecteur correctif de la réponse dynamique relatif aux modes tronqués :

Si l'on effectue une analyse modale tronquée, la solution approchée de l'équation du mouvement :

$$[ M ] \langle \ddot{D} \rangle + [ C ] \langle \dot{D} \rangle + [ K ] \langle D \rangle = \langle F(s,t) \rangle \quad (17)$$

$$\text{est donnée par } \langle D(t) \rangle \approx [ X_p ] \langle Y \rangle \quad (18)$$

où l'on désigne par :

$[ X_p ]$  : la matrice modale contenant les  $p$  premiers modes de vibration

$[ C ]$  : la matrice d'amortissement de la structure

$\langle Y \rangle$  : le vecteur modal contenant "p" coordonnées généralisées.

$\langle F(s,t) \rangle$  : le vecteur chargement.

Partant des équations du mouvement découplées,

$$y_i(t) + 2\gamma_i \omega_i y_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \langle X_i \rangle^T \langle F(s,t) \rangle \quad (i=1, \dots, p) \quad (19)$$

On montre que le vecteur  $\langle D(t) \rangle$  peut être mis sous la forme :

$$\langle D(t) \rangle = [K]^{-1} \langle F(s, t) \rangle - \sum_{i=1}^p \langle X_i \rangle \left[ \frac{2\gamma_i \dot{y}_i(t)}{\omega_i} + \frac{y_i(t)}{\omega_i^2} \right] \quad (20)$$

où  $\gamma_i$  : représente le facteur d'amortissement correspondant au mode  $i$ .

Compte tenu des propriétés d'orthogonalité des modes de vibration et des équations aux valeurs propres (2), le système (20) peut être présenté sous d'autres formes plus intéressantes du point de vue programmation.

### III.3.1 - Développement en base modale tronquée de la matrice des déformabilités :

Pour le mode  $i$ , l'équation (19) peut être écrite sous la forme:

$$-\frac{2\gamma_i \dot{y}_i(t)}{\omega_i} - \frac{y_i(t)}{\omega_i^2} = y_i(t) - \frac{1}{\omega_i^2} \langle X_i \rangle^T \langle F(s, t) \rangle \quad (21)$$

La substitution du membre droit de cette équation dans l'équation (20) permet d'obtenir :

$$\langle D(t) \rangle = [K]^{-1} \langle F(s, t) \rangle + \sum_{i=1}^p \langle X_i \rangle \left[ y_i(t) - \frac{1}{\omega_i^2} \langle X_i \rangle^T \langle F(s, t) \rangle \right] \quad (22)$$

ou encore :

$$\langle D(t) \rangle = \sum_{i=1}^p \langle X_i \rangle y_i + ([K]^{-1} - [K_p]^{-1}) \langle F(s, t) \rangle \quad (23)$$

avec  $[K_p]^{-1}$  la représentation symbolique de la matrice des déformabilités développée en base modale tronquée.

### III.3.2 - Développement en base modale tronquée du vecteur chargement

On montre aisément que :

$$[K_p]^{-1} = [K]^{-1} [M] [X_p] [X_p]^T \quad (24)$$

La substitution de cette équation dans l'équation (23) conduit à:

$$\langle D(t) \rangle = \sum_{i=1}^p \langle X_i \rangle y_i(t) + [K]^{-1} \left[ \langle F(s, t) \rangle - \sum_{i=1}^p (\langle X_i \rangle^T \langle F(s, t) \rangle) [M] \langle X_i \rangle \right] \quad (25)$$

ou encore :

$$\langle D(t) \rangle = \sum_{i=1}^p \langle X_i \rangle y_i(t) + [K]^{-1} (\langle F(s, t) \rangle - \langle F_p(s, t) \rangle) \quad (26)$$

avec :

$\langle F_p(s, t) \rangle$  : la représentation symbolique du vecteur chargement développé en base modale tronquée.



La variante de calcul donnée dans l'équation (23) basée sur le développement de la matrice des déformabilités en base modale tronquée, pourra être préférée, puisque les facteurs de participation ont été préalablement calculés par analyse modale. Cette approche conduit alors à un nombre d'opérations inférieur à celui qui résulte de l'utilisation de l'équation (26), à plus forte raison si la matrice de masses concentrées est employée.

#### IV PRINCIPAUX RESULTATS

##### IV.1 - Chargement Constant "A"

La Fig.4 présente les variations des erreurs relatives des déplacements, et des forces dynamiques correspondants aux niveaux 1,4 et 7 de la structure étudiée, soumise à un chargement constant. Seuls les trois premiers modes de vibration sont retenus.

Ces graphes indiquent que les erreurs relatives commises sur les déplacements, calculées par la méthode tronquée sont plus importantes que celles calculées par la méthode tronquée corrigée. On remarque également que les erreurs relatives de la réponse tronquée corrigée sont très petites et oscillent autour de l'axe des temps comparativement à celles résultant de la méthode tronquée.

En ce qui concerne les erreurs relatives sur les forces dynamiques induites, les conclusions précédentes demeurent applicables. Néanmoins, il importe de remarquer que ces erreurs présentent des amplitudes plus élevées lorsque la réponse est exprimée en terme de forces dynamiques.

Il est intéressant de noter au passage que pour l'étage 1 Fig.4.f, les erreurs obtenues en employant la méthode tronquée sans correction, peuvent atteindre un taux d'erreur proche de 50% par rapport à la réponse exacte, alors que les erreurs obtenues en utilisant la méthode tronquée corrigée n'excèdent pas 5% en général pour toute la durée du signal.

Par ailleurs, la Fig.7. montre que les allures des erreurs absolues sur les réponses tronquée et tronquée corrigée des déplacements dynamiques et des forces induites, sont caractérisées par des fluctuations temporelles identiques; la première convergeant vers une valeur constante différente de zéro, la seconde vers une valeur nulle.

Cette évolution similaire des erreurs s'explique par le fait que pour les cas de chargements constants, la correction est constante pour toute la durée du signal, de sorte que les réponses tronquée et tronquée corrigée se déduisent l'une de l'autre par une simple translation d'axe exactement égale à cette correction.

L'analyse des résultats montre que dans ce cas, le modèle numérique permet d'obtenir avec 2 modes des efforts dynamiques plus précis que la M.D.M. avec 5 modes.

##### IV.2 - Chargement triangulaire périodique "B"

La correction introduite par le modèle proposé améliore substantiellement la réponse de la structure étudiée soumise au chargement triangulaire périodique de fréquence 1Hz. Cette observation est corroborée par les résultats représentés sur les Fig.5.d et 5.h qui montrent clairement que les erreurs



absolues tant sur les déplacements que les forces dynamiques obtenues par le modèle numérique sont négligeables par rapport à celles obtenues par l'analyse tronquée.

Il convient de remarquer que les erreurs sur la réponse tronquée corrigée sont caractérisées par des fréquences élevées; ceci implique que les erreurs sur la réponse tronquée corrigée s'annulent plus souvent que celles obtenues par l'analyse tronquée.

#### IV.3 - Chargement triangulaire périodique "C"

L'influence du paramètre "fréquence" est clairement illustrée par la Fig.8 qui diffère de la figure précédente, Fig.5. en faisant varier le paramètre fréquence, toute chose étant égale par ailleurs.

Bien que les résultats de calcul par la méthode modale tronquée corrigée restent meilleurs que ceux obtenus par l'analyse modale tronquée, les différences en déplacements et en forces ne sont pas aussi spectaculaires que celles obtenues avec le chargement précédent. Ceci s'explique par le fait que le nombre de modes retenus (trois modes) n'est pas compatible avec celui qui serait déduit par application du critère proposé (six modes) qui présente l'avantage d'être en rapport avec la fréquence dominante du chargement.

Dans le même ordre d'idées, il importe de noter que l'application de la M.D.M. traditionnelle conduit à une réponse dynamique très éloignée de la réponse exacte malgré un facteur de contribution de 95,4 % pour les trois premiers modes de vibration. Néanmoins l'application du critère proposé indique que le calcul de la réponse dynamique doit être basé sur la superposition d'un nombre minimal de six composantes modales.

La Fig.8.b montre que dans ce cas les erreurs absolues sur les forces dynamiques (150 KN au maximum) sont moins importantes que dans le cas précédent (650 KN maximum) Fig.6.h.

L'application du modèle numérique permet de réduire ces erreurs à des valeurs très faibles voire nulles dans certains cas. Ceci est clairement illustré par l'analyse des résultats obtenus par la méthode tronquée corrigée Fig.8.b.

#### IV.4 - Composante horizontale N-S de l'accélérogramme du séisme de Constantine

Aux fins de compléter l'étude de la validité du modèle numérique, l'applicabilité de celui-ci est finalement étudiée sur la base des résultats obtenus à partir de la composante horizontale modifiée N-S de l'accélérogramme du séisme de Constantine du 27/10/1985.

A cet effet, la Fig. 9 montre clairement que les résultats obtenus par application du modèle numérique au calcul des efforts dynamiques internes sont nettement plus précis (erreurs absolues sur les efforts pratiquement nulles) que ceux découlant de la M.D.M. traditionnelle. Ces résultats sont valables quelque soit le niveau considéré.



## V - CONCLUSIONS

Ce travail présente trois volets de recherche étroitement liés :

- Le premier concerne la mise en évidence analytique des effets implicites de troncature modale sur le comportement dynamique des constructions à plusieurs d.d.l. notamment les bâtiments en portiques autostables. Une attention particulière est portée à l'analyse des déplacements et efforts dynamiques induits.

- Le deuxième volet présente un modèle numérique permettant d'améliorer substantiellement le taux de convergence de la réponse et de prendre ainsi en considération les effets de troncature dynamique sur les systèmes constructifs multi-étagés. La considération des techniques appropriées d'analyse dynamique a permis de mettre en œuvre un modèle analytique performant au plan numérique et permettant d'atteindre une bonne précision de calcul des efforts induits avec un nombre relativement réduit de modes propres de vibration.

- Le troisième volet constitue la transcription informatique du second. A cet effet un logiciel, à portée générale, de calcul temporel de la réponse dynamique, est élaboré.

Ce logiciel intègre diverses techniques performantes d'analyse dynamique des structures, entre autres la méthode des accélérations modales modifiée, technique de réduction des équations d'équilibre dynamique, de décalage spectral et une méthode de déflation de matrice associée à une technique d'itération inverse de vecteurs.

Malgré le caractère exploratoire de cette recherche plusieurs conclusions ont pu être tirées, dont nous évoquerons brièvement ci-après les plus significatives :

1 - L'application systématique de la M.D.M. quoique permettant une prédiction des déplacements dynamiques avec une précision acceptable, conduit souvent à des efforts substantiellement éloignés des efforts exacts ; le taux d'erreur relative dynamique pouvant excéder 50% dans certains cas. Cette observation demeure valide pour toute la durée du signal d'excitation.

2 - Les erreurs absolues sont d'autant plus importantes que la réponse dynamique est plus élevée ; l'évolution temporelle étant similaire à celles des déplacements et des efforts internes induits.

3 - Le taux d'erreur dynamique sur les déplacements est d'autant plus important que l'on se rapproche de la base du bâtiment. Cette remarque s'applique également pour les efforts induits.

4 - Le critère de sélection des modes utiles basé sur le calcul des facteurs de participation ou de contribution des modes est insuffisant. Néanmoins, les efforts internes obtenus peuvent rester très proches de la solution exacte, sous réserve de sélectionner les modes par un critère reliant les fréquences des modes supérieurs à la fréquence dominante des composantes des actions extérieures.

5 - La procédure de correction introduite dans le modèle numérique améliore de façon sensible la réponse dynamique. Le taux de convergence de la M.D.M. peut être substantiellement amélioré pour le calcul sismique des bâtiments en employant un développement limité de la matrice des déformabilités en base modale tronquée.

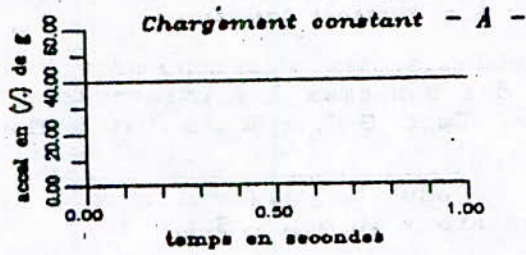
6 - L'application du modèle numérique permet de façon générale d'obtenir avec un nombre réduit de modes, des efforts internes plus précis que ceux déduits de la M.D.M., avec un nombre relativement élevé de modes propres de vibration.

7 - Le modèle numérique proposé s'avère un instrument précis et performant au plan numérique, notamment lorsque les bâtiments présentent une architecture développée et une topologie structurale complexe.

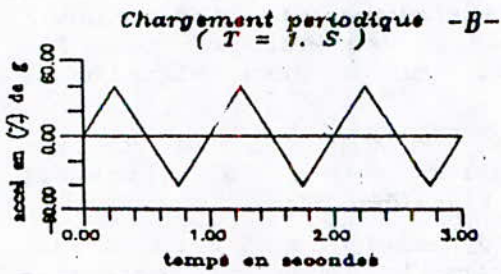


## VI - REFERENCES

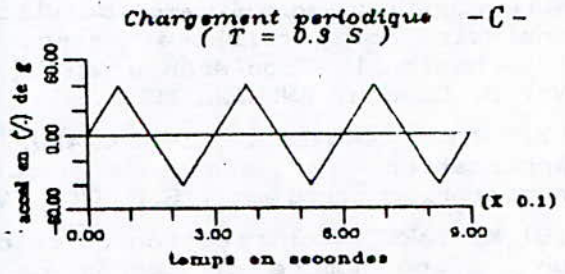
- [1] R.R. CRAIG, "Structural Dynamics", Wiley & Sons, New York, U.S.A., 1981
- [2] T. BRANCI, "Incidence des décrochements verticaux sur la réponse dynamique des systèmes à plusieurs degrés de liberté". Thèse de Magister, Dept G.C., Ecole Nationale Polytechnique. ALGERIE, 1988.
- [3] U.S. Nuclear Regulatory Commission, "Seismic design classification, Regulatory Guide, U.S.A., 1978.
- [4] N.R. MADDOX, "On the number of modes necessary for accurate response and resulting forces in dynamic analyses", J. Appl. Mech, ASME, 42, 1978.
- [5] O.E. HANSTEEN and K. BELL, "On the accuracy of mode superposition analysis in structural dynamics", E.E.S.D. Vol.7, 1979.
- [6] J.H. VUGTS, J.M. HINES, R. NATARAJA and W. SCHUMM, "Modal superposition vs direct solution techniques in the dynamic analysis of offshore structures". Proceedings of 2nd international conference on behavior of offshore structures, Vol.2, London, ENGLAND 1979.
- [7] R.E. CORNWELL, R.R. CRAIG, J.R. and C.P. JOHNSON, "On the application of the mode acceleration method to structural engineering problems", E.E.S.D., Vol.11, 1983.
- [8] K. BARGI, "Contribution au calcul dynamique de structures ayant un grand nombre de degrés de liberté". Thèse de Docteur - Ingénieur Université Paris - VI, FRANCE, 1985.
- [9] N. AMOKRANE et S.E. DJELLAB, "Batiment (R+6) portiques autostables APC de KOUBA", Mémoire d'ingénieur, Dept. G.C., Ecole Nationale Polytechnique, ALGERIE, 1985.
- [10] K.J. BATHE, "Finite element procedures in engineering analysis", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., U.S.A., 1982.
- [11] CLAES DYRBYE, "Dynamic response of framed structures", E.E.S.D. Vol.14, 1986.
- [12] E.L. WILSON, M.W. YUAN and J.M. DICKENS, "Dynamic analysis by direct superposition of RITZ vectors", E.E.S.D. Vol.10, 1982.
- [13] P. LEGER, E.L. WILSON and R.W. CLOUGH, "The use of load dependent vectors for dynamic and earthquake analyses", Report N° EERC 86-04, Earthquake engineering research center, University of California, Berkeley, U.S.A., 1986.
- [14] J.H. WILKINSON, "The Algebraic Eigenvalue Problem", Oxford University Press, London, ENGLAND, 1965.
- [15] W.Jr. WEARVER and P.R. JOHNSON, "Structural dynamics by finite elements", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., U.S.A., 1988.



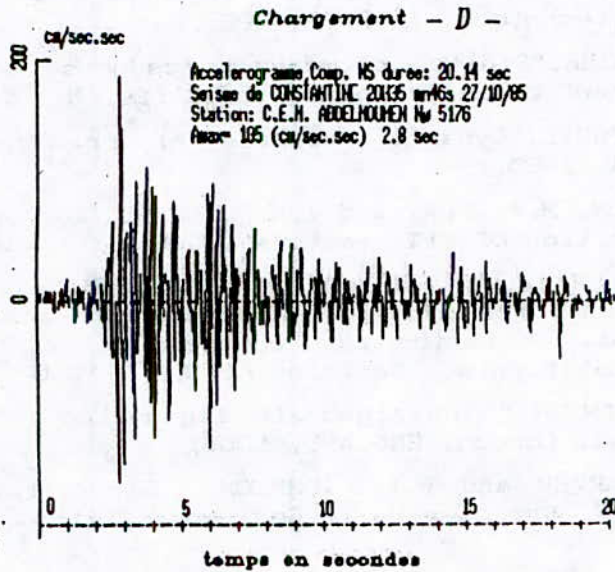
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG.1 - CHARGEMENTS



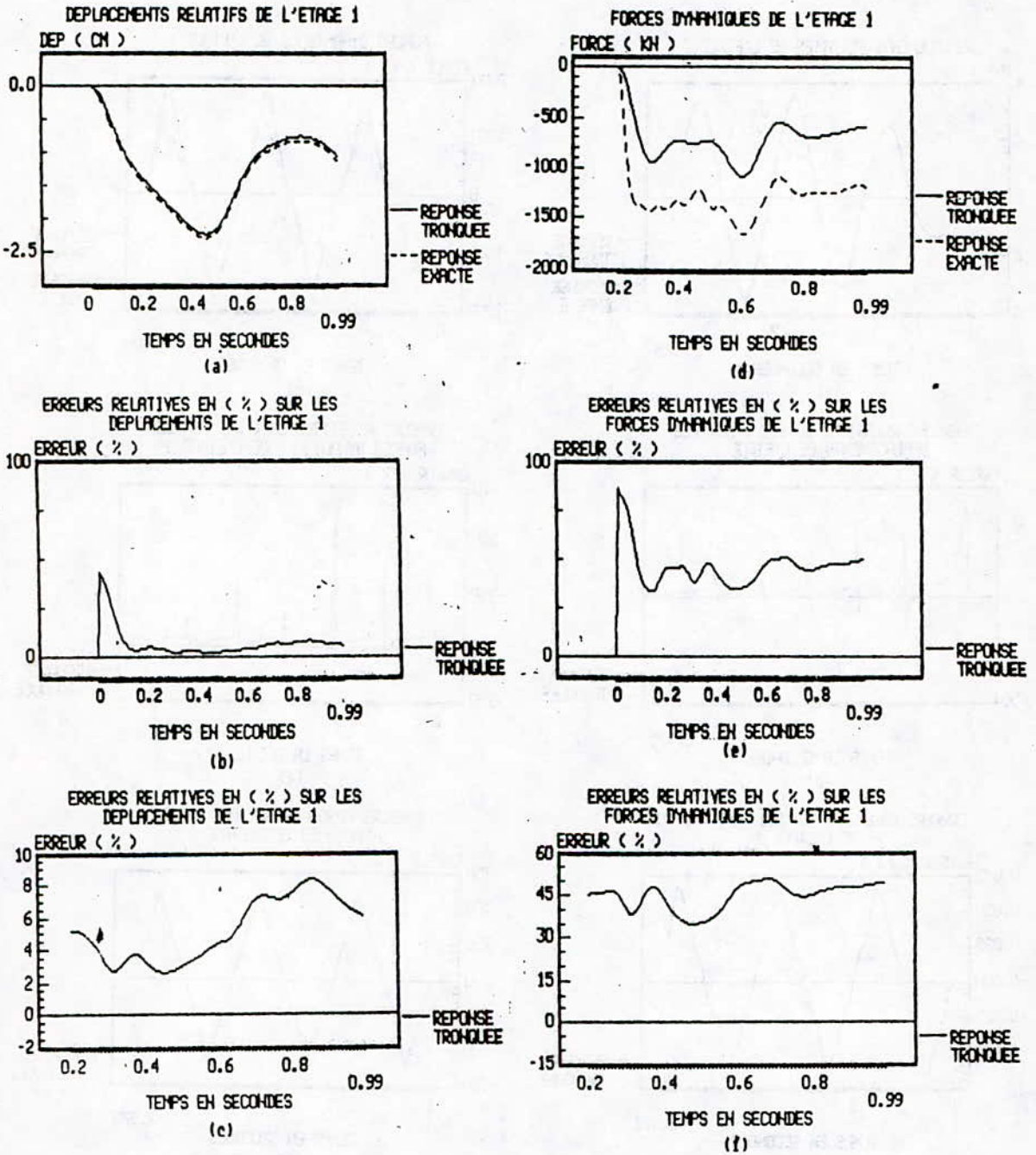


FIG. 2 -- SUPERPOSITION DE TROIS MODES  
(CHARGEMENT CONSTANT - A -)

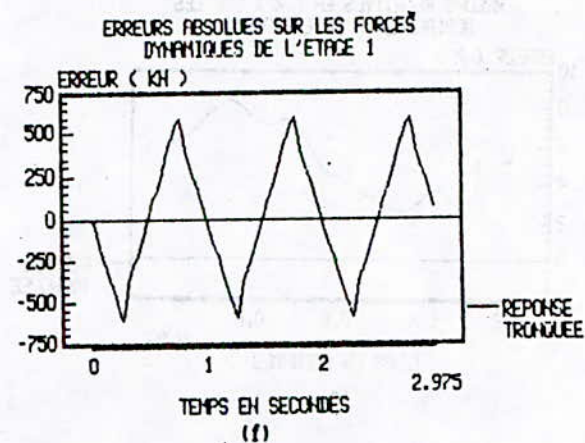
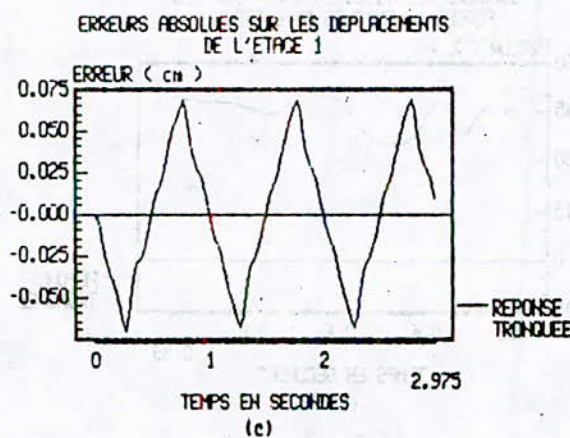
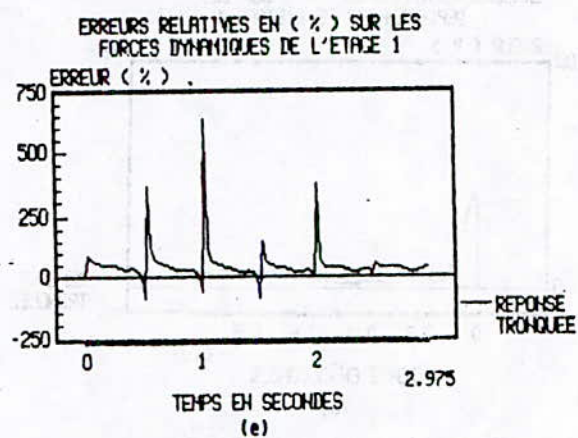
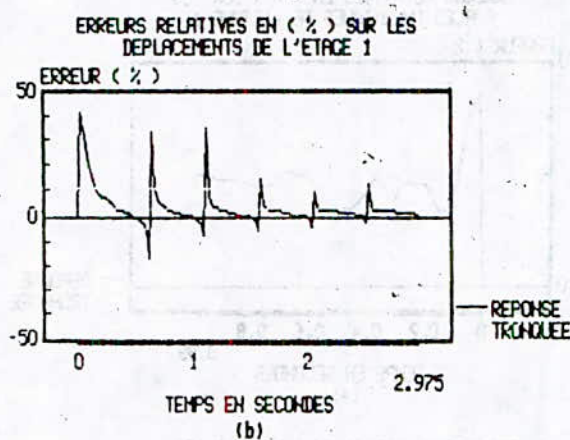
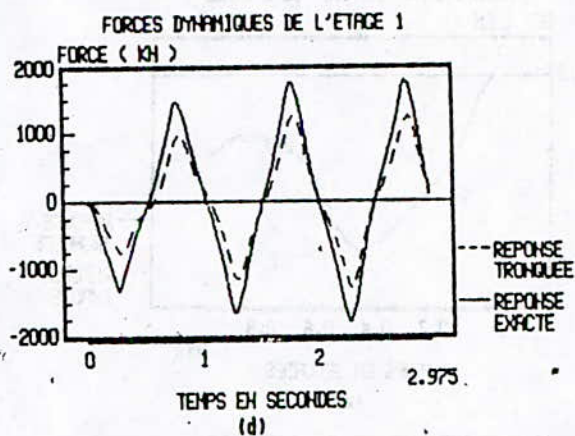
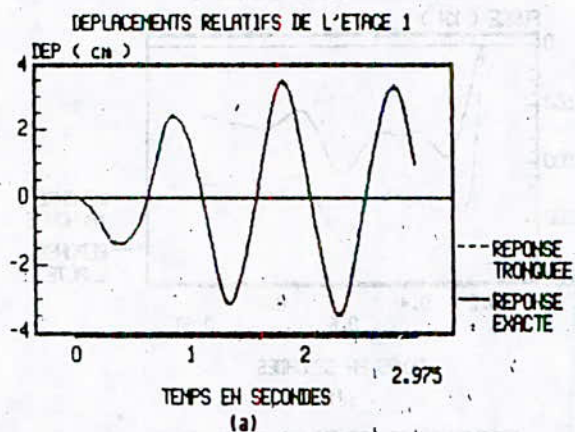


FIG. 3 SUPERPOSITION DE TROIS MODES  
(CHARGEMENT PERIODIQUE - B -)



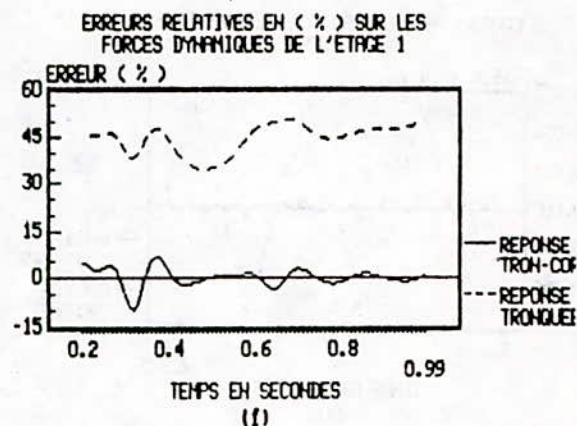
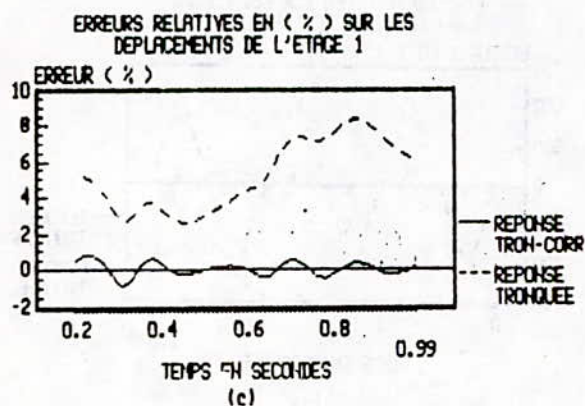
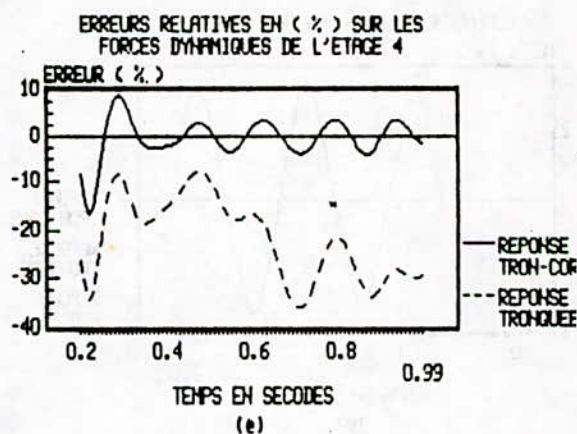
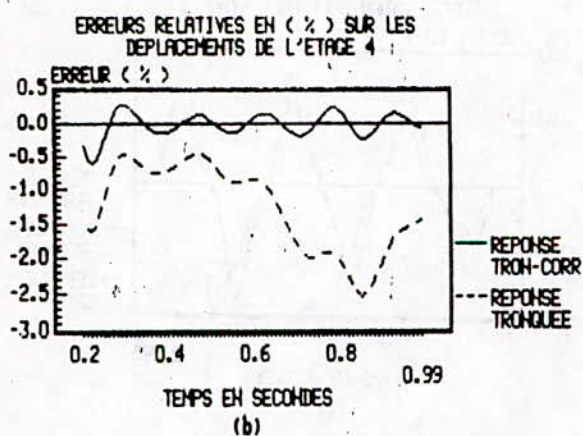
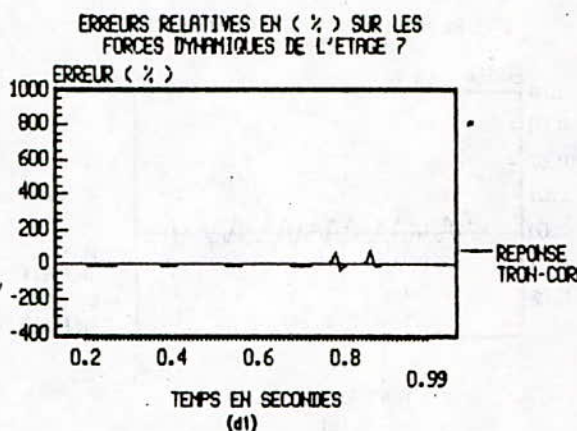
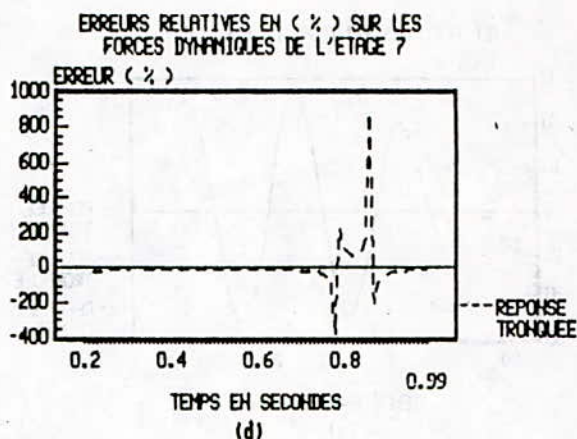
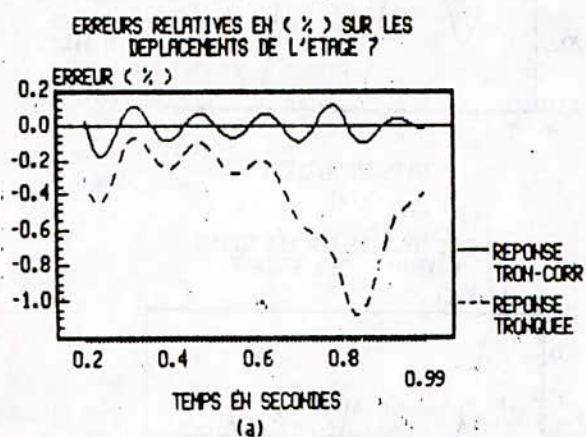


FIG. 4 - SUPERPOSITION DE TROIS MODES (CHARGEMENT CONSTANT - A -)

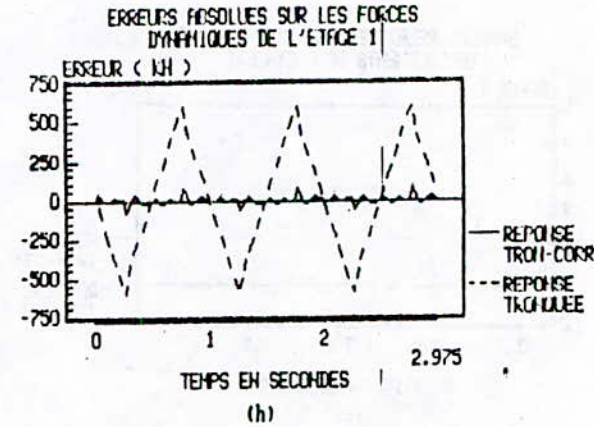
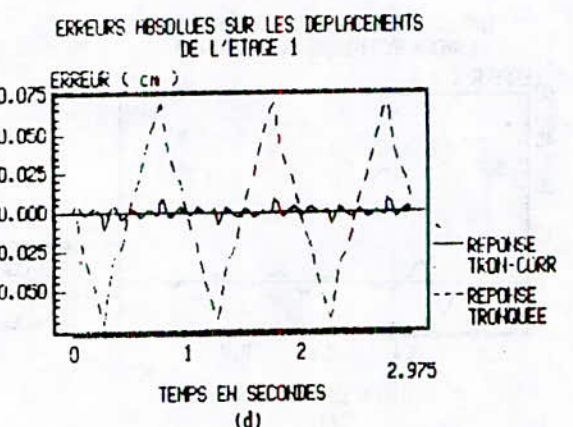
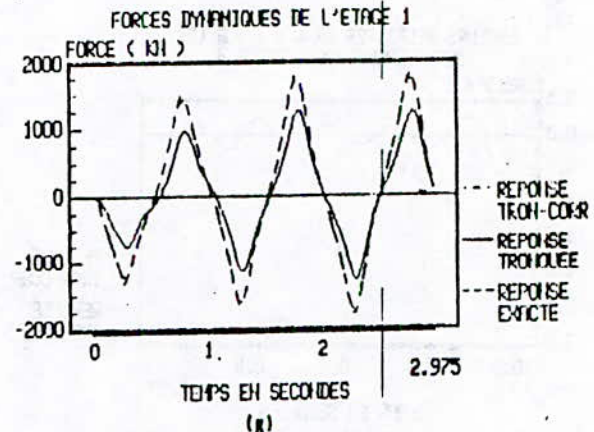
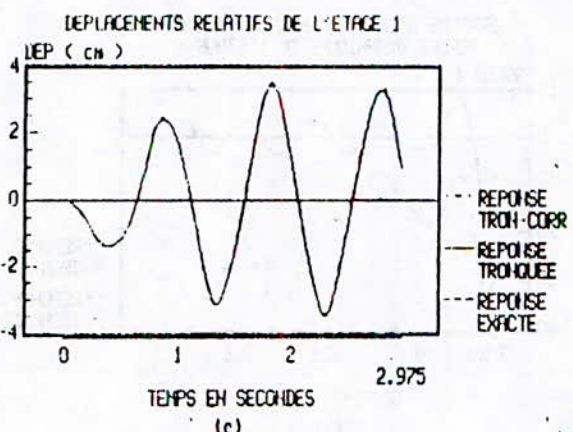
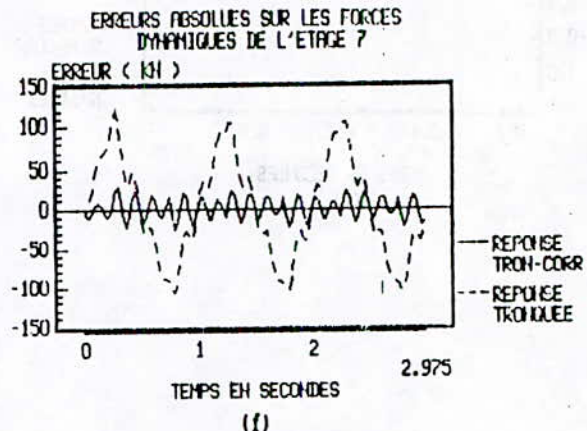
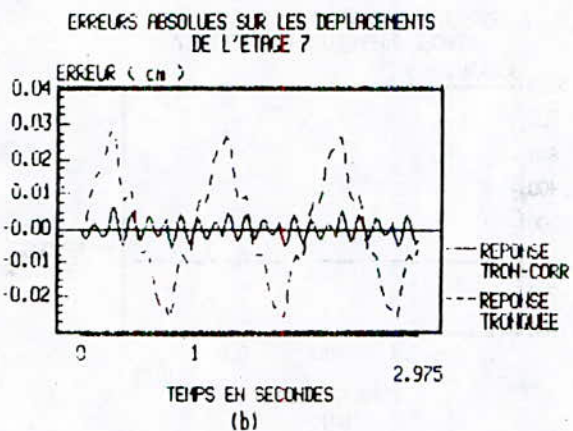
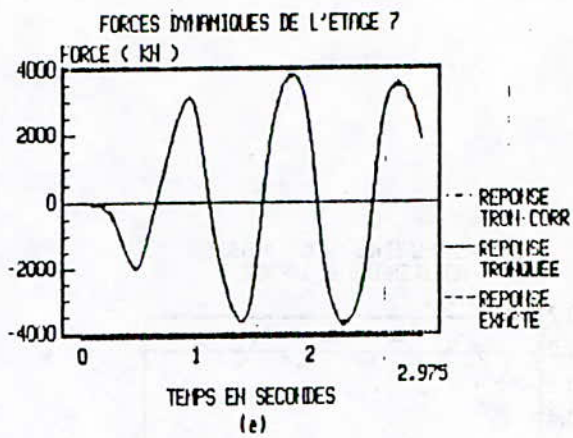
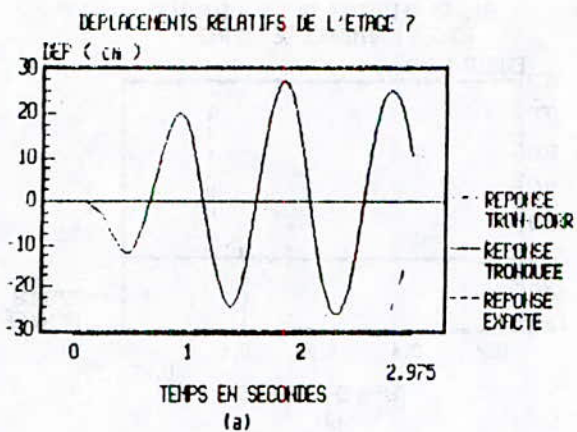


FIG. 5 - SUPERPOSITION DE TROIS MODES (CHARGEMENT PERIODIQUE - B -)



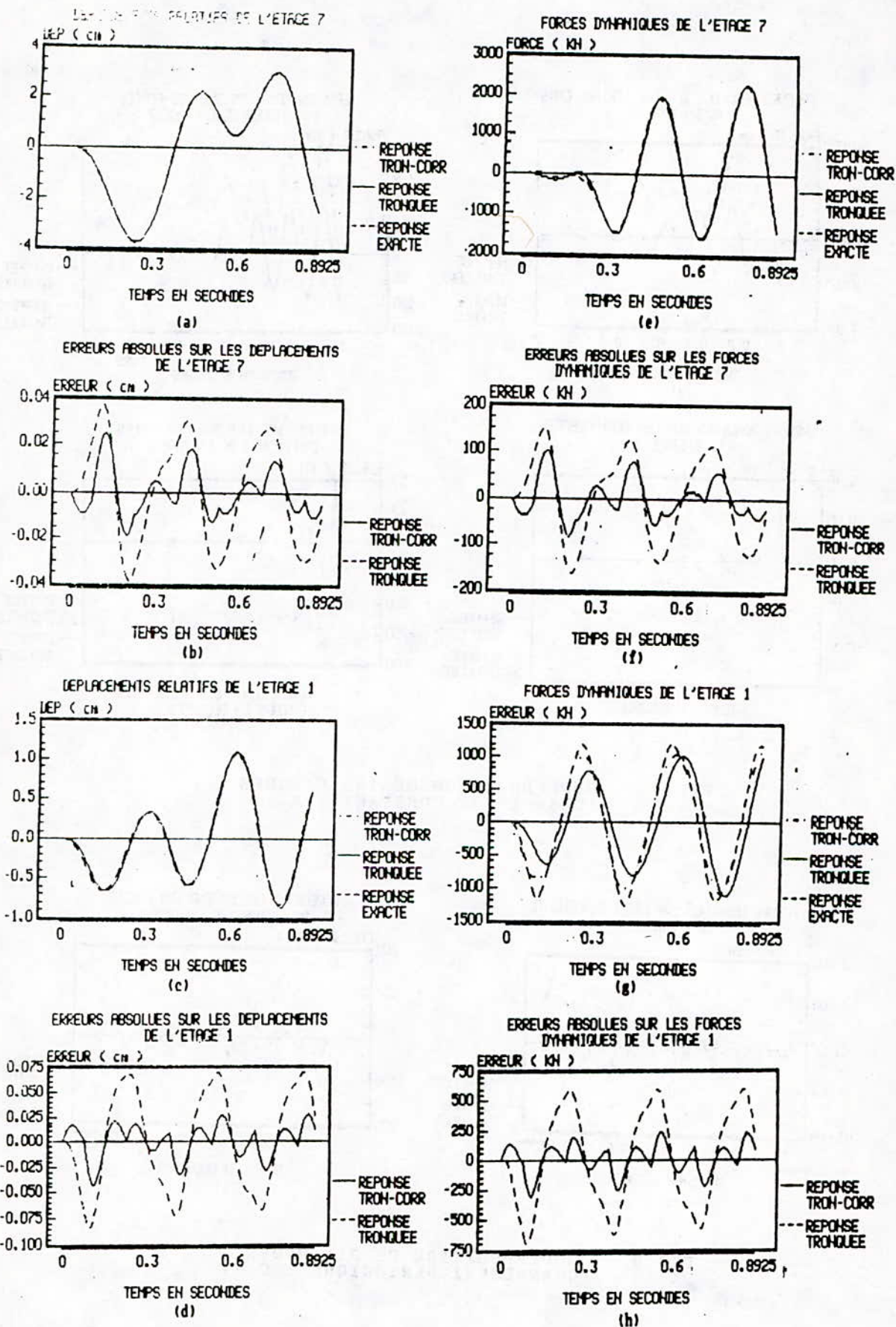


FIG. 6- SUPERPOSITION DE TROIS MODES  
 (CHARGEMENT PERIODIQUE - C -)

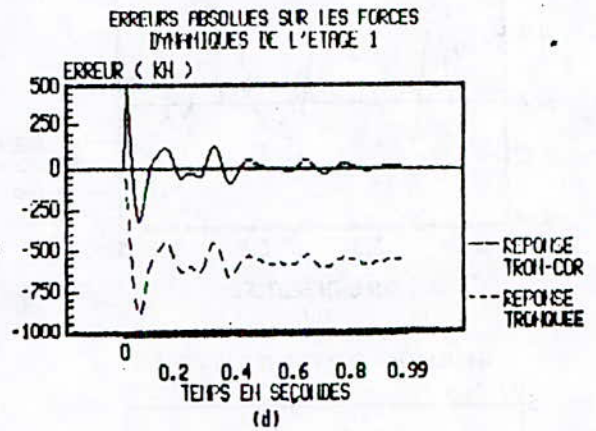
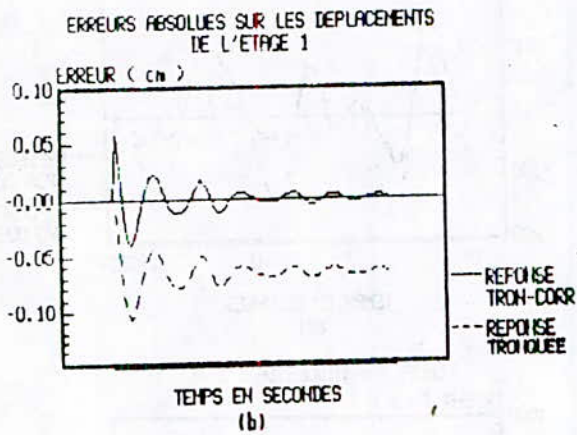
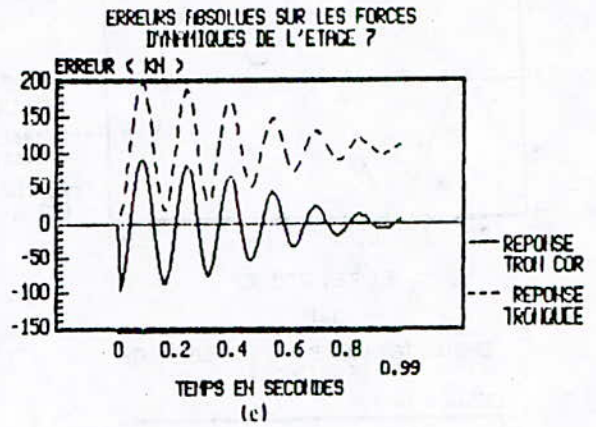
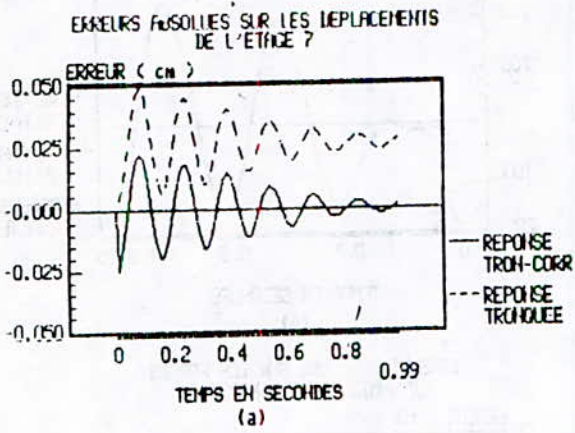


FIG.7 - SUPERPOSITION DE TROIS MODES (CHARGEMENT CONSTANT - A -)

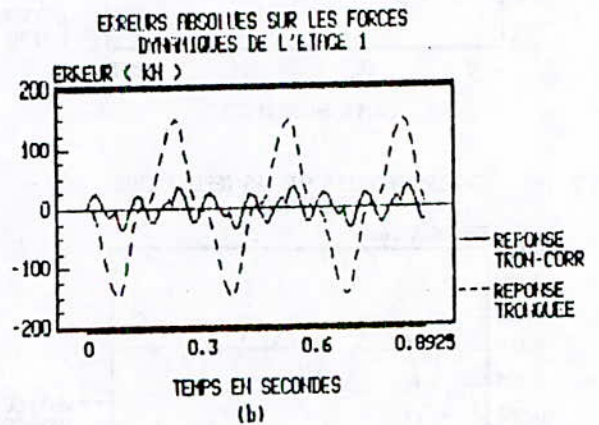
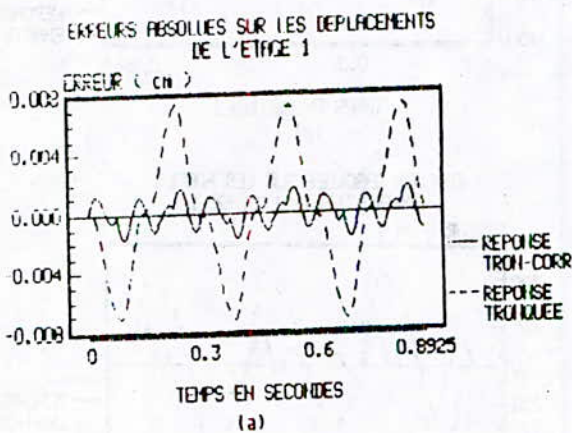


FIG.8 - SUPERPOSITION DE SIX MODES (CHARGEMENT PERIODIQUE - C -)



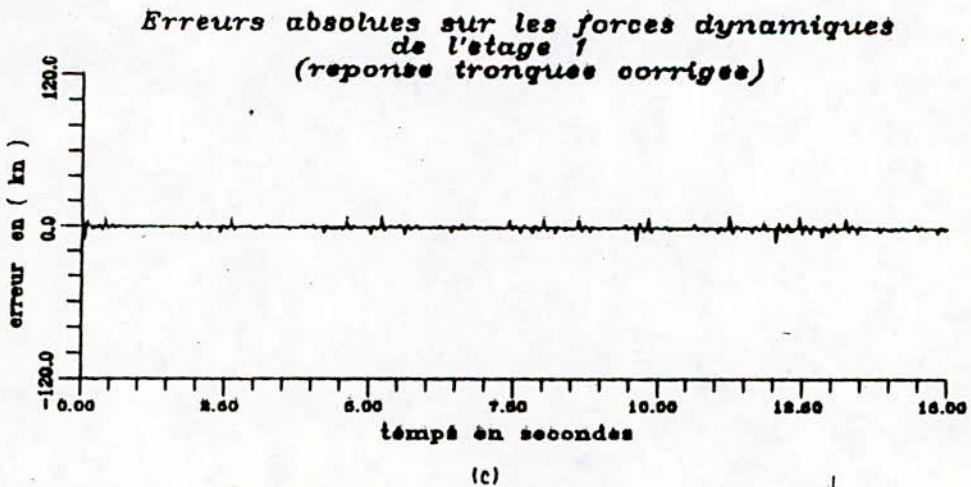
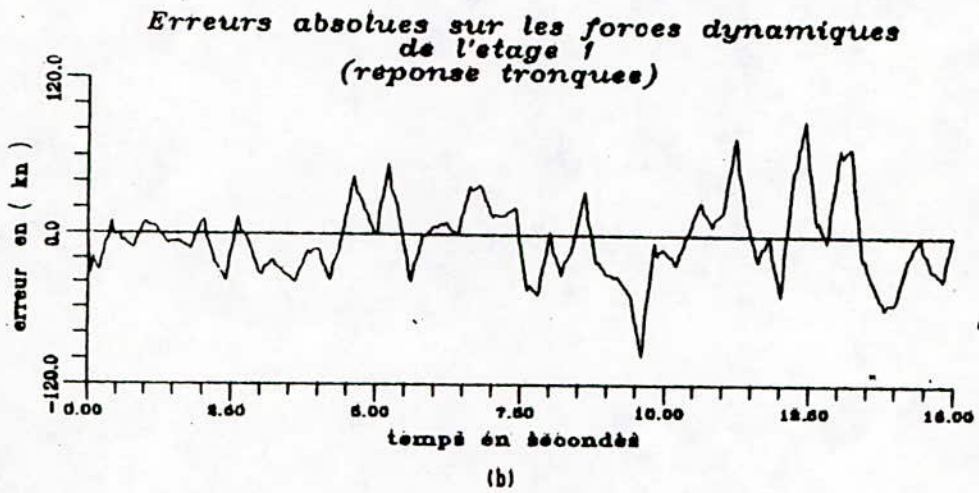
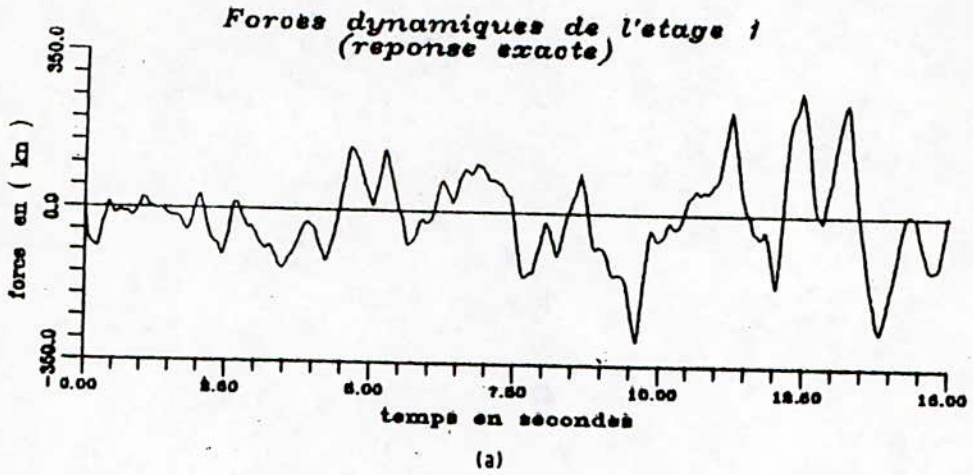


FIG.9 - SUPERPOSITION DE QUATRE MODES  
(Comp. Horiz. N.S. de l'Acc. mod. du séis. de Const.)

## L'ANALYSE MATRICIELLE DES RESEAUX DE POUTRES CROISEES ET SON EXTENSION AU CALCUL AUTOMATIQUE DES DALLES

B. TILIOUINE\*

D. SAIS\*\*

A. HAMMAL\*\*\*

ملخص : يتم عرض التحليل المصفوفاتي لهيئة الهياكل المكونة من العوارض المتصلبة وإمتداده للحساب الآلي للسطوح.

تعتمد الطريقة المقترحة على نموذج مزدوج يستعمل نظريتي مصفوفات المرونة و التكافؤ. بعد فحص عاجل للمقالات المختصة و تقديم التطبيقات الممكنة يتم نشر تحليلي للطريقة يليه وصف موجز للبرنامج الموجز. لإظهار مدى صلاحية و نجاعة الطريقة, تم عرض مثالين عدديين و مقارنة النتائج المتحصل عليها بالقيم المستتحة من خلال الحلول النظرية أو العديدة بتطبيق طريقة العناصر المنتهية حيث يظهر جليا مدى فعالية الطريقة لحساب العناصر المبسطة من جهة ودقتها ودرجة تقاربها من جهة أخرى.

**Résumé:** L'analyse matricielle du comportement des ossatures en réseaux de poutres croisées et son extension au calcul automatique des dalles sont présentées.

Une formulation mixte intégrant les développements analytiques de la méthode des raideurs et de la théorie des équivalences est utilisée. Un bref examen de la littérature spécialisée et les applications potentielles de la méthode sont d'abord discutés. Les développements analytiques suivis par une brève description du logiciel élaboré sont ensuite exposés.

Aux fins d'illustrer la validité et la versatilité de la méthode, deux applications numériques sont considérées. Les résultats obtenus sont successivement confrontés avec ceux déduits de la théorie des plaques et de la méthode des éléments finis démontrant ainsi l'efficacité de la méthode pour une détermination rapide des éléments de réduction d'une part et de sa précision ainsi que de son taux de convergence d'autre part.

**Summary:** The matrix analysis of the behavior of grid frameworks and its extension to the digital computation of slabs are presented.

A mixed formulation which incorporates the analytical developments of the stiffness and the gridwork methods is used. A brief survey of the relevant literature and the potential applications of the method are first discussed. Then, the analytical developments followed by a brief description of the developed computer program are presented.

To illustrate the validity and the versatility of the method, two numerical applications are considered. The results are successively confronted with those obtained from plates theory and the finite element method thereby demonstrating the efficiency of the method for a rapid determination of the stress resultants on the one hand, and its accuracy as well as its rate of the convergence on the other hand.

\* Professeur (E.N.P.)

\*\* Maître-assistant (E.N.P.)

\*\*\* Ingénieur d'état (E.N.P.)



## I/ INTRODUCTION

Les besoins pressants des secteurs de travaux publics conjugués au développement des techniques routières conduisent à la construction sans cesse croissante d'ouvrages d'art constitués de grillages de poutres. Ces grillages ( désignés aussi sous le vocable anglo-saxon de "grids" ) sont représentés par des réseaux de poutres assemblées rigidement aux noeuds, se croisant entre elles selon des angles quelconques, souvent droits tels que ceux observés ordinairement en pratique.

De tels systèmes constructifs sont soumis en général simultanément à l'action de chargements extérieurs, normaux à leur plan moyen et à des vecteurs couples de direction parallèle à ce plan. L'interaction transversale ou en d'autres termes la répartition transversale des chargements sur l'ensemble des poutres maîtresses permet d'atteindre de grandes portées et d'obtenir des solutions économiques d'autant plus significatives que la liaison longerons-entretoises est plus rigide. Evidemment la transmission des chargements extérieurs en flexion et en torsion sera d'autant plus effective que le réseau sera solidaire d'une dalle.

Le problème de calcul des réseaux de poutres croisées a suscité dès l'origine l'attention particulière des chercheurs non seulement en raison de sa complexité et de son degré élevé d'hyperstaticité mais aussi et surtout en raison de ses nombreuses et diverses applications.

Un examen des travaux publiés dans la littérature spécialisée montre que les méthodes de calcul ont considérablement évoluées depuis les travaux théoriques fondamentaux de Hetenyi<sup>(1)</sup> et Guyon<sup>(2)</sup> basés essentiellement sur l'hypothèse de rigidités torsionnelles négligeables. Les méthodes de calcul prenant en considération ces dernières en se basant sur la théorie des plaques orthotropes et la méthode des coefficients

de répartition ont été développées par Massonnet<sup>(3)</sup> et puis étendues plus tard par Bares<sup>(4)</sup> pour un coefficient de Poisson de valeur différente de zéro.

Un regain d'intérêt notable s'est produit dans les années soixante avec l'apparition des techniques modernes de calcul promues à un développement rapide grâce à l'essor de moyens informatiques de plus en plus performants. Pestel<sup>(5)</sup> proposa une extension de la méthode d'idéalisation des plaques plates et coques minces par la théorie des équivalences proposée initialement par Hrennikoff<sup>(6)</sup>.



Salonen<sup>(7)</sup> présenta une technique d'analyse flexionnelle des plaques minces en utilisant la théorie des réseaux de poutres croisées. Absi<sup>(8)</sup> développa plusieurs modèles de configuration géométrique différente la théorie des équivalences en se basant sur des critères énergétiques. D'autres configurations d'éléments ont été également présentées par Yettram et Mc Kinnon<sup>(9)</sup> en employant des critères de compatibilité de déformation.

Le présent article a pour objet de présenter une méthode mixte, aussi simple et précise que possible de calcul des réseaux de poutres croisées, compte tenu de leurs rigidités torsionnelles. L'extension de la méthode au calcul automatique des dalles est examiné via la théorie des équivalences.

Les applications de la méthode sont multiples et concernent une gamme étendue de systèmes constructifs et ouvrages d'art tels que les systèmes de fondations, couverture de grandes surfaces, planchers industriels, ponts à poutres multiples avec ou sans effet de platelage, ponts biais et ponts à précontrainte transversale etc...

## II/ FORMULATION DU PROBLEME

Les étapes principales de résolution du problème sont décrites en détail ci-après. Elles consistent en une décomposition systématique du problème selon une série d'opérations hiérarchiquement effectuées comme suit:

- Définition du problème ( calcul automatique de poutres croisées ou de dalles )
- Introduction des données géométriques et mécaniques
- Formation de la matrice des raideurs élémentaires directement dans le système d'axes global.
- Assemblage de la matrice des raideurs globales
- Détermination du vecteur chargement extérieur.
- Résolution du système d'équations linéaires
- Evaluation des réactions
- Détermination des éléments de réduction dans le repère local

La matrice des raideurs élémentaire  $[K^E]$  dans le système de coordonnées locales ( fig.1 ) s'écrit :

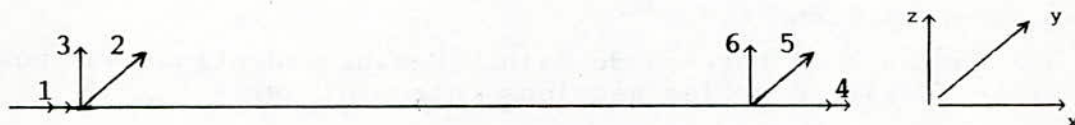


Fig.1: système de coordonnées locales





la matrice de transformation  $[R_T]$  dont la transposée est égale à sa matrice inverse  $[R_T]^{-1}$

$$[K_G^E] = [R_T]^{-1} [K_E] [R_T]$$

Le processus d'assemblage consiste à combiner systématiquement les matrices de raideurs élémentaires et les affecter aux positions correspondantes de la matrice des raideurs globale  $[K^G]$  qui peut être réarrangée sous la forme suivante:

$$[K^G] = \begin{bmatrix} [K] & [K_{DR}] \\ [K_{RD}] & [K_{RR}] \end{bmatrix}$$

La sous matrice  $[K]$  représente la matrice des raideurs associées aux déplacements libres.

La sous matrice  $[K_{RD}]$  est généralement rectangulaire; elle contient les raideurs correspondantes aux degrés de liberté bloqués, causés par les déplacements des degrés de liberté initialement libres.

La sous matrice  $[K_{DR}]$  est la transposée de  $[K_{RD}]$ .

La sous matrice  $[K_{RR}]$  correspond aux réactions associées aux degrés de liberté initialement bloqués et causées par un déplacement unitaire de ces degrés de liberté.

Le vecteur chargement extérieur  $\{A\}$  est obtenu en combinant les charges appliquées aux noeuds et celles sur les éléments.

Le vecteur déplacement libre  $\{D\}$  contenant les inconnues primaires du problème peut être obtenu par résolution des équations linéaires d'équilibre statique:

$$[K]\{D\} = \{A\}$$

Les réactions sont données par:

$$\{R\} = \{R^*\} + [K_{RD}]\{D\}$$

où  $\{R^*\}$  représente les réactions de la structure sans déformation.

De manière analogue, les efforts internes, sont déterminés par la superposition deux états d'équilibre: un état d'équilibre sous chargement sans déformation et un état d'équilibre correspondant à des déformations sans chargement.

$$\{A_H\}_i = \{A_b\}_i + [K_E]_i [R_T]_i \{D\}_i$$

où le vecteur  $\{A_H\}_i$  contient les éléments de réduction aux extrémités de l'élément "i" et le vecteur  $\{A_b\}_i$  représente les éléments de réduction de cet élément considéré bi-encastre.



### III/ DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DES DALLES EQUIVALENTES

L'application du logiciel développé, à l'analyse flexionnelle du comportement des milieux continus plans conduit à adopter un réseau de poutres équivalent dont les caractéristiques seront évaluées par la théorie des équivalences. Celle-ci<sup>(7)</sup> constitue une approche générale permettant de substituer à l'étude d'un corps réel chargé, celle d'un autre corps fictif plus accessible au calcul. Ce corps fictif peut avoir des caractéristiques et des lois de comportement n'ayant pas nécessairement une réalité physique.

A cet effet, considérons une dalle de plan moyen  $(x, y)$  et d'épaisseur  $h$ . L'énergie de déformation par unité de surface est:

$$U_0 = \frac{1}{2} D \left\{ \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right]^2 + \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right]^2 + 2\nu \frac{\partial \omega^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]^2 \right\} \quad (\text{III.1})$$

$$= \frac{1}{2} D \left\{ \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right]^2 + \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right]^2 + 2 \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]^2 + 2\nu \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]^2 \right\}$$

où la rigidité flexionnelle,  $D$ , de la dalle est donnée par:

$$D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$$

$h$  et  $\nu$  désignant respectivement l'épaisseur de la dalle et le coefficient de Poisson.

Dans l'hypothèse des petites déformations la théorie classique des plaques minces néglige les efforts de membrane impliquant:

$$\left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]^2 - \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \cong 0 \quad (\text{III.2})$$

L'équation (III.1) devient alors:

$$U_0 = \frac{1}{2} D \left\{ \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right]^2 + \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right]^2 + 2 \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]^2 \right\} \quad (\text{III.3})$$

Considérons maintenant les énergies de flexion et de torsion d'une poutre de faible longueur  $l$ , liée à un système de référence propre  $(x, y)$ . Le moment de flexion en fonction de la déformée  $\omega$  est donnée par:

$$M_f = E I \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \quad (\text{III.4})$$

L'énergie de flexion s'écrit:

$$W_f = \frac{1}{2} M_f \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \ell = \frac{1}{2} E I \ell \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right]^2 \quad (\text{III.5})$$

En écrivant  $W_f$  dans le système d'axes global (x,y), on obtient:

$$W_f = \frac{1}{2} \rho \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \cos^2 \alpha + 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \sin^2 \alpha \right] \quad (\text{III.6})$$

$$\rho = E I \ell \quad (\text{III.7})$$

Par ailleurs, le moment de torsion  $M_t$  a pour expression:

$$M_t = GJ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \quad (\text{III.8})$$

L'énergie de torsion est donnée par:

$$W_t = \frac{1}{2} G J M_t \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \ell = \frac{1}{2} G J \ell \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]^2 \quad (\text{III.9})$$

En écrivant,  $W_t$  dans le système d'axes global (x,y), on obtient:

$$W_t = \frac{1}{2} \gamma \left[ \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right] \sin 2\alpha + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \cos 2\alpha \right]^2 \quad (\text{III.10})$$

$$\text{où } \gamma = G J \ell \quad (\text{III.11})$$

En supposant le grillage disposé parallèlement au système de référence (x,y) et en égalisant les énergies de déformations totales, on peut écrire finalement:

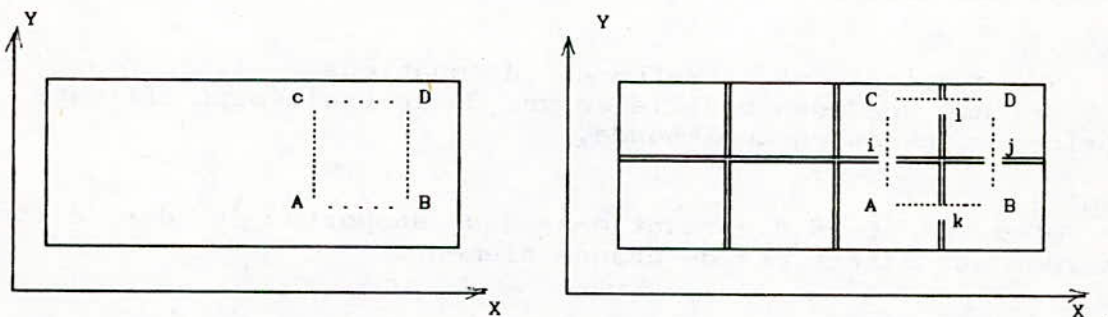


Fig.2: substitution de la dalle à un réseau de poutres

$$W = A U_0 = (W_f + W_t)_{ij} + (W_f + W_t)_{ik} \quad (\text{III.12})$$

où  $W$  désigne l'énergie totale de déformation de l'élément de dalle considérée et  $A$ , l'aire de cet élément.



Ou encore

$$\begin{aligned} & AD \left\{ \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right]^2 + \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right]^2 + 2 \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]^2 \right\} \\ & = \rho_{ij} \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right]^2 + \rho_{lk} \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right]^2 + [\gamma_{ij} + \gamma_{kl}] \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]^2 \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

d'où par identification:

$$\rho_{ij} = \rho_{kl} = \frac{1}{2} (\gamma_{ij} + \gamma_{kl}) = AD \quad (\text{III.14})$$

Les relations (III.14) donnent les caractéristiques du réseau de poutres équivalent à une dalle permettant ainsi de traiter des dalles de dimensions quelconques avec des conditions d'appuis diverses.

#### IV/ MODULES DU LOGICIEL ELABORE

Le logiciel C.S.R.P.C. (Calcul Statique des Réseaux de Poutres Croisées) est composé de quatre modules réalisant les tâches primaires suivantes:

##### DATSTR:

-Lecture, modification et vérification des données. Deux options sont proposées: soit un calcul de réseaux de poutres croisées soit un calcul de dalles dont les caractéristiques équivalentes. seront déterminées automatiquement.

##### ASSMAT:

-Formation des matrices des raideurs élémentaires, rearrangement, assemblage et stockage demi-bande de la matrice globale des raideurs.

-Construction et assemblage des vecteurs chargements extérieurs.

##### RESOLV:

-Résolution de systèmes d'équations linéaires par l'algorithme de Gauss modifié en vue d'un traitement efficace de matrices stockées en demi-bande.

##### EFFORT:

-Détermination des réactions des supports et des efforts internes aux extrémités de chaque élément.

#### V/ APPLICATIONS NUMERIQUES

Application 1: Influence de la rigidité torsionnelle.

Un formulaire souvent utilisé dans les bureaux d'études pour le calcul des réseaux de poutres croisées est l'aide-mémoire de résistance des matériaux de J., GOULET<sup>(11)</sup>. Les restrictions de ce

formulaire sont plutôt nombreuses, en particulier:

- Choix limité des conditions d'appuis et du maillage.
- Rapports des dimensions des panneaux (mailles) fixes.
- Rigidité EI constante.
- Réseaux orthogonaux seulement.
- Résultats donnés en quelques noeuds.
- Chargements extérieurs concentrés aux noeuds seulement.
- Effet de torsion négligé.

Le logiciel proposé comble l'ensemble de ces restrictions en donnant notamment les déplacements et les éléments de réduction en n'importe quel point compte tenu de rigidité flexionnelles et torsionnelles variables, d'orientations quelconques des éléments structuraux et de chargements extérieurs généralisés à des éléments quelconques.

En ce qui concerne l'étude de l'incidence de l'effet de torsion, l'analyse de plusieurs cas d'espèce sous chargement symétrique appelle les observations suivantes:

- Les éléments ne subissant pas de déformations torsionnelles sont soumis à un moment de flexion pratiquement égal à celui proposé par le formulaire.
- La prise en compte des rigidités torsionnelles des éléments structuraux permet de conclure, que dans certains cas, il est possible de réduire de 40% les moments de flexion estimés à partir du formulaire. Ceci souligne clairement l'intérêt de la méthode de calcul suggérée.

Application 2: Calcul du déplacement au centre d'une dalle carrée.

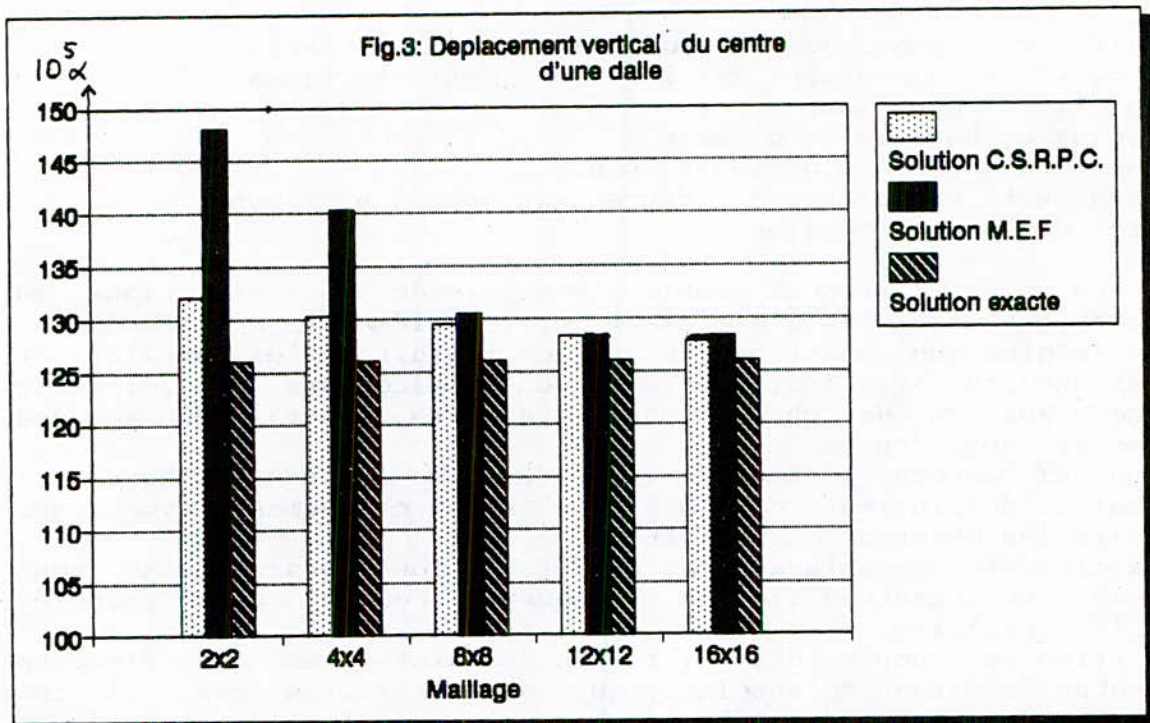
Afin d'illustrer l'applicabilité de la méthode au calcul des dalles, considérons une dalle isotrope, encadrée aux bords, chargée uniformément ( $q$ ) sur toute sa surface ( $L^2$ ) et déterminons le déplacement de son centre qui se réduit à la seule composante verticale.  $w_{max} = \alpha q L^4 / D$ .

Ce problème présentant une symétrie de géométrie et de chargement, seul le quart de la dalle est analysé.

Les résultats obtenus par application de la présente méthode sont comparés systématiquement aux résultats analytiques "exacts" et à ceux déduits de la méthode des éléments finis<sup>(12)</sup>. Les résultats finaux sont présentés dans le tableau suivant et schématisés dans l'histogramme (Fig.3) suivants:

Maillage	Solution "exacte" $\alpha$	Solution proposée C.S.R.P.C $\alpha$	%d'erreur relative/ sol.exacte	Solution éléments finis $\alpha$	%d'erreur relative/ sol.exacte
2x2	0.00126	0.0013205	4.80	0.001480	17.16
4x4	0.00126	0.0013021	3.34	0.001403	11.35
8x8	0.00126	0.0012938	2.68	0.001304	3.49
12x12	0.00126	0.0012832	1.84	0.001275	1.12
16x16	0.00126	0.0012779	1.41	0.001283	1.83





## VI/ CONCLUSION

Une méthode mixte de calcul automatique des structures en réseaux de poutres croisées est présentée. Cette méthode incorpore avantageusement les formalismes de la méthode des raideurs et de la théorie des équivalences en vue de leur utilisation pour le calcul des milieux continus plans présentant diverses conditions d'appuis.

La méthode suggérée prédit des résultats en excellente concordance avec la solution analytique exacte lorsque celle-ci est disponible. Comparée à la méthode des éléments finis, la méthode proposée converge plus rapidement. A titre d'exemple, le maillage 2x2 utilisé précédemment conduit à une erreur relative de l'ordre de 4.8 % par rapport à la solution exacte contre plus de 17.16 % pour une analyse par la méthode des éléments finis employant un maillage identique.

Le succès de la méthode réside essentiellement dans sa capacité à simuler le comportement d'un problème bidimensionnel par un élément monodimensionnel. Elle ouvre la voie à d'intéressantes perspectives pour une solution économique du problème des plaques épaisses moyennant quelques modifications mineures dans la formulation du problème.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1-HETENYI, M., " A Method of Calculating Grillages Beams ", S. Timoshenko 60<sup>th</sup> Anniver ary Volume, New York, U.S.A., 1938.
- 2-GUYON, Y., "Calcul des Ponts Grandes à Poutres Multiples Solidarisées par des Entretoises ", Annales des Ponts et Chaussées de France, N°9, FRANCE, 1946.
- 3-MASSONNET, C., " Contribution au Calcul des Ponts à Poutres Multiples Tenant Compte de leur Résistance à la Torsion ", Mémoires A.I.P.C, 1966.
- 4-BARES, R., MASSONNET, C., "Le Calcul des Grillages de Poutres et Dalles Orthotropes ", S.N.T.L, Maison d'Édition Technique, Prague, TCHÉCOSLOVAQUIE, 1966.
- 5-PESTEL, E., " Investigation of Plate and Shell Models by Matrices" Office of Aerospace Research, United States Air Force, Brussels, BELGIUM, 1963.
- 6-HRENNIKOFF, A., "Solution to Problems by the Framework Method" Journal of Applied Mechanics, American Society of Mechanical Engineers, Vol 68, USA, 1941.
- 7-SALONEN, E.M., " A Gridwork Method for Plates in Bending ", Acta Polytechnica Scandinavica, N° Ci 59, The Finish Academy of Technical Sciences, Helsinki, FINLAND, 1969.
- 8-ABSI, E. "La Théorie des Equivalences et son Application à l'Étude des Ouvrages d'Art", Annales de I.B.T.P, Supplément N°298 Paris, FRANCE , 1972
- 9-YETTRAM, A. L., Mc KINNON, V., " Grid Framework Method for Thick Plates in Flexure ", Journal of the Engineering Mechanics division, A.S.C.E, Vol. 100, N° EM 5, U.S.A., 1974.
- 10-TILIOUINE, B., " Notes de Cours de Dynamique des Structures " Post-graduAtion, Département de Génie Civil, Ecole Nationale Polytechnique, ALGERIE, 1982
- 11-GOULET, J., " Aide Mémoire de Résistance des Matériaux ", Edition Dunod, Paris, FRANCE, 1979
- 12-ZIENKIEWICZ, O. C., " La Méthode des Eléments Finis ", McGraw-Hill, Paris, FRANCE, 1979.



DIMENSIONNEMENT D'UN VILEBREQUIN

PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

M.L. MOUSSAOUI

F. BELBLIDIA <sup>©</sup> - S. RECHAK <sup>£</sup>

**الملخص :**

تهدف هذه الدراسة إلى إعداد برنامج معلوماتي مستخدماً  
طريقة العناصر المحددة لإيجاد الأبعاد المثلى لعمود مرفقي  
و بالتالي الإجهادات في كل مقطع لهذا الأخير .

**ABSTRACT**

The subject of this study is the sitting up of a programme using finite elements method to determine optimale dimensions of a cranckshaft as well as stresses of its sections.

**RESUME**

Cette étude a pour objectif principal :  
L'elaboration d'un logiciel utilisant les éléments finis pour la détermination des dimensions optimales d'un vilebrequin, ainsi que les contraintes à chaque section de ce dernier.

Master. Montreal (Canada.)

© Maitre assistant (ENP)

£ Professeur (ENP/Mécanique)

## 1. INTRODUCTION

Dernier organe de l'équipage mobile, le vilebrequin formé de  $n$  manivelles, transmet sous forme d'un couple, le travail moteur produit par la pression des gaz sur les pistons et les efforts d'inerties des organes mobiles.

Pratiquement exempt de contrainte thermique, le vilebrequin est par contre soumis à des efforts mécaniques alternés d'autant plus sévères qu'ils varient notablement d'un point à un autre.

Dans cette étude, deux méthodes sont proposées pour le dimensionnement des vilebrequins des moteurs en ligne. La première dite classique utilise les formules de résistance des matériaux, la seconde utilise les éléments finis.

L'étude est appliquée au vilebrequin du moteur F4L912 construit par PMA/CMT de Constantine (Algerie).

## 2. DETERMINATION DES EFFORTS EXERCES SUR LA MANIVELLE

Une étude cinématique et dynamique (1,2) du système bielle-manivelle (fig 1) est nécessaire pour la détermination des actions mécaniques sur les différents points du système (fig 2.1, 2.2 et 2.3) et principalement l'effort exercé sur le maneton du vilebrequin.

Les équations vectorielles fondamentales appliquées sur:

$$\text{Le piston: } M_p \vec{\Gamma}(G_p, \text{piston}/O) = \sum \vec{F}_{\text{ext}/\text{piston}} \quad (1)$$

$$\vec{\delta}(\text{piston}/G_p) = \sum \vec{M}(\vec{F}_{\text{ext}})/G_p \quad (2)$$

$$\text{La bielle: } M_b \vec{\Gamma}(G, \text{bielle}/O) = \sum \vec{F}_{\text{ext}/\text{bielle}} \quad (3)$$

$$\vec{\delta}(\text{bielle}/G) = \sum \vec{M}(\vec{F}_{\text{ext}})/G \quad (4)$$

$$\text{La manivelle: } M_m \vec{\Gamma}(G_m, \text{manivelle}/O) = \sum \vec{F}_{\text{ext}/\text{manivelle}} \quad (5)$$

$$\vec{\delta}(\text{manivelle}/G_m) = \sum \vec{M}(\vec{F}_{\text{ext}})/G_m \quad (6)$$

La projection de ces équations sur le repère  $(O, X_o, Y_o, Z_o)$  conduit au système d'équations donnant les efforts dans le



repère cartésien (en prenant  $a = b$ ) et utilisant le cycle réel  $P(\theta)$  suivant:

$$\begin{aligned}
 X_C - X_B &= 0 \\
 -Y_B &= M_P \ddot{y}_B + Y_P(\theta) \\
 X_B - X_C &= 0 \\
 X_A + X_B &= M_B \ddot{x}_G \\
 Y_A + Y_B &= M_B \ddot{y}_G \quad (7) \\
 I_G \ddot{\varphi} &= L_G(X_B \cos\varphi + Y_B \sin\varphi) - (L-L_G)(X_A \cos\varphi + Y_A \sin\varphi) \\
 -X_A + X_E &= M_m \ddot{\theta}^2 r \sin\theta \\
 -Y_A + Y_E &= M_m \ddot{\theta}^2 r \cos\theta \\
 C_m &= (r-R)(X_A \cos\theta + Y_A \sin\theta) - r(X_E \cos\theta + Y_E \sin\theta)
 \end{aligned}$$

Le résultat de la résolution de ce système est représenté par les figures 3.1 à 3.6

### 3. DIMENSIONNEMENT DU VILEBREQUIN

#### 3.1- Méthode Classique (1,2,3)

Pour dimensionner le vilebrequin, il suffit de considérer une de ses manivelles (indépendamment des autres) qu'il faudra vérifier à l'effort maximal des gaz de combustion, à l'effort tangentiel maximal, et aux efforts d'inertie.

a- Vérification de la manivelle à la pression des gaz

Au PMH, la composante  $Y_A(0)$  de l'action  $F_A$  de la bielle sur la manivelle se traduit sur les appuis par deux réactions (fig 4a)  $\vec{R}_{A1} = \vec{R}_{A2} = \vec{R}_A = Y_A(0) \vec{y}_{1/2}$  (8)

LE MANETON ou TOURILLON: Il est soumis à une flexion dans le plan de la manivelle, le diamètre vérifiant la contrainte de flexion admissible  $\sigma_{f adm}$  est:

$$d_{(me/te)} \geq \left[ \frac{32 R_A L_A}{\pi(1-K^4(m/t)) \sigma_{f adm}^{(man/tour)}} \right]^{1/3} \quad (9)$$

avec  $K_m = d_{mi} / d_{me}$  et  $K_t = d_{ti} / d_{te}$  (10)

LE BRAS: Il est sollicité à contrainte de compression  $\sigma_c$  dont la condition de résistance impose que:

$$S_b = a b \geq \frac{R_A}{\sigma_c \text{ bras}} \quad (11)$$

Le bras est également sollicité à la flexion  $\sigma_f$  dont la condition de résistance impose que:

$$a \geq \frac{6 R_A e}{S_b \sigma_f \text{ bras}_{adm}}, \quad S_b \text{ étant déjà déduite} \quad (12)$$

b- Vérification de la manivelle à l'effort tangentiell  
L'effort maximal tangentiell de la bielle se produit à  $35^\circ$  après le PMH (fig 4b) et peut se décomposer en:

$$\text{Une force tangentielle : } \vec{T} = F_A \sin(\theta + \varphi) \vec{x}_1 \quad (13)$$

$$\text{et une force radiale: } \vec{N} = F_A \cos(\theta + \varphi) \vec{y}_1 \quad (14)$$

qui se traduisent sur les appuis par les réactions:

$$\vec{R}_{A_{1N}} = \vec{R}_{A_{2N}} = -\vec{N} / 2 \quad \vec{R}_{A_{1T}} = \vec{R}_{A_{2T}} = -\vec{T} / 2 \quad (15)$$

LE MANETON ou TOURILLON: les efforts  $\vec{N}$  et  $\vec{T}$  font subir au maneton et tourillon une flexion, l'effort  $\vec{T}$  engendre une torsion donnant naissance au couple moteur. On néglige, dans cette analyse, l'effort tangentiell complémentaire  $\vec{T}$ , variable suivant le nombre et la disposition des cylindres et la position de la manivelle, appliqué par le bras amont, dont l'effet est faible.

$$\text{La contrainte résultante de flexion : } \sigma_f = \frac{M_f}{(man/tour) I/v} \quad (16)$$

$$\text{La contrainte de torsion : } \sigma_t = \frac{M_t}{(man/tour) I_0/v} \quad (17)$$

La contrainte équivalente selon la formule de Poncelet (8)

$$\text{est: } \sigma_{eq(man/tour)} = 0.35 \sigma_f + 0.65 \sqrt{\sigma_f^2 + 4 \sigma_t^2} \quad (18)$$



La condition de résistance impose que:

$$d(m_e/t_e) \geq \left[ \frac{(11.2 F_A l_A + 20.8 \sqrt{(F_A l_A)^2 + (T R)^2})}{\pi (1 - K^4(m/t)) \sigma_{eq}} \right]^{1/3} \quad (19)$$

(man/tour)

LE BRAS: Il subit des déformations complexes:

Une flexion due à N dans le plan de la manivelle, et une flexion due à T dans le plan de rotation, ce qui représente une flexion déviée d'angle  $\alpha$  dans deux plans perpendiculaires, la contrainte à la flexion est donnée

par: 
$$\sigma_f = M_f x_1 Z_1 / I_{x_1} - M_f z_1 X_1 / I_{z_1} \quad (20)$$

les moments d'inerties:  $I_{z_1} = a b^3 / 12, I_{x_1} = b a^3 / 12 \quad (21)$

Les fibres tendues et comprimées sont au niveau des points les plus éloignés de l'axe neutre.

La contrainte de torsion est alors: 
$$\sigma_t = \frac{M_t}{I_o/v} \quad (22)$$

avec 
$$I_o/v = \frac{(ab^3 + ba^3)/12}{\sqrt{(a/2)^2 + (b/2)^2}} \quad (23)$$

La contrainte équivalente est:

$$\sigma_{eq_{BRAS}} = 0.35 \sigma_f + 0.65 \sqrt{\sigma_f^2 + 4 \sigma_t^2} \quad (24)$$

### 3.2- Méthode des Eléments Finis MEF (4,5,6)

La méthode est essentiellement un procédé de calcul qui consiste à représenter un milieu continu, ayant une infinité de degrés de libertés, par un assemblage de sous régions appelées éléments. Le nombre de degrés de libertés devient alors fini. Les inconnues relatives à chaque noeud de l'élément sont des déplacements (méthode des déplacements) qui permettent de calculer ainsi les déformations et contraintes dans chaque élément.

### 3.2.1- Modélisation du vilebrequin F4L912

En première approche, le vilebrequin est considéré comme une poutre hyperstatique reposant sur cinq appuis. Puis une modélisation plus réaliste le considèrera comme étant un arbre coudé reposant sur les même appuis.

Ces appuis seront pris en premier lieu comme étant rigides. Dans une seconde approche, ils seront considérés comme étant des appuis élastiques dus au film d'huile.

#### a- Premier modèle (fig 5.1)

Dans ce modèle, le maneton et les deux bras d'une manivelle seront modélisés en un élément circulaire.

Dans le cas d'appuis rigides, on autorise seulement la rotation autour de l'axe OX des noeuds d'appuis.

Dans le cas des appuis élastiques, Le film d'huile, qui amortit les accélérations intenses que subit le tourillon, est modélisé par un ressort de raideur  $K=10^8 \text{ N/m}$ . On autorise en plus les déplacements V et W selon les axes OY et OZ. Les noeuds "non appuis" ont six degrés de libertés.

Le modèle est établi en 14 éléments et 15 noeuds.

#### b- Second modèle (fig 5.2)

On modélise chaque élément par une poutre circulaire. La discrétisation a donné 22 éléments et 23 noeuds.

#### c- Troisième modèle (fig 5.3)

Le vilebrequin est considéré comme un arbre coudé, où le tourillon et le maneton sont des poutres circulaires et le bras est rectangulaire. Modèle en 22 éléments et 23 noeuds.

### 3.2.2- Formulation

L'application du théorème de l'énergie potentielle du système permet d'aboutir à la formulation du problème statique par la détermination de la rigidité globale [Kg] obtenue par assemblage des matrices de rigidités



élémentaires des éléments poutres utilisés (4).

Les formes d'énergies que doit représenter l'élément sont:

- extension selon l'axe OX :  $U_c = 1/2 (u_x)^T [K_c] (u_x)$
- torsion selon l'axe OX :  $U_t = 1/2 (\theta_x)^T [K_t] (\theta_x)$
- flexion dans le plan XY :  $U_{fz} = 1/2 (q_z)^T [K_{fz}] (q_z)$
- flexion dans le plan XZ :  $U_{fy} = 1/2 (q_y)^T [K_{fy}] (q_y)$  (25)

avec  $U_{total} = 1/2 (q_g)^T [K_g] (q_g) = U_c + U_t + U_{fz} + U_{fy}$  (26)

$$\text{et } [K_c] = \frac{ES}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad [K_t] = \frac{GI_x}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K_{fz}] = \frac{EI_z}{l} \begin{bmatrix} 12 \sigma l & -12 \sigma l & & \\ & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ \text{sym.} & & 12 & -6l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \quad [K_{fy}] = \frac{EI_y}{l} \begin{bmatrix} 12 \sigma l & -12 \sigma l & & \\ & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ \text{sym.} & & 12 & -6l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

ainsi  $[K_g]$  (d'ordre 12-12) se déduit par assemblage des rigidités élémentaires selon leurs degré de libertés.

### 3.2.3- Formulation des contraintes par éléments finis

a- La contrainte normale à la section droite de l'élément provoquée par l'effort axial  $N_x$ , et les moments fléchissants  $M_y$  et  $M_z$  et a pour expression:

$$\sigma_x = N_x/S + M_y z/I_y + M_z y/I_z \quad (28)$$

qui peut s'exprimer en fonction des déplacements et leurs dérivés:

$$\sigma_x = E \left[ \frac{\delta u}{\delta x} - y \frac{\delta^2 v}{\delta x^2} - z \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \right] \quad (29)$$

b- La contrainte de cisaillement dans une poutre à section circulaire a pour expression:  $\tau_{max} = M_t R / I_p$  (30)

Et pour une poutre rectangulaire, elle est (31):

$$\tau_{max} = M_t (3 + 1.8 c/b) / bc^2 \quad (31)$$

### 3.2.4- Dimensionnement

Le Logiciel élaboré utilisant la MEF permet, par l'introduction des dimensions du modèle étudié, de calculer

le moment de torsion et d'établir les déplacements aux noeuds, et les contraintes au milieu de l'élément.

La vérification des contraintes admissibles du matériau permet de déduire les dimensions optimales du modèle.

#### 4- APPLICATION AU VILEBREQUIN F4L912

##### 4.1- Détermination des efforts sur le vilebrequin

Cette application permet de déterminer les composantes des efforts sur la manivelle en fonction de l'angle de rotation  $\theta$  avec un pas angulaire d'un degré. (fig 3.3)

L'effort maximal exercé sur le maneton se produit à un angle  $\theta = 337^\circ$  et avec une intensité:

$$F_{A_{\max}} = 53102.5 \text{ N} \quad (X_A = 21836.5 \text{ N} \text{ et } Y_A = 48404.9 \text{ N})$$

Remarques:

Le chargement  $F_A(\theta)$  appliqué sur le noeud milieu du maneton est variable en intensité, direction et point d'application selon l'ordre d'allumage dans le moteur, ainsi la position critique  $\theta_c$  du vilebrequin n'est pas connue au préalable.

##### 4.2- RESULTATS

a- Méthode classique: Les données relatives au moteur F4L912 sont:  $M_p = 1.635 \text{ Kg}$  -  $M_b = 1.700 \text{ Kg}$  -  $M_m = 2.800 \text{ Kg}$   
masses de : piston et accessoires - bielle - manivelle  
 $\epsilon = 17$  -  $D = 0.10 \text{ m}$  : taux compression et alésage piston  
 $C = 0.12 \text{ m}$  -  $L = 0.21 \text{ m}$  : course piston et entraxe bielle  
 $L_G = 0.14 \text{ m}$  : position centre de gravité bielle / son pied  
 $I_{Gz} = 209.5 \text{ Kg m}$  : moment d'inertie de la bielle

Les contraintes admissibles du matériau utilisé, dues à l'effort de pression et l'effort tangentiel maximal sont:

Maneton	: $\sigma_{fadm} = 15.10 \text{ N/m}^2$	$\sigma_{tadm} = 17.10 \text{ N/m}^2$
Bras	: $\sigma_{fadm} = 14.10 \text{ N/m}^2$	$\sigma_{tadm} = 13.10 \text{ N/m}^2$
tourillon:	$\sigma_{fadm} = 6.10 \text{ N/m}^2$	$\sigma_{tadm} = 12.10 \text{ N/m}^2$



L'introduction de ces données dans le programme a donné:

Maneton : diamètre  $d_m \geq 32.385$  mm

bras : épaisseur  $a \geq 24.027$  mm - longueur  $b \geq 48.054$  mm

tourillon : diamètre  $d_t \geq 58.737$  mm

b- MEF - troisième modèle (déplacement et contrainte)

Axe	Ox		Oy		Oz	
	U	$\theta_x$ (rd)	V (m)	$\theta_y$ (rd)	W (m)	$\theta_z$ (rd)
Ap. Rig.	0	$.16 \cdot 10^{-1}$	$.71 \cdot 10^{-4}$	$.10 \cdot 10^{-2}$	$.20 \cdot 10^{-4}$	$.46 \cdot 10^{-3}$
Ap. Ela.	0	$.16 \cdot 10^{-1}$	$.35 \cdot 10^{-3}$	$.35 \cdot 10^{-3}$	$.22 \cdot 10^{-3}$	$.96 \cdot 10^{-3}$

Contrainte	$\sigma_x$ (N/m <sup>2</sup> )	$\tau$ (N/m <sup>2</sup> )
Ap. Rigide	$0.20 \cdot 10^{-8}$	$0.36 \cdot 10^{-8}$
AP. Elastiq.	$0.76 \cdot 10^{-8}$	$0.36 \cdot 10^{-8}$

#### 5- COMPARAISON DES METHODES UTILISEES

Elément		Touril.	Maneton	Bras
Dimension		$d_t$ (m)	$d_m$ (m)	b (m)
Méthode classique		0.059	0.033	0.049
Méthode des éléments finis	1°Modèle	0.045	-	-
	2°Modèle	0.067	0.054	-
	3°Modèle	0.065	0.058	0.182
Dimensions réelles		0.070	0.060	-

La différence entre les dimensions des éléments selon la méthode utilisée est due au fait que la méthode classique concernait l'étude d'une seule manivelle isostatique, par contre le calcul par la MEF fait intervenir l'effet de la torsion et l'influence des manivelles entre elles.

Les résultats obtenus par la MEF, surtout dans le cas du troisième modèle qui s'adapte à la structure réelle, sont très proches des dimensions pratiques.

#### 6.- CONCLUSION

Les dimensions optimales obtenues par le calcul par éléments finis sont satisfaisantes comparées aux dimensions pratiques étant donné que le vilebrequin est considéré comme hyperstatique sur cinq appuis rigides puis élastiques, ce qui est très proche de la réalité.

Les trois modèles développés permettent d'établir la distribution des déplacements et contraintes normales et tangentielles à chaque section du vilebrequin.

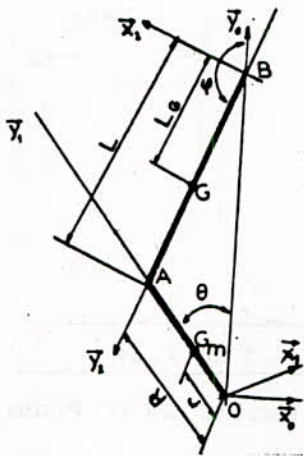
Enfin, l'étude élaborée et le logiciel développés s'adaptent à n'importe quel type de vilebrequin à condition que l'on ait le cycle thermodynamique du moteur.

#### 7.- BIBLIOGRAPHIE

- [1] B. SWOBODA *mécanique des moteurs alternatifs*  
EDITION TECHNIP 1974
- [2] R. BRUN *science et technique du moteur diesel industriel et de transport* EDITION TECHNIP 1984
- [3] QUILLET *encyclopédie des sciences industrielles* 1974
- [4] T. YANG *finite element in structural analysis*  
PRINT. HALL 1986
- [5] A.J. DAVIES *the FEM : a first approach*  
OXFORD APPLIED MATH. AND COMPUT. SCIENCE SERIES 1980
- [6] G. DHATT - G. TOUZOT *une présentation de la MEF*  
MALOINES S. A. EDITEUR 1984
- [7] R. BIGRET *techniques de l'ingénieur* B772 1975
- [8] S.P. TIMOSHENKO *résistance des matériaux*  
TOME 1 DUNOD PARIS 1968

REMERCIEMENTS: Les auteurs remercient vivement Mr M. L. Moussaoui pour sa contribution à la réalisation de ce travail





**LEGENDE :**

- L LONGUEUR BIELLE
- L<sub>G</sub> POSITION DU CENTRE DE GRAVITE DE LA BIELLE PAR RAPPORT A L'AXE DU PISTON
- R RAYON DE MANIVELLE
- (CO, x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>) REPERE FIXE
- (CO, x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>) REPERE MOBILE LIE A LA MANIVELLE
- (CB, x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>, z<sub>2</sub>) REPERE MOBILE LIE A LA BIELLE
- y<sub>0</sub> L'AXE DU CYLINDRE
- z<sub>0</sub> L'AXE DU VILEBREQUIN
- y<sub>1</sub> L'AXE DE LA MANIVELLE
- θ = (y<sub>0</sub>, y<sub>1</sub>) ANGLE DE ROTATION DU VILEBREQUIN
- φ = (y<sub>0</sub>, y<sub>2</sub>) ANGLE DE ROTATION DE LA BIELLE

fig 1:

**Représentation du système bielle-manivelle**

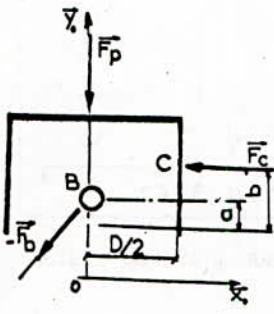


fig 2.1: PISTON

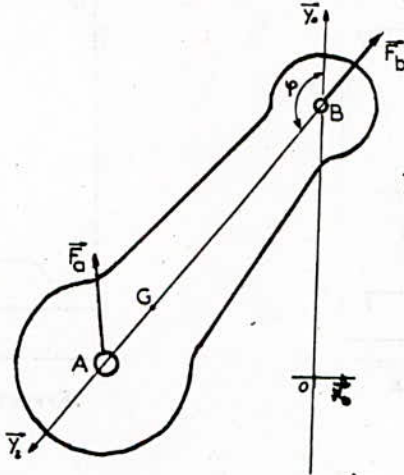


fig 2.2: BIELLE

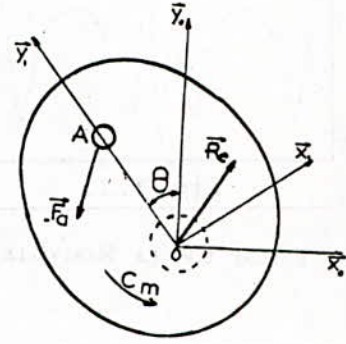


fig 2.3: MANIVELLE

$$F_p = \begin{pmatrix} 0 \\ -y_p(\theta) \\ 0 \end{pmatrix} : \text{du aux gaz}$$

$$F_c = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ 0 \end{pmatrix} : \text{de frottement}$$

$$-F_b = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ 0 \end{pmatrix} : \text{exerce par axe du piston}$$

F<sub>a</sub> : exerce par la manivelle/bielle

R<sub>e</sub> : réaction des paliers

C<sub>m</sub> : couple moteur

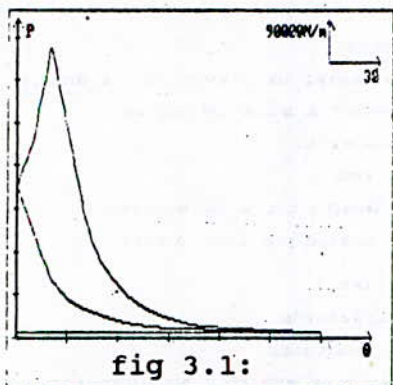


fig 3.1:

CYCLE THERMODYNAMIQUE

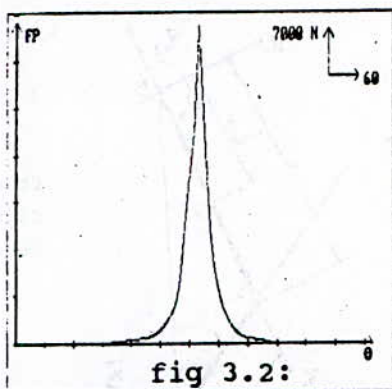


fig 3.2:

EFFORT DE PRESSION SUR LE PISTON

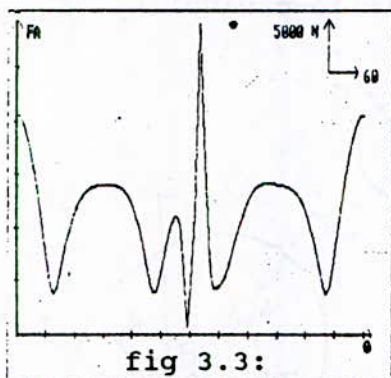


fig 3.3:

EFFORT SUR LA MANIVELLE

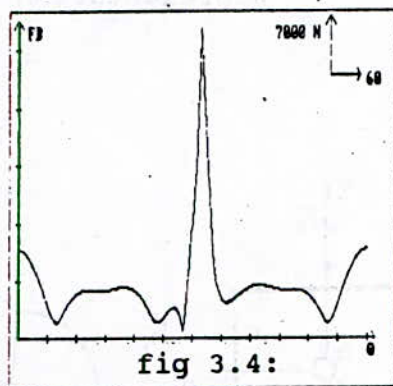


fig 3.4:

EFFORT SUR L'AXE DU PISTON

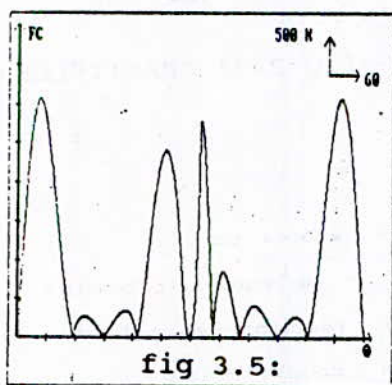


fig 3.5:

EFFORT SUR LA CHEMISE

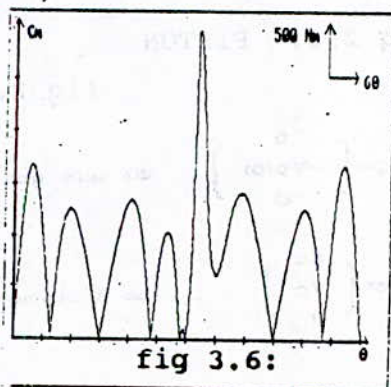
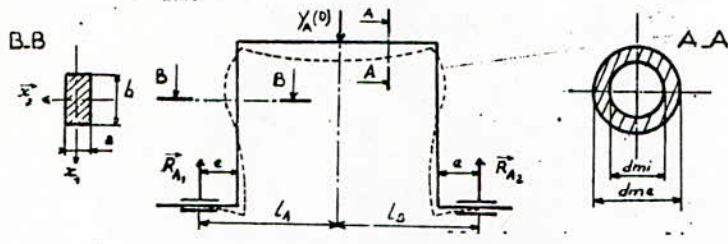


fig 3.6:

COUPLE MOTEUR

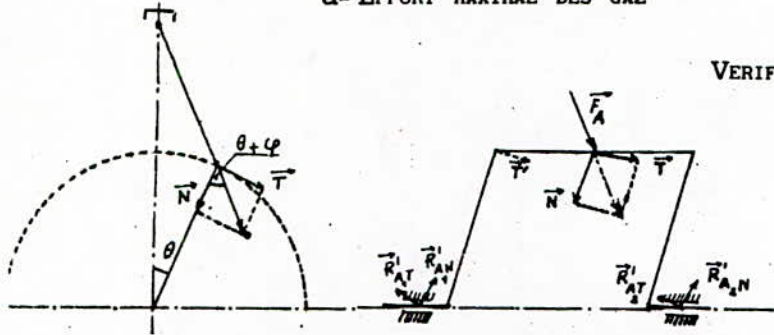




a- EFFORT MAXIMAL DES GAZ

fig 4.:

VERIFICATION DE LA BIELLE



b- EFFORT TANGENTIEL

fig 5.1: PREMIER MODELE

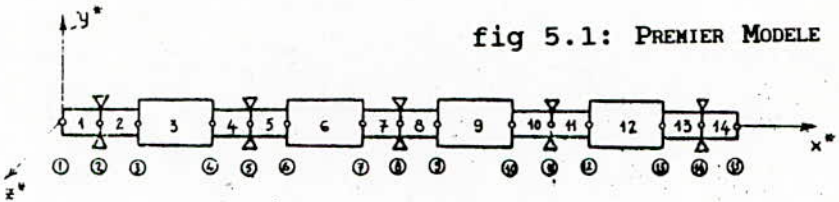


fig 5.2: DEUXIEME MODELE

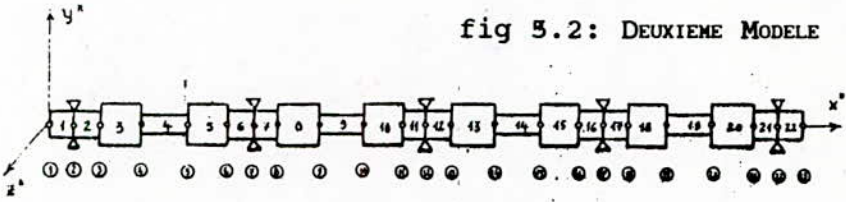
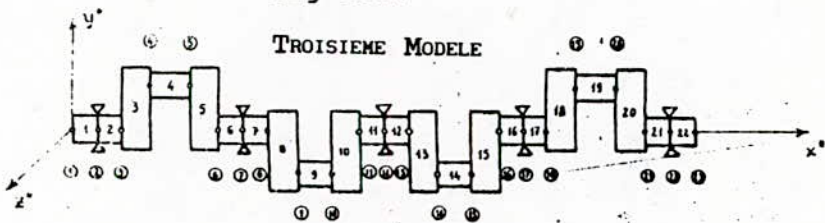


fig 5.3:

TROISIEME MODELE



# MODELISATION 3D EN SUPER - ELEMENTS DE VILEBREQUIN

PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

F. BELBLIDIA<sup>®</sup> - S. RECHAK<sup>®</sup>

**الملخص :** تجزئة عقدية ذات ثلاثة ابعاد للعناصر الثلاث

الأساسية المكونة للعمود المرفقي F4L912 من بين 33 عنصر،  
وباستعمال طريقة التكثيف التي تسمح لنا بإنشاء نموذج المكون  
من ثلاثة عناصر كبرى. التحويل الهندسي يسهل تجميع إستعمال  
النموذج إلى أعدة مرفقية أخرى.

## ABSTRACT

A 3D mesh refinement of the three principal parts of an F4L912 crankshaft among the 33 parts and the usage of the condensation method leads to a model characterized by the development of three super-elements.

We also define a geometric transformation which facilitate the usage of the present model to other crankshafts.

## RESUME

Un maillage 3D de trois principaux constituants du vilebrequin F4L912 parmi les 33 le formant et l'utilisation de la condensation permet d'établir son modele par l'élaboration des trois super-éléments. La définition d'homothéties facilite l'extrapolation du modele à d'autres vilebrequins.

® Maitre assistant

® Professeur (ENP/Mécanique)



Le vilebrequin, par sa forme complexe pose un souci au niveau du dimensionnement et d'optimisation de forme car toutes les formes de contraintes sont couplées. Plusieurs travaux de modélisation ont été menés en utilisant la méthode des éléments finis, qui reste une méthode très efficace pour le traitement de ce genre de problèmes, associée à des techniques d'optimisation de temps de calcul vu la taille du système d'équations régissant la structure. L'exemple cité en [1,2] utilise une combinaison de la méthode des matrices de transfert avec la M.E.F à cette fin et où la notion de "zoom" est appliquée.

Le vilebrequin est une succession d'éléments standard: tourillon, bras, maneton, bras, ... ,disposés dans l'espace selon son utilisation et le type du moteur. fig 1

La première étape de la modélisation (objet de ce travail) passe par le maillage "grossier" en 3D de ces éléments simples. De plus on ne tient pas compte à ce niveau, des trous de graissage [3-5] et la forme du bras sera modifié.

Les zones à fort gradient de contraintes appelées disques de jonction (liaison tourillon-bras et maneton-bras) sont isolées pour une étude plus détaillée (seconde étape).

Ainsi, pour chaque vilebrequin on définit trois principaux éléments de formes différentes (Tourillon, bras, disque de jonction,) sur l'ensemble, et le maillage global de ce dernier se fera par des transformations ponctuelles

Le vilebrequin F4L912 du moteur de camion à quatre temps et à quatre cylindres en ligne [3] est pris comme exemple après avoir déterminé l'effort sur le maneton par l'étude dynamique du système bielle-manivelle.

#### 1- MAILLAGE DES TROIS CONSTITUANTS DU VILEBREQUIN F4L912

Nous proposons un maillage 3D de ce vilebrequin par le biais de ces 3 constituants, et qui pourra être utilisé à

d'autres types de vilebrequins sous certaines conditions.

Le maillage 3D se fera alors selon deux plans:

- Le plan  $(x,y)$ , où le maillage est un empilement de même formes avec les même noeuds à la frontière permettant l'assemblage entre constituants.

- Le plan  $(x,z)$  définissant le maillage propre.

On utilise à cet effet deux types d'éléments 3D isoparamétriques à interpolation quadratique: la brique à 20 noeuds (C3D20) et la pyramide à base rectangulaire à 15 noeuds (C3D15) de la bibliothèque d'ABAQUS [21]

#### 1.1- MAILLAGE DU TOURILLON (fig 2)

C'est un disque maillé en deux empilements. Dans le but de réduire la taille de sa matrice de rigidité, on utilise la technique des équations de liaison [14,15,ANNEXE] pour lier, au centre (fig 5), un élément C3D15 à deux C3D20.

#### 1.2- MAILLAGE DU DISQUE DE JONCTION (fig 3)

Cette partie du vilebrequin est lieu de concentration de contraintes dûe à la variation de section [6-8], nous avons donc préféré l'isolée pour une étude postérieure plus détaillée (optimiser sa forme) .

On reprend d'un côté les noeuds du tourillon pour l'assemblage, l'arrondi extérieur est obtenu par des C3D15.

#### 1.3- MAILLAGE DU BRAS (fig 4)

Il a une forme assez complexe, et est lieu de jonction du tourillon d'un côté et du maneton de l'autre, permettant un désaxage entre eux égal à la demi-course du piston.

Le maillage dans le plan  $(x,y)$  est difficile étant donné que la somme des rayons (tourillon et maneton) est supérieur à la demi-course (cas du F4L912), ce qui induit l'existence d'une zone de transition permettant le passage du maillage du tourillon au maneton (fig 6).



De plus il faut éviter la trop grande distortion des éléments C3D20 régie par le calcul du Jacobien [6,9-12].

Si on fait le compte de la taille des matrices globales de rigidité (statique) et masse (dynamique) on obtient:

	touril.	disq. j.	bras
nbr. éléments	60	42	164
nbr. noeuds	407	309	1034
nbr. d.d.l	1221	927	3102
nbr. constit.	4 <sup>manet</sup> 5 <sup>touril</sup>	8 + 8	8
tot. éléments	540	672	1312
tot. noeuds	3663	4944	8272
tot. d.d.l	10989	14832	24816

TABLEAU 1: Le maillage directe du vilebrequin F4L912

Avec une taille de 50.000, la précision de la simulation est insuffisante à cause du maillage grossier, de plus le chargement sur les manetons  $F_A(\theta)$  (fig 7) [3-5] est variable (point d'application et direction). L'utilisation de la méthode de sous-structuration est souhaitable.

L'analyse en sous-structure offre les avantages suivants :

- Préparation des fichiers de données : préparation de 3 fichiers de données (3 constituants) sur les 33 nécessaires à la modélisation et utiliser ainsi les propriétés géométriques du vilebrequin (symétries et répétitions de forme), donc un gain de temps.
- La modification dans le maillage d'un constituant n'entachera pas celle de l'ensemble du maillage.
- On pourra aisément isoler un constituant pour une étude détaillée après un raffinement du maillage.

## 2- FORMATION DES TROIS SUPER-ELEMENTS

La technique repose sur la condensation de certains noeuds sélectionnés au niveau des constituants en utilisant la méthode frontale [ANNEXE, 14, 20].

Cette méthode trouve sa puissance dans la résolution des matrices faiblement peuplées [9, 14, 15] (mais C.P.U. élevé).

Le choix des noeuds à conserver est fait sur la base de l'application des conditions aux limites ou des charges extérieures à la structure et des noeuds d'assemblage.

### 2.1- SUPER-TOURILLON (maneton)

- sur chaque face de liaison avec les disques de jonction (noeuds servant à l'assemblage) on conserve 12 noeuds se trouvant sur le rayon extérieur et un noeud au centre,

- et 6 noeuds à la mi-longueur sur le rayon extérieur pour l'application des conditions aux limites (pour le maneton ces 6 noeuds sont lieu d'application de la charge). Ce choix nous permet d'effectuer la simulation du vilebrequin (2 tours) à pas réguliers de  $60^\circ$  sous le chargement  $F_A(\theta)$ .

### 2.2- SUPER-DISQUE DE JONCTION (tourillon - bras)

Le disque de jonction a été introduit pour pouvoir l'isoler du vilebrequin et établir ainsi la carte des contraintes au niveau de l'arrondi (zone à problèmes [1, 2]) après un raffinement de maillage.

- sur chaque face du disque on ne garde que les 13 noeuds pour l'assemblage (même position que ceux du tourillon).

- et 6 noeuds à la mi-épaisseur du disque sur l'arrondi régulièrement espacés, pour la détermination de la position  $\theta_c$  critique du vilebrequin.

### 2.3- SUPER-BRAS

Pour le bras on ne garde, sur chaque face que les 13 noeuds d'assemblage avec les disques.



Le super maneton est déduit du maillage du tourillon, de même pour les disques, en définissant une homothétie :

$$[H_n]_{D-T} = \begin{bmatrix} R_t/R_m & 0 & 0 \\ 0 & R_t/R_m & 0 \\ 0 & 0 & L_t/L_m \end{bmatrix}, \quad [H_n]_{DT-DM} = \begin{bmatrix} R_{dt}/R_{dm} & 0 & 0 \\ 0 & R_{dt}/R_{dm} & 0 \\ 0 & 0 & L_{dt}/L_{dm} \end{bmatrix}$$

où  $R_t (R_m) - L_t (L_m)$  rayon - longueur tourillon (maneton)  
 $R_{dt} (R_{dm}) - L_{dt} (L_{dm})$  rayon-longueur disque tourillon (maneton)

Ainsi à partir des rigidités des 3 constituants on définit ceux des 5 constituants principaux formant le vilebrequin.

### 3- DETERMINATION DE LA RIGIDITE CONDENSEE DU VILEBREQUIN

Maintenant la rigidité condensée de chacun des 5 constituants peut être prise comme référence et traitée comme celle d'un élément usuel. Pour déterminer la rigidité du vilebrequin il faut au préalable déterminer, par le biais de transformations de passage entre constituants de même formes, celles des 33 constituants du vilebrequin.

Cette transformation nodale  $[T_n]$  est identique pour les coordonnées et les déplacements (isoparamétriques).

Par sa géométrie, on a pour le vilebrequin F4L912 trois types de matrices de passage entre repères: une symétrie dans le plan  $(x,y)$   $[T_n]_{(x,y)}$ ; une symétrie dans  $(x,z)$   $[T_n]_{(x,z)}$  et une double symétrie  $[T_n]_{\{x,y\}}$

Les matrices de passage (nodal) appliquée au vilebrequin :

$$[T_n]_{(x,y)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad [T_n]_{(x,z)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [T_n]_{\{x,y\}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

La matrice de transformation  $[T_e]$  du super-élément est:

$$[T_e] = \begin{bmatrix} [T_n]_1 & 0 & 0 \\ 0 & [T_n]_2 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & [T_n]_m \end{bmatrix} \quad \text{o m est le nombre de noeuds du super-lement}$$

La rigidité  $[K']$  d'un constituant donné sera déterminée à partir de celle du constituant de référence, et on procède ensuite à l'assemblage de l'ensemble des matrices:

	<i>touril.</i>	<i>disq. j.</i>	<i>bras</i>
<i>nbr. noeud cons.</i>	32	32	26
<i>nbr. d. d. l cons.</i>	96	96	78
<i>nbr. constit.</i>	4 <sup>manet</sup> 5 <sup>touril</sup>	8 + 8	8
<i>tot. noeud cons.</i>	288	512	208
<i>tot. d. d. l cons.</i>	864	1536	624

TABLEAU 2: Maillage du vilebrequin F4L912 en super-éléments

L'ordre de la matrice de rigidité globale condensée du vilebrequin est donc de 3000, ce qui permettra alors d'effectuer les 12 cas de chargements statique  $F_A(\theta)$ , et déterminer ainsi la position  $\theta_c$  critique du vilebrequin.

Il nous sera possible après cela d'isoler n'importe quel constituant pour une étude plus détaillée.

#### 4- GENERALISATION DU MODELE F4L912 A D'AUTRE VILEBREQUINS

Le modèle proposé du vilebrequin F4L912 par le maillage des 3 constituants peut-être extrapoler à d'autres types de vilebrequin (6-8 cylindres, en V, ...) car il n'est qu'une succession de tourillon-bras-maneton disposés d'une certaine manière dans l'espace.

Il suffit donc, par le biais d'homothéties de redéfinir les matrices des 3 constituants de références (tourillon, bras et disque de jonction) à partir de celles du F4L912.

Les homothéties (nodal) pour tourillon et disque sont:

$$[H_n]_{\text{tour.}} = \begin{bmatrix} R_t/R_{tr} & 0 & 0 \\ 0 & R_t/R_{tr} & 0 \\ 0 & 0 & L_t/L_{tr} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [H_n]_{\text{disq. jon.}} = \begin{bmatrix} R_d/R_{dr} & 0 & 0 \\ 0 & R_d/R_{dr} & 0 \\ 0 & 0 & L_d/L_{dr} \end{bmatrix}$$

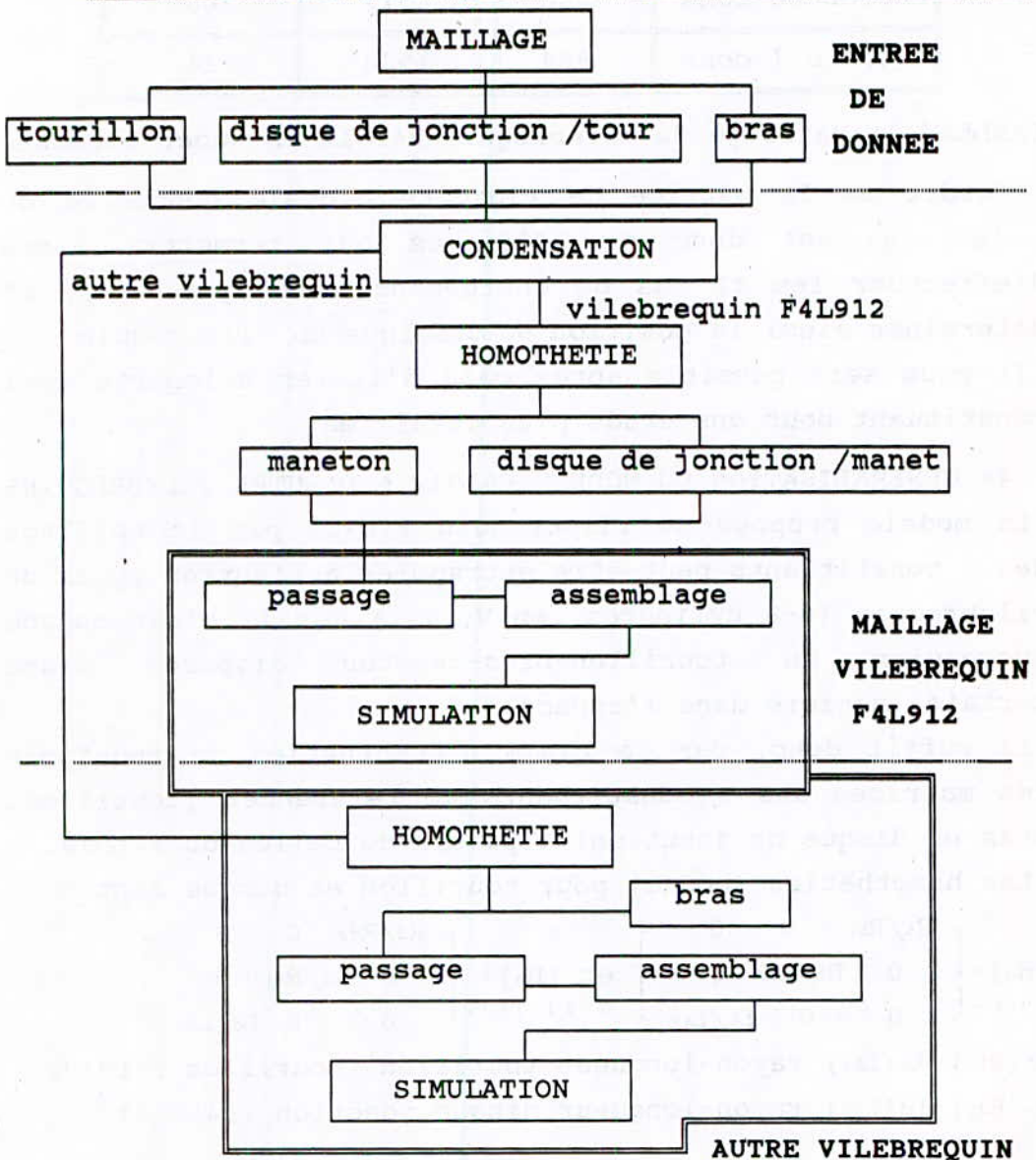
$R_t(R_{tr}) - L_t(L_{tr})$  rayon-longueur tourillon (tourillon F4L912)

$R_d(R_{dr}) - L_d(L_{dr})$  rayon-longueur disque jonction (F4L912)



L'extrapolation du modèle du bras F4L912 à d'autre bras n'est possible que si les même facteurs de réduction ou d'accroissement des dimensions s'applique à la course.  
 L'extrapolation des résultats du maillage du vilebrequin F4L912 est reprise sur organigramme.

ORGANIGRAMME DE MODELISATION DU VILEBREQUIN



ANNEXE :

LES EQUATIONS DE LIAISON

- INTRODUCTION

Les équations de liaison définissent des relations entre certains ddl en plus des équations de base de la MEF. Elles sont utilisées dans plusieurs cas d'analyse de structure:

- connexion de noeuds n'ayant pas au même souci d'analyse
- définition de conditions aux limites spéciales...

Il y a plusieurs façons d'introduire ce type d'équations:

1-) Multiplicateur de LAGRANGE [6,9,14-20]

La méthode repose sur la formulation mixte de la MEF où les inconnues sont les déplacements et contraintes. Les équations augmentées de contraintes expriment la liaison.

L'expression de l'énergie de déformation de déplacement:

$$\Pi = 1/2 (U)^T [K] (U) - (U)^T (F) \quad (1)$$

Les (r) équations de liaison s'expriment sous la forme:

$$\begin{matrix} [G] & (U) & = & (q) \\ r, n & n, 1 & & r, 1 \end{matrix} \quad (2)$$

Ainsi l'expression de l'énergie augmentée  $\Pi^*$  :

$$\Pi^* = \Pi + m [G] \quad (3)$$

qui traduit  $[K] (U) = (F)$  et  $[G] (U) = (q)$

Les inconnues de l'équ. 3 sont m (coefficients de LAGRANGE) et le déplacement (U). La minimisation de  $\Pi^*$  donne:

$$\begin{bmatrix} [K] & [G] \\ [G]^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (U) \\ (m) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (F) \\ (q) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

L'équ. 4 est un modèle de formulation mixte, mais son inconvénient est l'augmentation de la taille du système.

2-) Méthode des pénalités (penality's method) [6,9-13]

Nous définissons l'expression de l'énergie augmentée comme:

$$\Pi^* = 1/2 (U)^T [K] (U) - (U)^T (F) + \alpha/2 ( [G] (U) - (q) ) ( (U)^T [G]^T - (q)^T ) \quad (5)$$

De l'équ. 5 si on choisit un  $\alpha$  assez grand ( $\alpha \rightarrow \infty$ , mais pour éviter des problèmes numériques et selon l'ordinateur



[13,22] on prendra  $\alpha$  de l'ordre de  $10^3 \max K_{11}$ ) sans pour autant que  $\Pi^*$  augmente il faut que le terme  $([G](U)-(q))$  tend vers zéro. La minimisation de l'énergie  $\Pi^*$  donne:

$$\begin{pmatrix} [K] + \alpha [G]^T [G] \end{pmatrix}_{n,n} (U) = ((F) + \alpha [G]^T (q)) \quad (6)$$

d'où  $[K^*]_{n,n} (U) = (F^*)$  avec  $(7)$

$$[K^*] = [K] + \alpha [G]^T [G] \text{ et } (F^*) = (F) + \alpha [G]^T (q) \quad (8)$$

La méthode a l'avantage de conserver la taille du système, mais influe sur la largeur de la bande. La méthode frontale est souhaitée dans la résolution de l'équ. 7.

### 3- EXEMPLE D'APPLICATION DES EQUATIONS DE LIAISON (MPC)

Soit à définir les liaisons à appliquer dans l'assemblage liant deux éléments C3D20 à un C3D15 en assurant la continuité de la géométrie et du déplacement. *fig 5*

La liaison se fera en égalisant les coordonnées et les déplacements du noeud "réel" (connus et régis par les équations standard de la M.E.F.) avec ceux du noeud "fictif" correspondant (déterminés par l'interpolation).

1<sup>er</sup> cas: Noeud sur le côté de l'élément (P et Q)/(P" et Q")

L'interpolation des coordonnées (déplacements):

$$\begin{Bmatrix} X(g,h,r) \\ Y(g,h,r) \\ Z(g,h,r) \end{Bmatrix}_{P'/Q'} = \begin{bmatrix} X_a & X_b & X_c \\ Y_a & Y_b & Y_c \\ Z_a & Z_b & Z_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_a(g,h,r) \\ N_b(g,h,r) \\ N_c(g,h,r) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

L'équation de liaison se définira alors, en égalisant l'équ. 9 à la valeur connue des coordonnées (déplacements) du noeud P  $(g,h,r) = (-1/2, -1/2, 0)$  de l'élément 1.

$$\begin{Bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} X_a & X_b & X_c \\ Y_a & Y_b & Y_c \\ Z_a & Z_b & Z_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_a(-1/2, -1/2, 0) \\ N_b(-1/2, -1/2, 0) \\ N_c(-1/2, -1/2, 0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

2<sup>nd</sup> cas: Noeud sur la face de l'élément (noeud central J)

Ce noeud se trouve sur la face  $(a,b,c,s,d,e,f,t)$ , la

liaison se fera en égalisant pour les coordonnées:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(g,h,r) \\ y(g,h,r) \\ z(g,h,r) \end{array} \right\}_j = \left\{ \begin{array}{l} x_j \\ y_j \\ z_j \end{array} \right\}_1 = \left\{ \begin{array}{l} x_j \\ y_j \\ z_j \end{array} \right\}_2 \quad (11)$$

Pour le noeud J' ses variables sont définies par l'interpolation isoparamétrique et la liaison des coordonnées (déplacements) sera définie selon l'équ.11 avec les coordonnées isoparamétrique du noeud J

J est telque  $(g,h,r) = (0,0,0)$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{cccccccc} X_a & X_b & X_c & X_s & X_d & X_e & X_f & X_t \\ Y_a & Y_b & Y_c & Y_s & Y_d & Y_e & Y_f & Y_t \\ Z_a & Z_b & Z_c & Z_s & Z_d & Z_e & Z_f & Z_t \end{array} \right] \left( \begin{array}{l} N_a(0,0,0) \\ N_b(0,0,0) \\ N_c(0,0,0) \\ N_s(0,0,0) \\ N_d(0,0,0) \\ N_e(0,0,0) \\ N_f(0,0,0) \\ N_t(0,0,0) \end{array} \right) \quad (12)$$

### CONCLUSION

Le vilebrequin F4L912 après avoir été modélisé en éléments poutres [3], a fait l'objet d'un maillage 3D en deux étapes pour la simulation statique et dynamique:

1- Maillage des trois principaux constituants (tourillon, bras, et disque de jonction) parmi les 33 nécessaires, et profiter de sa géométrie

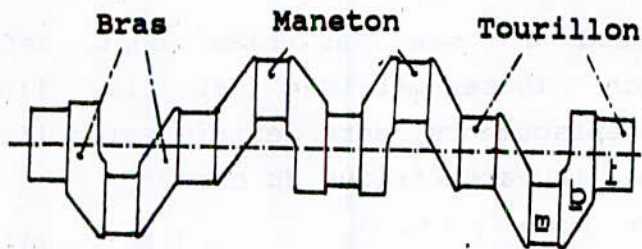
2- La technique de condensation et d'équations de liaisons permettent de réduire la taille du système en formant ainsi les trois super-éléments (gain de temps de résolution).

La définition d'homothéties permet d'extrapoler le modèle à d'autres vilebrequins ou toutes pièces cylindriques.

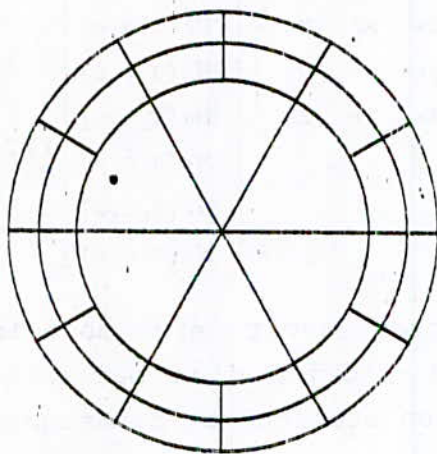
### SINCERE REMERCIMENT A

A Pr H.Gachon de l'ENSAM (Paris) pour l'utilisation d'ABAQUS, à Pr A.Chaker de l'USTHB pour son aide, et les responsables du projet PNUD pour le financement du stage.

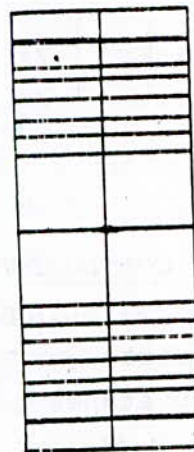




**fig 1: Vilebrequin F4L912**

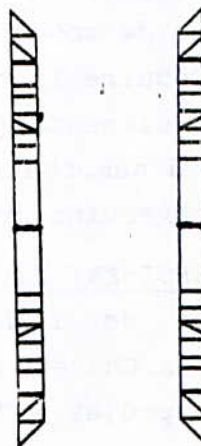
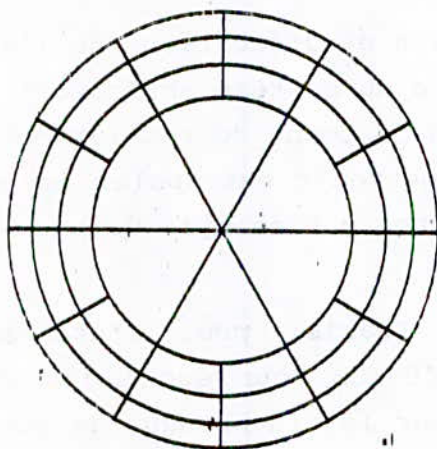


**fig 2:**  
**Maillage**  
**du Tourillon**



1ER DISQUE AXE LARGE  
MESH FROM 000 0000 0000 0000 0000 0000

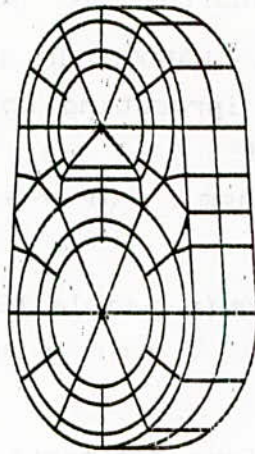
DISQUE AXE LARGE  
MESH FROM 000 0000 0000 0000 0000 0000



DISQUE AXE MINCE  
MESH FROM 000 0000 0000 0000 0000 0000

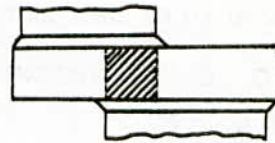
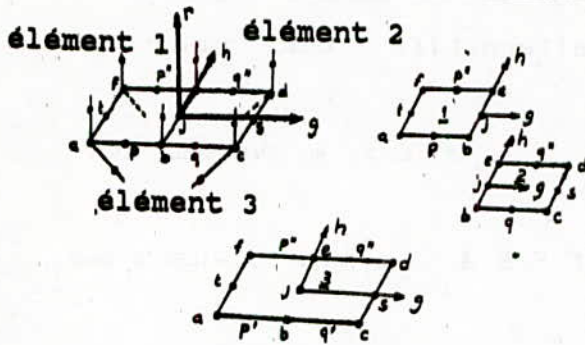
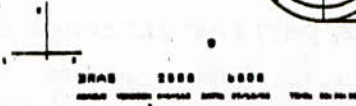
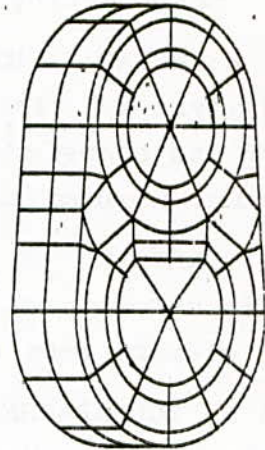
1ER 2ND DISQUE AXE MINCE  
MESH FROM 000 0000 0000 0000 0000 0000

**fig 3: Maillage du disque de jonction**



**fig 4:**

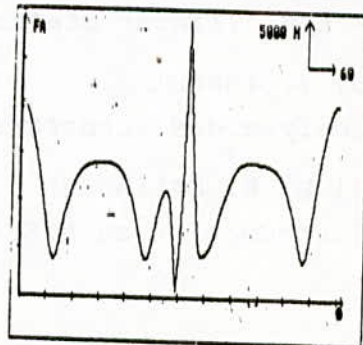
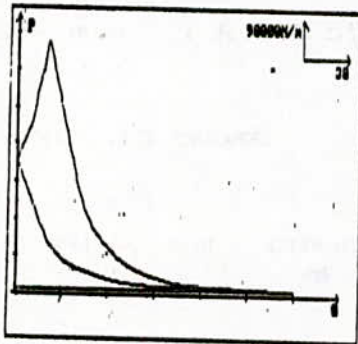
**Maillage  
du Bras**



**fig 6:**

**Zone de transition  
dans le maillage du Bras**

**fig 5: La liaison M.P.C.**



**fig 7:**

**Cycle thermodynamique  
et effort sur le Maneton**



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] K. WAKABAYASHI - K. SHIMOYAMADA- T.YONEZAWA- S. IWAMOTO  
*the application of a combined transfer matrix and finite  
element method to the estimation of vibration stresses of  
a reciprocating engine crankshaft* REF. INCOMP. C19/87
- [2] K. WAKABAYASHI -T. SEKI -S. IWAMOTO -H. ITO  
*analyse of vibrations of reciprocating engine shaftings  
by the transfer matrix method*  
BULLET. OF MARINE ENGIN. SOC. IN JAPAN 1980 , 3 ,PP 27-39
- [3] S.RECHAK - M. L. MOUSSAOUI  
*dimensionnement d'un vilebrequin par la MEF  
( élément poutres )* P.F.E. / ENP JUIN 88
- [4] M. BOUKABACHE - R. AYAD  
*synthèse sur l'analyse dynamique des parties internes des  
moteurs en ligne et en V* P. F. E. / ENP JUIN 87
- [5] B. SWOBODA  
*mécanique des moteurs alternatifs* EDIT. TECHNIP 1974
- [6] O. C. ZIENKIEWICZ  
*la M.E.F* 3 EDIT. Mc GRAW HILL 1979
- [7] R. D. COOK  
*concepts & applicat. of F.E.A.* 2 EDIT. J. WILEY & Sons
- [8] K. J. BATHE  
*F.E. procedures in engin. analysis* PRINT.-HILL INC 1980
- [9] T. J. R. HUGHES  
*F.E.M. (linear static and dynamic F.E.A.)* PRINT.-HILL
- [10] J. IMBERT  
*analyse des structures par E.F.* CEPADUES EDT. 1975
- [11] R. H. GALLAGHER  
*introduction au M.E.F.* PRINTICE - HILL INC 1980

- [12] K. C. ROCKEY - H. EVANS - D. GRIFFITHS - D. NETHERCOT  
*introduction la M.E.F.* EYROLLES 1979
- [13] G. DHATT - G. TOUZOT  
*présentation de M.E.F.* 2 EDIT. MALOINES 1984
- [14] J. F. ABEL - M. S. SHEPHARD  
*an algorithm for multipoint constraints in F.E.A.*  
 REF. INCOMPLETE
- [15] J. I. CURISKIS - S. VALLIAPPAN  
*a solution algorithm for linear constraint equations in F.E.A.*  
 COMP. & STRUCT. VOL 8 PP 117-124 1978
- [16] B. M. IRONS  
*a frontal solution program for F.E.A.*  
 INT. J. NUM. MET. ENG. 2 PP 5-32 1970
- [17] R. JOLY  
*méthode frontale : analyse numérique et fonctionnelle*  
 UNIV. PARIS VI CENTRE NAT. DE LA RECH. SCIENT.
- [18] H. R. GROOMS  
*algorithm for matrix bandwidth reduction*  
 ASCE J. STRUCT. DIV. VOL. 98 N ST1 PP 5-32 1972
- [19] K. J. BATHE - E. L. WILSON  
*eigensolution of large structural systems with small bandwidth*  
 ASCE MEC. DIV. PP 467-479 DATE ?
- [20] XIAN LU  
*simplified dynamic condensation in multisubstructure systems*  
 COMP. & STRUCT. VOL 30 N 4 PP 851-854 1984
- [21] USER D'ABAQUS version 4.6
- [22] M. LAPORTE - J. VIGNES  
*algorithmes numériques: analyse & mise en oeuvre*  
 EDIT. TECH.



# PREDICTION DU GONFLEMENT DES SOLS EXPANSIFS APPLICATION AUX SOLS D'IN-AMENAS

Smain BELKACEMI<sup>1</sup> et Mustapha KEBAILI<sup>2</sup>

المختص: تم البحث بثلاثة طرق للتنبؤ نسبة أقصى الانتفاخ، التربة المتعددة بعد ما فصلنا  
على العوامل اللازمة للطرق المختلفة بالتجربة المخبرية على تربة عين أمناس. قوزنت  
النتائج المتوصل عليها بهذه الطرق مع نتائج القياسات التجريبية  
التي تم التوصل عليها بتجارب "أودومتريّة" في المخبر.  
نتائج التنبؤ التوصل إليها كانت أكبر مقداراً مقارنة مع القياسات المخبرية،  
وكبيرة جداً في حالات عينك ذات نسبة تمييه ابتدائية صغرى.  
هذه أمة دراسة مكنت من تكييف هذه الطرق على تربة عين أمناس، ومن  
دراسة مساسية هذه الطرق لنسبة التمييه "الابتدائيّة" مع تعريف  
مجال تغير نسبة التمييه لا عماله بهذه الطريقة.

## RESUME

Trois méthodes de prédiction du pourcentage de gonflement ultime des sols expansifs ont été examinées. Les paramètres nécessaires aux différentes méthodes ont été obtenus expérimentalement en laboratoire sur des sols d'In-Amenas. Les résultats de ces méthodes ont été comparés aux mesures expérimentales obtenues par des essais oedométriques en laboratoire.

Les résultats des prédictions ont été trouvés très élevés par rapport aux mesures expérimentales, et excessivement élevés si la teneur initiale en eau de l'échantillon est faible. La présente étude a permis d'adapter ces méthodes aux sols d'In-Amenas, d'étudier la sensibilité de ces méthodes à la teneur "initiale" en eau, et de définir un intervalle de teneur en eau à utiliser dans ces méthodes.

## ABSTRACT

Three prediction methods of percent ultimate swell of expansive soils were examined. The necessary parameters for the different methods were obtained experimentally in the laboratory on In-Amenas soils. The results of these methods were compared to the measures obtained by oedometer tests in the laboratory.

The prediction results were found very large relatively to the experimental measures, and excessively large if the initial water content of the sample is small. This study allowed to adapt these methods to In-Amenas soils, to examine the sensitivity of these methods to the initial water content, and to define an interval of water content to be used with these methods.

<sup>1</sup> Enseignant à l'Ecole Nationale Polytechnique

<sup>2</sup> Etudiant post-graduant à l'Ecole Nationale Polytechnique

## INTRODUCTION

Le problème de la prédiction du gonflement des sols expansifs a été extensivement étudié par des méthodes théoriques, semi-empiriques, empiriques, et expérimentales. Certaines méthodes de prédiction, se basent sur quelques paramètres physiques du sol, et permettent la détermination du gonflement global. D'autres méthodes permettent d'estimer l'évolution du gonflement dans le temps. Généralement, des résultats satisfaisants ont été obtenus dans le cas des sols pour lesquels ces méthodes ont été développées. Cependant, l'usage de ces méthodes pour d'autres sols expansifs peut induire des erreurs très larges.

Néanmoins, de ces études, des conclusions importantes ont pu être retenues. Parmi ces conclusions, on distingue l'influence directe ou indirecte, dans les différentes méthodes, des paramètres tels que la minéralogie, la plasticité, la teneur initiale en eau, le degré de saturation, la limite de retrait, l'indice de retrait, la limite de liquidité, la teneur en argile, la densité sèche, la pression de gonflement, la valence des cations, l'arrangement structurel, la vitesse d'imbibition, et la variation de la teneur en eau.

Dans le cas des argiles expansives, les variations de la teneur en eau sont à l'origine des variations de volume. L'amplitude de l'expansion dépend de la nature du fluide interstitiel, et des paramètres mécaniques et physico-chimiques du sol. La teneur naturelle en eau des sols expansifs affecte considérablement le potentiel de gonflement disponible. Il est admis que plus la teneur naturelle en eau d'un sol est élevée, moins est le gonflement induit par l'accroissement de la teneur en eau. Avec une telle conviction, confortée par les résultats expérimentaux, il devient alors naturel de prendre en considération la valeur de la teneur initiale en eau d'un sol dans la prédiction du gonflement.

Plusieurs méthodes de prédiction du pourcentage de gonflement ultime, qui tiennent compte de la teneur naturelle ou de reconstitution en eau du sol, sont rapportées dans la littérature. Dans la présente étude, trois de ces méthodes de prédiction du gonflement ultime sont examinées. Ces méthodes sont:

**Méthode-1:** de Nayak et Christensen (1971). Cette méthode, semi-empirique, se base sur des considérations théoriques de la pression osmotique et de la diffusion de la double couche pour une



texture à grains parallèles. Des constantes empiriques ont été introduites pour tenir compte de la texture réelle des sols. Ces constantes ont été évaluées par une étude expérimentale sur un grand nombre d'échantillons de sols de différentes limites de consistance et de différentes fractions argileuses. L'expression du pourcentage de gonflement ( $S_p$ ) est donnée par

$$S_p = (2.29 \times 10^{-2}) \times (I_p)^{1.45} \times \left(\frac{C}{\omega_i}\right) + 6.38$$

**Méthode-2:** de Vijayvergiya et Ghazzaly (1973). En considérant, pour les argiles, que la relation liant l'indice de plasticité et la limite de liquidité est linéaire, les auteurs ont conclu que la limite de liquidité est représentative du type et de la proportion de minéral argileux dans le sol. Sur la base de leur conclusion, les auteurs ont classé les argiles expansives selon leurs limites de liquidité. Pour chaque classe d'argile, le logarithme décimal du potentiel de gonflement a été linéairement relié à la teneur initiale en eau. Pour les différentes classes d'argile, une famille de droites parallèles a été obtenue. L'expression du pourcentage de gonflement est donnée par

$$\text{Log}(S_p) = \frac{1}{12} (0.4 \omega_i - \omega_i + 5.5)$$

**Méthode-3:** de Schneider et Poor (1974). En admettant que l'indice de plasticité est un paramètre indicateur de la minéralogie d'un sol, et sur la base des résultats des essais de gonflement effectués sur les sols expansifs du Texas, ces auteurs ont établi une relation linéaire entre le logarithme décimal du potentiel de gonflement  $\text{Log}(S_p)$  et le rapport indice de plasticité/ teneur initiale en eau ( $I_p/\omega_i$ ). L'expression du pourcentage de gonflement est donnée par

$$\text{Log}(S_p) = 0.9 \frac{I_p}{\omega_i} - 1.19$$

Les objectifs visés par la présente étude sont:

- 1/ l'évaluation de l'applicabilité de ces méthodes de prédiction aux sols de In-Amenas.
- 2/ la définition des conditions d'applicabilité de ces méthodes.
- 3/ la correction, si nécessaire, de ces méthodes afin de les rendre applicables aux sols d'In-Amenas.

Dans la présente étude, et afin d'atteindre les objectifs visés, l'approche de l'évaluation d'une méthode donnée a consisté à comparer ses résultats aux mesures expérimentales obtenues par des essais oedométriques en laboratoire sur des argiles de In-Amenas. Ces essais ont été effectués au Laboratoire des Travaux Public de l'Ouest (Oran) par les ingénieurs de Tractebel (Belgique) au profit de la Naftec (Sonatrach, Algérie). La sensibilité d'une méthode donnée à un paramètre donné a été évaluée en variant un paramètre et en fixant les autres paramètres.

## RESULTATS DES PREDICTIONS

Les caractéristiques physiques et mécaniques des huit échantillons de sols étudiés, les résultats des essais de gonflement (essais effectués suivant la procédure A.S.T.M. D-86-45-46, méthode A), et les résultats des prédictions du potentiel de gonflement par les trois méthodes considérées sont présentés sur le tableau-1. Les résultats des prédictions sont aussi représentés graphiquement sur les figures 1, 2, et 3, en fonction des mesures du gonflement libre en laboratoire. La courbe en pointillés représente les points pour lesquels le pourcentage de gonflement prédit est égal au pourcentage de gonflement mesuré.

Bien que ces échantillons proviennent d'un même site, leurs caractéristiques sont très différentes. Cependant, ces caractéristiques sont comparables à celles des sols pour lesquels ces méthodes ont été développées. Les résultats de prédiction du pourcentage de gonflement, par les trois méthodes

**Tableau-1: Caractéristiques des Echantillons et Résultats des Prédictions.**

	$\omega_n$ (%)	$\omega_l$ (%)	$\omega_p$ (%)	$\omega_r$ (%)	$I_p$ (%)	$I_r$ (%)	C (%)	$S_m$ (%)	M-1a (%)	M-2a (%)	M-3a (%)	M-1b (%)	M-2b (%)	M-3b (%)
Ech-1	14.10	56.50	20.73	12.00	35.77	44.50	46.45	1.75	19.88	22.65	***	01.06	02.09	04.00
Ech-2	10.75	84.00	27.20	12.00	56.80	72.00	29.89	3.92	28.65	439.00	***	04.82	04.76	08.45
Ech-3	8.84	73.90	15.90	6.72	58.00	67.18	64.44	7.32	66.57	270.00	***	16.72	12.08	09.65
Ech-4	7.98	69.00	17.00	6.72	52.00	62.28	65.00	10.67	63.79	210.60	***	13.31	06.79	09.56
Ech-5	14.70	70.00	22.30	12.00	47.70	58.00	65.34	12.04	34.02	63.10	53.70	05.14	09.61	04.56
Ech-6	9.51	58.00	22.80	12.00	35.20	46.00	46.32	14.00	25.87	62.00	138.40	01.27	13.48	18.16
Ech-7	7.23	73.90	21.90	11.34	52.00	62.56	65.00	18.42	69.74	367.70	***	09.13	12.49	09.09
Ech-8	4.13	64.00	26.26	11.00	40.00	53.00	37.74	18.90	50.40	289.20	***	01.90	24.08	13.51

$\omega_n$  : Teneur naturelle en eau  
 $\omega_l$  : Limite de liquidité  
 $\omega_p$  : Limite de plasticité  
 $\omega_r$  : Limite de retrait  
 $I_p$  : Indice de plasticité  
 $I_r$  : Indice de retrait  
C : Teneur en argile  
 $S_m$  : Potentiel de gonflement mesuré

M-1a : Méthode de Nayak et Christensen (1971)  
M-2a : Méthode de Vigayvergiya et Ghazzaly (1973)  
M-3a : Méthode de Schneider et Poor (1974)  
M-1b : Méthode de Nayak et Christensen (1971) ajustée  
M-2b : Méthode de Vigayvergiya et Ghazzaly (1973) ajustée  
M-3b : Méthode de Schneider et Poor (1974) ajustée  
\*\*\*\* : % de gonflement supérieur à 1000



considérées, sont différents d'une méthode à l'autre, et sont dans l'ensemble très élevés par rapport aux observations. L'ordre de grandeur des résultats obtenus est une conséquence directe de

- a/ la forme des expressions des modèles, donnant le pourcentage de gonflement en fonction des caractéristiques physiques du sol. Les résultats sont très sensibles aux valeurs des paramètres utilisés.
- b/ la valeur de la teneur naturelle en eau des sols de In Amenas. L'apparition de la teneur en eau au dénominateur des expressions de Nayak et Christensen (1971), et de Schneider et Poor (1974) augmente la valeur du résultat de prédiction.

Dans la littérature, les pourcentages de gonflement les plus élevés observés dans les sols expansifs sont de l'ordre de 150%. Un sol est considéré comme expansif si son pourcentage de gonflement est supérieur à 0.5% (Vijayvergiya et Ghazzaly, 1973). Les prédictions des pourcentages de gonflement, obtenus par les trois méthodes considérées, sont globalement très élevés. Les surestimations du pourcentage de gonflement sont attribuées, en partie, à la faible valeur de la teneur naturelle en eau des sols d'In-Amenas. Lorsque la teneur initiale en eau est proche de zéro, le pourcentage de gonflement prédit devient excessive. Physiquement, un échantillon de sol, initialement sec, ne gonfle pas indéfiniment lorsque mis en contact d'eau. La teneur "initiale" en eau doit donc être corrigée de sorte qu'une limite inférieure lui soit attribuée.

La figure-4 montre la variation du pourcentage de gonflement, prédit par la méthode de Nayak et Christensen, en fonction du rapport pourcentage d'argile/ teneur initiale en eau, pour différentes valeurs de l'indice de plasticité. De même les figures 5 et 6 montrent la variation du pourcentage de gonflement, prédit respectivement par les modèles de Vijayvergiya et Ghazzaly, et de Schneider et Poor, en fonction de la teneur initiale en eau. En tenant compte des limites physiques, rapportées dans la littérature, du gonflement des sols expansifs (min=0.5%; max=150%), des limites, inférieure et supérieure, de teneur "initiale" en eau à considérer dans les modèles présentés peuvent être définies. Ces limites peuvent être considérées comme comparables à la limite de retrait et à la limite de liquidité. Un résultat similaire a été constaté par Ranganathan et Satyanarayana (1965). Pour les sols expansifs à teneur naturelle en eau inférieure à la limite de retrait, il est plus convenable de prendre la limite de retrait pour teneur "initiale" en eau. Ce choix est justifié de part la définition de la limite de retrait et si la vitesse d'imbibition est relativement faible. Les prédictions du pourcentage de gonflement obtenus en tenant compte de la remarque précédente ( $\omega_i = \omega_r$ , si  $\omega_n < \omega_r$ ) sont représentés graphiquement, pour les différentes méthodes, sur les figures 1, 2, et 3. Une légère amélioration des résultats de prédiction du pourcentage de gonflement est observée, relativement aux résultats obtenus par les modèles originaux. Toutefois ces résultats des prédictions restent très éloignés des mesures expérimentales.

## ADAPTATION DES MODELES AUX SOLS ETUDIES

Les coefficients apparaissant dans les modèles de Nayak et Christensen ont été obtenus par analyse régressive. Ceux du modèle de Vijayvergiya et Ghazzaly ont été établis par une analyse statistique des résultats des essais d'identification et des essais oedométriques sur des sols de la Palestine.

Pour le cas des sols d'In-Amenas, dont les caractéristiques physiques sont comparables à celles des sols pour lesquels ces méthodes ont été développées, une optimisation des coefficients permettra d'ajuster les modèles et de mieux prédire le gonflement.

Aussi pour les sols dont la teneur naturelle en eau est inférieure à la limite de retrait, la teneur "initiale" en eau est prise égale à la limite de retrait. Les résultats obtenus par les modèles ajustés sont représentés sur les figures 1, 2, et 3 respectivement pour les méthodes de Nayak et Christensen, de



Vijayvergiya et Ghazzaly, et de Schneider et Poor. Ces mêmes résultats sont aussi donnés sur le Tableau-1. Les expressions des modèles ajustés sont donnés par

$$S_p = (1.23 \times 10^{-5}) \times (I_p)^3 \times \left(\frac{C}{\omega_i}\right) - 0.8$$

pour la méthode de Nayak et Christensen

$$\text{Log}(S_p) = \frac{1}{12} \times (0.0204\omega_i - 0.589\omega_i + 19.412)$$

pour la méthode de Vijayvergiya et Ghazzaly

$$\text{Log}(S_p) = 0.0323 \frac{I_p}{\omega_i} + 0.7964$$

pour la méthode de Schneider et Poor

Les résultats des prédictions obtenus après ajustement des modèles sont comparables aux mesures expérimentales. Cependant les coefficients des modèles après ajustement sont très différents de ceux des modèles originaux. Cette différence ne peut être attribuée uniquement à la différence de texture entre les sols de In-Amenas et les sols étudiés par les différents auteurs. Cette différence reflète indirectement l'influence des caractéristiques physiques du sol (minéralogie, état de compacité, etc...) sur les coefficients de ces modèles. Cette différence montre aussi que les paramètres utilisés par ces modèles ne sont pas les paramètres ayant le plus grand contrôle du potentiel de gonflement des sols expansifs. Deux échantillons, d'un même sol, de même teneur naturelle en eau n'ont pas nécessairement le même potentiel de gonflement. Dans le cas des sols expansifs, l'augmentation de la teneur en eau peut engendrer un accroissement du degré de saturation et/ou un accroissement de volume. Par conséquent, la variation de la teneur en eau ne peut être directement corrélée à la variation de volume. Cette corrélation ne peut être obtenue que si la variation de l'état de saturation est connue. De ce fait, ces méthodes doivent être ajustées pour chaque situation; cette constatation limite énormément l'usage de ces méthodes de prédictions à moins que l'influence des paramètres physiques du sol sur les coefficients de ces modèles est examinée.

## CONCLUSION

A défaut d'une méthodologie analytique pour l'évaluation de la qualité d'une méthode de prédiction, la validité d'une méthode donnée est souvent démontrée par la comparaison de ses résultats aux mesures et/ou aux observations. Il est alors clair que des erreurs d'ordre phénoménologique peuvent occulter les résultats et rendre difficile la détermination de la source d'erreurs, erreur de la méthode ou erreur des paramètres utilisés. Ceci, d'ailleurs, est en accord avec le fait que ces méthodes n'ont été validées que pour des cas particuliers. En outre, l'interaction (couplage, interdépendance) entre les différents paramètres affectant le gonflement des sols expansifs complique davantage le problème de l'évaluation d'une méthode de prédiction.

Toutefois, l'examen de ces trois méthodes de prédiction du pourcentage de gonflement des sols expansifs, dans le cas des sols de In-Amenas, a permis de montrer que

- Les modèles de prédiction, qui tiennent compte de la teneur initiale en eau du sol, surestiment excessivement le gonflement des sols dont la teneur naturelle en eau est faible.
- Les méthodes présentées ont montré une grande sensibilité à la teneur initiale en eau. La limitation du pourcentage maximale de gonflement, à la plus grande valeur ayant pu être



observée, a permis de constater que pour les sols dont la teneur naturelle en eau est inférieure à la limite de retrait, la teneur "initiale" en eau, à utiliser dans ces modèles, est comparable à la limite de retrait.

- La limite de liquidité constitue la teneur en eau au dessus de laquelle le potentiel de gonflement est totalement inhibé.
- Les coefficients, des différentes méthodes, obtenus après analyse régressive dans le cas des sols de In-Amenas sont très différents des coefficients originaux. Cette différence ne peut être attribuée uniquement à la différence de texture. Cette différence est, plus probablement, le résultat de la différence de la minéralogie, de la différence de la granulométrie de la phase non expansive, et de la différence de l'état de compacité initiale.
- Ces méthodes peuvent être utilisées, avec réserve, si un ajustement des coefficients, pour une classe donnée de sol, a été préalablement réalisé. Dans le cas des sols étudiés, les méthodes ajustées prédisent convenablement le pourcentage de gonflement.

## SYMBOLES

$\omega_n$	: Teneur naturelle en eau
$\omega_l$	: Limite de liquidité
$\omega_p$	: Limite de plasticité
$\omega_r$	: Limite de retrait
$I_p$	: Indice de plasticité
$I_r$	: Indice de retrait
$S_m$	: Potentiel de gonflement mesuré
C	: Teneur en argile

## REFERENCES

**NAYAK, N.V., et CHRISTENSEN, R.W.**, (1971), "Swelling Characteristics of Compacted Expansive Soils", Clays and Clay Minerals, Vol. 19, No. 4, Sept., pp. 251-261.

**RANGANATHAN et SATYANARAYNA**, (1965), "A Rational Method of Predicting Swelling Potential for Compacted Expansive Clays", Proc. of the 6th. I.C.S.M.F.E., Montréal, pp. 92-96.

**SCHNEIDER, G.L., et POOR, A.R.**, (1974), "The Prediction of Soil Heave and Swell Pressures Developed by an Expansive Clay", Research Report TR-9- of Texas Research Center, Arlington, Texas, Nov.

**VIJAYVERGIYA, V.N., et GHAZZALY, O.I.**, (1973), "Prediction of Swelling Potential for Natural Clays", Proc. of 3rd. I.C.E.C.S., Vol. 1, Jerusalem Academic Press, Jerusalem, pp. 227-234.

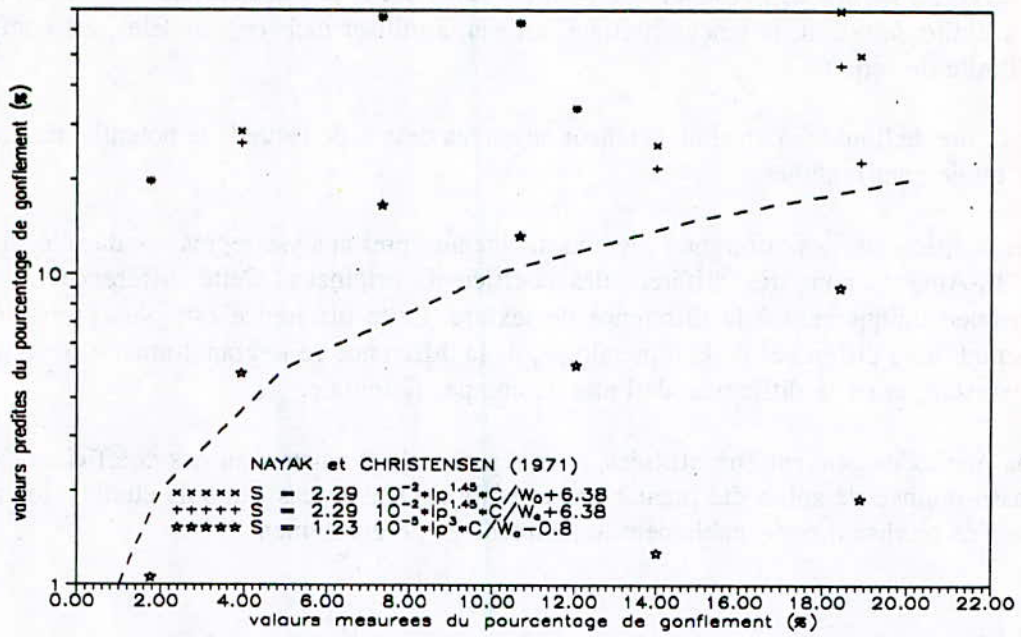


Figure-1 Résultats Des Prédictions - Méthode de Nayak et Christensen

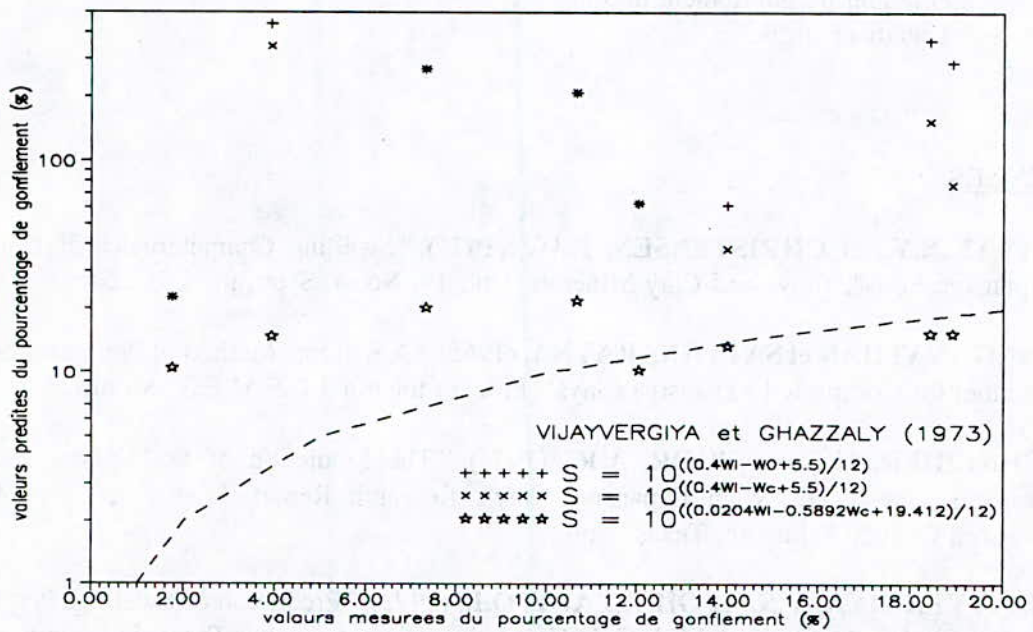


Figure-2 Résultats Des Prédictions - Méthode de Vijayvergiya et Ghazzaly



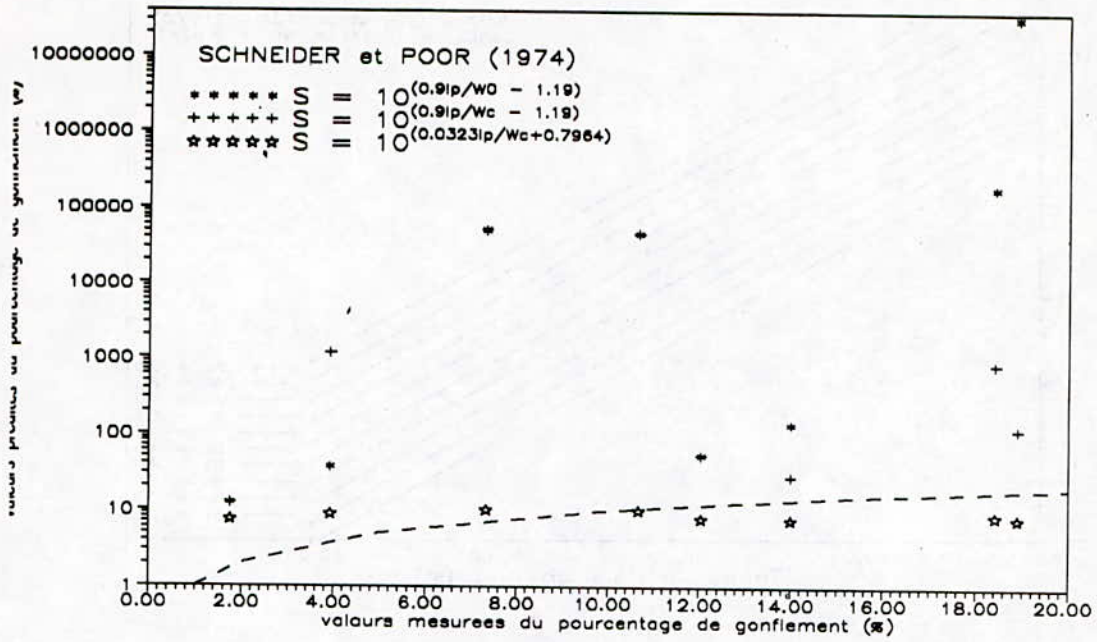


Figure-3 Résultats des Prédictions - Méthode de Schneider et Poor

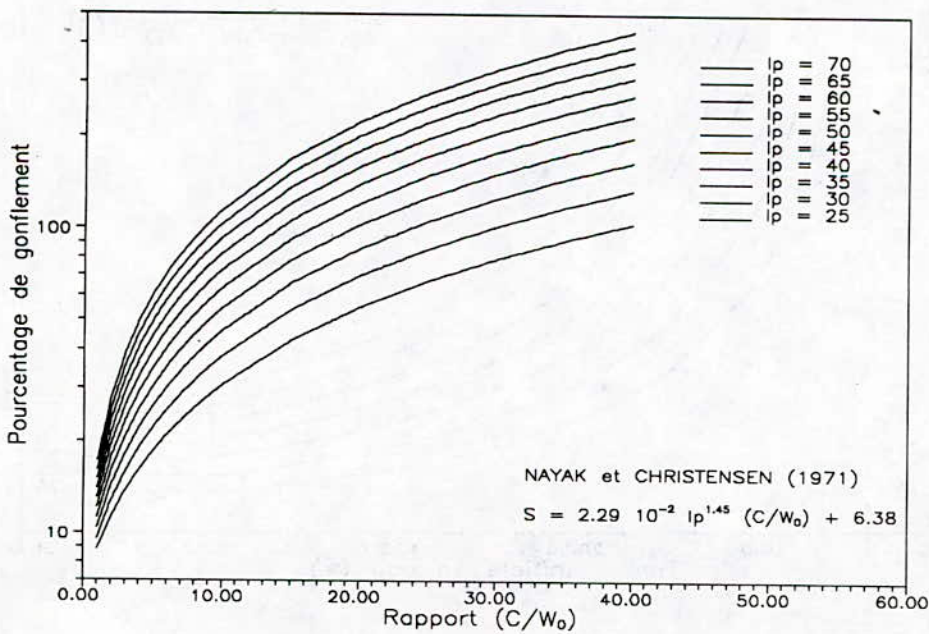
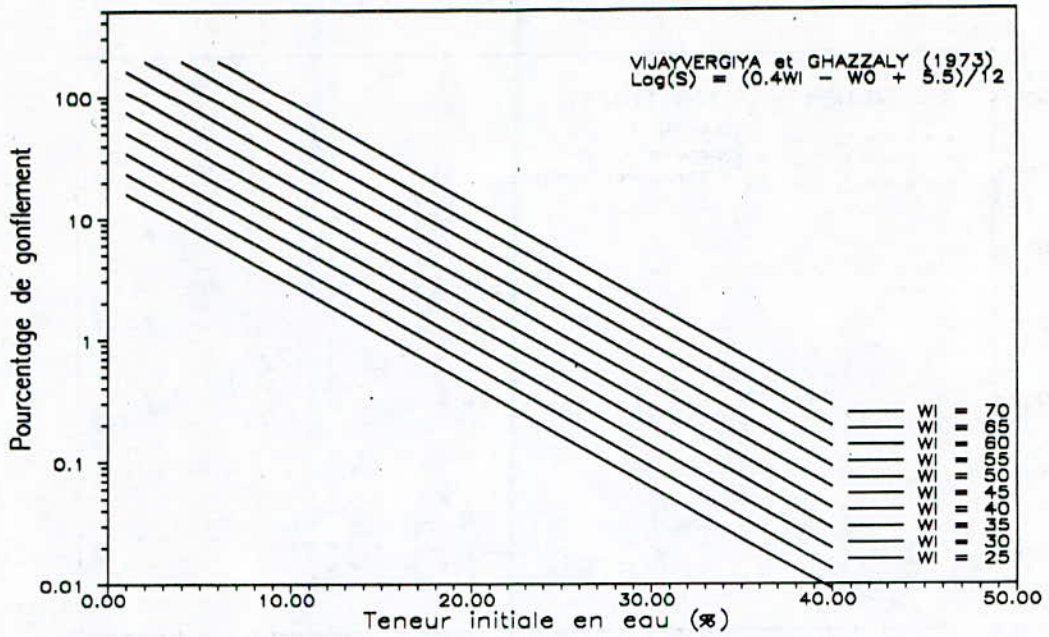
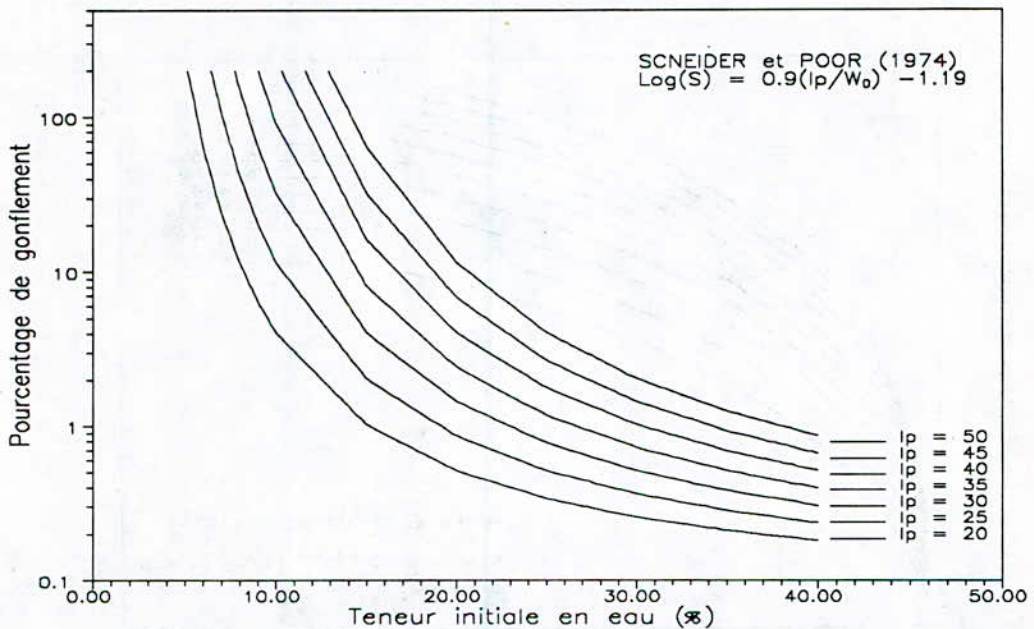


Figure-4 Variation du Pourcentage de Gonflement en Fonction du Rapport  $(C/\omega_0)$  Pour Différents Indices de Plasticité  $(I_p)$



**Figure-5** Variation du Pourcentage de Gonflement en Fonction de la Teneur Initiale en Eau - Méthode de Vijayvergiya et Ghazzaly



**Figure-6** Variation du Pourcentage de Gonflement en Fonction de la Teneur Initiale en Eau - Méthode de Schneider et Poor



CONTRIBUTION A L'ANALYSE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE  
DES BARRAGES EN TERRE

B. TILIOUINE \*

F.Z. ZERFA \*\*

الملخص: يشكل نمو الضغوط المسامية في التربة، عاملا اساسيا لانهايار المفاجئ او الغير مفاجئ للمنشآت الترابية. هدف هذا البحث بتقييم ضغوط الماء، و تحليل مدى تاثيرها على التوازن الكلي للمسدود الترابية. طور برنامج بالتجزئات المتناهية، ثم اجريت سلسلة تجارب رتيبة و دورية لاستخلاص معاملات قوانين الريولوجيا المستعملة. تسبين النتائج تطور الضغوط المائية تحت تاثير الهزات الارضية ولا تاى للتميع، و تساعد في استقرار المنشأ، ولو بعد مضي الوجة.

Résumé : Le développement des supressions interstitielles dans les sols, constitue la cause principale de rupture subite ou differée des structures en terre.

L'objectif de cette recherche consiste en l'évaluation des surpressions d'eau et l'analyse de leurs effets sur la stabilité globale des barrages en terre. Un programme d'éléments finis a été développé à cet effet. Une campagne d'essais monotones et cycliques a été réalisée en vue de la détermination des paramètres de lois rhéologiques utilisées.

Les résultats obtenus montrent, entre autres, que le développement des surpressions d'eau sous actions sismiques, sans conduire nécessairement à une liquéfaction, peut affecter la stabilité de l'ouvrage, même après la fin de la secousse.

Summary : The development of pore pressures in soils constitutes the main cause of sudden or delayed failure of earth structures.

The aim of this research consists in the evaluation of water pressure and the analysis of their effects on the overall stability of earth dams. For this purpose, a finite element program has been developed. A set of monotonic and cyclic experiments has been performed in order to determine the parameters of the rheological laws used.

The results show, among other things, that the development of pore pressures under seismic excitation, without leading necessarily to liquefaction, can affect the dam stability, even well after the end of seismic shaking.

\* Professeur E.N.P.

\*\* Maitre Assistante E.N.P.



## I. INTRODUCTION

Les tremblements de terre sont des phénomènes complexes et dangereux se produisant dans des zones sismiques spécifiques. Néanmoins, des séismes importants (M # 6) se sont produits dans des régions supposées géologiquement stables à la suite du remplissage d'un certain nombre de retenues [1]. Il en résulte que les barrages exigent toujours une grande fiabilité en matière de sécurité tant en régime statique qu'en régime dynamique, vue leur importance socio-économique.

Divers chercheurs [2,3,4,5] se sont intéressés à ce problème afin de dégager des méthodes de calcul para-sismique. Néanmoins, les méthodes pseudo-statiques qui sont les premières approches utilisées, se sont avérées souvent insuffisantes. Elles sont en fait, loin de pouvoir quantifier les effets souvent complexes induits par les séismes sur les barrages en général, et les barrages en terre en particulier.

L'inspection de nombreux barrages [1,4,5] a montré que durant un tremblement de terre, des pressions interstitielles se développent et n'ont généralement pas le temps de se dissiper. Ces pressions d'eau engendrent une chute de la résistance du sol au cisaillement, favorisant le développement du phénomène de liquéfaction et par suite la rupture subite ou différée de la structure considérée. De ce fait, il devient impératif, lors d'une analyse dynamique rigoureuse de la stabilité d'un barrage en terre, de procéder à une évaluation rationnelle des surpressions d'eau générées pendant et après la secousse sismique.

L'objectif de cette recherche consiste en l'évaluation des surpressions d'eau et l'analyse de leurs effets sur la stabilité globale des barrages en terre. Un programme d'éléments finis a été développé à cet effet. Une campagne d'essais monotones et cycliques a été réalisée en vue de la détermination des paramètres de lois rhéologiques utilisées pour l'évaluation des contraintes statiques et dynamiques.

## II. EFFETS SISMIQUES ET COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES SOLS

### II.1 Effets sismiques

Plusieurs barrages dans le monde ont subi des ruptures partielles voire complètes lors de tremblements de terre. Un glissement important a emporté tout le couronnement du barrage inférieur de SAN FERNANDO et le barrage supérieur a connu des déplacements importants en crête [4]. Le barrage SHEFFIELD s'est complètement rompu sous l'effet d'un tremblement de terre de magnitude 6.3 [5]. De nombreux autres barrages construits au JAPON ont été fortement secoués et ont subi des désordres importants. Les dégâts observés étaient généralement des fissures, des glissements et des effondrements [1,3].



L'analyse des ruptures survenues lors de tremblements de terre a montré que la réponse dynamique d'un barrage est étroitement liée au comportement de ses matériaux de construction. Des dégâts importants ont affecté les barrages construits en matériaux peu cohérents alors que ceux construits en matériaux argileux ont opposé une résistance satisfaisante face aux séismes. Certains dégâts ont été attribués aux infiltrations et ruptures des ouvrages annexes.

## II.2 Comportement dynamique des sols

### II.2.1 Caractérisation des sols soumis à des charges dynamiques

Lorsqu'un échantillon de sol est soumis à des sollicitations cycliques, alternées (cas des charges sismiques), il apparaît au delà d'un seuil de déformations une modification progressive de la relation contraintes-déformations. Cette modification se manifeste différemment selon la nature du sol et la sollicitation appliquée, mais se traduit en général par une diminution du module de cisaillement et l'apparition de déformations irréversibles importantes jusqu'à rupture de l'échantillon.

L'existence de cet endommagement cyclique peut être expliquée par un certain nombre de phénomènes comme l'évolution des déformations, l'accumulation des pressions interstitielles et la diminution des contraintes effectives. Les pressions d'eau et déformations peuvent alors augmenter jusqu'à annulation de la contrainte effective. Le sol perd ainsi toute résistance au cisaillement et se comporte alors comme un liquide.

### II.2.2 Modèles visco-élastiques équivalents

Le principe de l'approximation linéaire équivalente consiste à remplacer le comportement non linéaire réel du sol par le comportement visco-élastique linéaire du type KELVIN-VOIGT. De cette façon l'amortissement hystérétique dû au cycle de chargement est remplacé par un amortissement visqueux. Le comportement du sol est caractérisé par un module de cisaillement  $G$ , qui représente sa rigidité et un facteur d'amortissement,  $D$ . Ces deux paramètres sont exprimés en fonction du niveau de déformation pour reproduire la non linéarité du sol.

Dans ce contexte, deux modèles de loi ont été proposés, l'un par SEED et IDRIS [6], l'autre par HARDIN et DRNEVICH [7,8].

### II.2.3 Lois rhéologiques :

Les auteurs se sont servis de nombreux résultats d'essais effectués au laboratoire et in situ pour représenter les

variations de G et D en fonction du niveau de déformations; ils ont abouti aux relations suivantes :

### II.2.3.1 Modèle de SEED et IDRIS

- Pour l'argile :

$$G_c(\tau) = K_c(\tau) * S_u \quad (2.1)$$

- Pour le sable :

$$G_s(\tau) = K_s(\tau) * 1000 * (\sigma'_m)^{1/2} \quad (2.2)$$

- Pour les roches :

$$G_r(\tau) = K_r(\tau) * G(10^{-4}) / 2000 \quad (2.3)$$

avec les notations suivantes :

$S_u$ , résistance non drainée de l'argile,  
 $\sigma'_m$ , contrainte moyenne effective,  
 $K_i(\tau)$ , fonctions exprimant les variations du module  
 $G_i(\tau)$  pour un sol donné.  
 $\tau$ , déformation de cisaillement.

### II.3.2 Modèles de HARDIN et DRNEVICH

$$G / G_{max} = 1 / (1 + \tau_h) \quad (2.4)$$

$$D / D_{max} = \tau_h / (1 + \tau_h) \quad (2.5)$$

avec les notations suivantes :

$G_{max}$  : module de cisaillement maximal,  
 $D_{max}$  : facteur d'amortissement maximal,  
 $\tau_h$  : déformation hyperbolique (fonction de la déformation de cisaillement).

Ces trois derniers paramètres peuvent être déterminés si l'on connaît les caractéristiques physiques et mécaniques du sol. Les relations (2.4) et (2.5) présentent l'avantage de permettre la détermination de l'évolution de G et D en fonction de  $\tau_h$  en se basant uniquement sur les essais statiques usuels.

## III. ANALYSE STATIQUE ET DYNAMIQUE DES BARRAGES EN TERRE

L'analyse dynamique des barrages en terre constitue un problème complexe nécessitant la détermination de nombreux paramètres.

L'organigramme présenté sur la figure 1 donne un bref aperçu des principales étapes d'une analyse dynamique de la stabilité d'un barrage en terre sous excitation sismique.



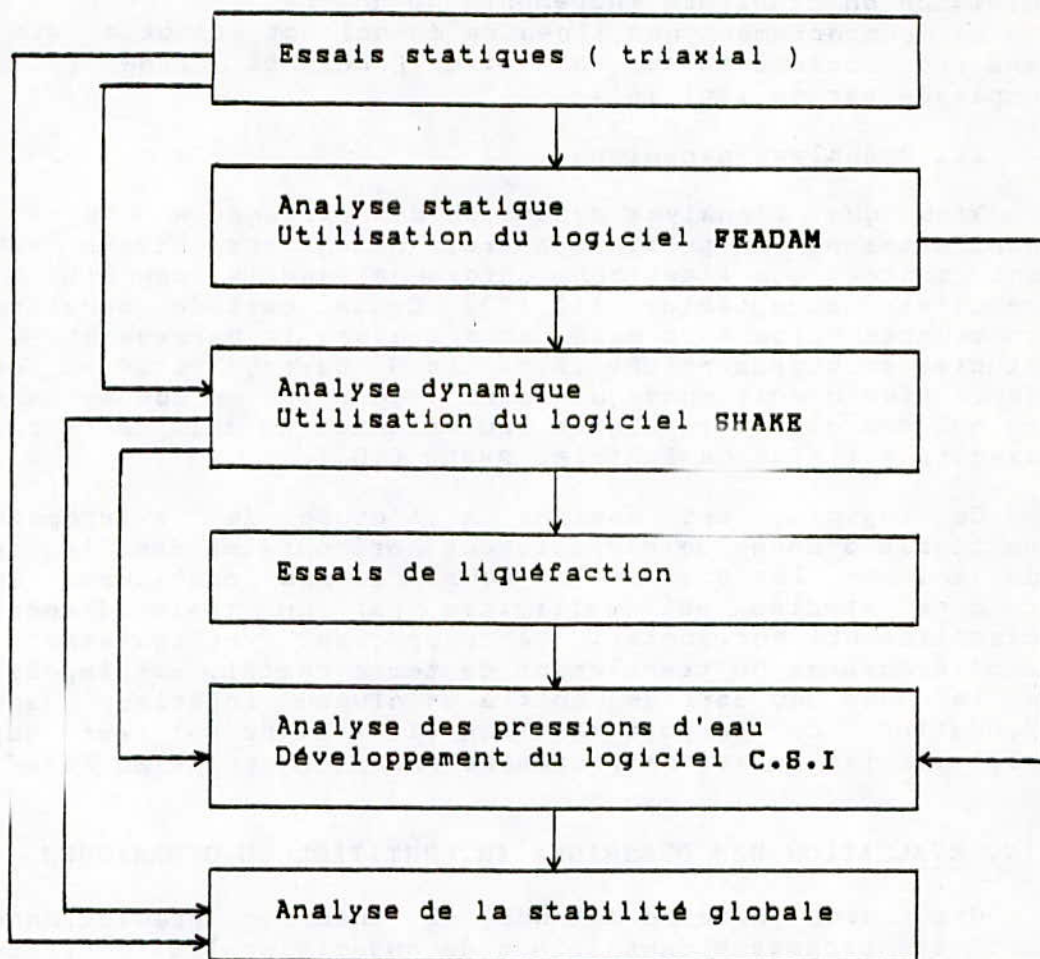


Figure 1 : Organigramme d'une étude dynamique d'un barrage en terre.

Le logiciel d'éléments finis C.S.I développé pour le calcul des surpressions interstitielles nécessite l'exploitation de deux programmes. Le logiciel FEADAM [9] est utilisé pour la détermination des contraintes statiques, et le logiciel SHAKE [10] pour l'évaluation de la réponse dynamique.

### III.1 Analyse statique

Ce logiciel développé par J.M DUNCAN et al. [9] est un programme en éléments finis destiné à l'étude statique des barrages en terre. Il permet le calcul des déplacements, déformations et contraintes dans le massif en simulant la séquence des opérations de construction tout en prenant en compte le comportement non linéaire du matériau. Le barrage calculé est construit par couches successives. A chaque étape de construction, la nouvelle couche impose l'incrément de contrainte correspondante. Une fois la construction terminée

les charges extérieures peuvent être prises en compte par division en plusieurs incréments de charge.

Le comportement non linéaire du sol est effectué via une analyse incrémentale. La loi de DUNCAN et CHANG [11] est employée par ce logiciel.

### III.2 Analyse dynamique

Bien que l'analyse dynamique des barrages en terre soit manifestement un problème à trois dimensions, divers auteurs ont montré que l'approche unidimensionnelle conduit à des résultats acceptables [12,13]. Cette méthode consiste à considérer plusieurs colonnes à travers le barrage et à les étudier en supposant que la partie du barrage situé au dessus de ce niveau agit comme une surcharge prise en compte dans le calcul des caractéristiques équivalentes du sol. Ce calcul est exécuté à l'aide du logiciel SHAKE [10].

Ce logiciel est destiné à l'étude de la propagation verticale d'ondes de cisaillement horizontales dans les dépôts de sol en les divisant en sous couches continues. Chaque colonne étudiée est sollicitée par un train d'ondes de cisaillement horizontal, se propageant verticalement. Un accélérogramme du tremblement de terre choisi, est imposé soit à la base du barrage, soit à un niveau inférieur dans la fondation. Le comportement non linéaire du sol est supposé régi par les relations proposées par SEED et IDRIS [6].

## IV. EVALUATION DES PRESSIONS INTERSTITIELLES DYNAMIQUES

Une large gamme de méthodes et théories prédictives ont été proposées dans le but de quantifier les surpressions d'eau générées par les séismes [14,15,16]. Les plus utilisées, sont les méthodes de calcul découplé. Elles consistent à traiter le sol comme un milieu constitué de deux parties (sol sec et eau) et solutionnent le problème pour chaque composante séparément [16].

### IV.1. Couplage génération-dissipation des pressions interstitielles

Dans un sol saturé soumis à un cisaillement cyclique, une fraction des surpressions développées se dissipe. Il ne peut donc y avoir accumulation que si le phénomène de génération est plus rapide que celui de la dissipation. Cette éventualité est contrôlée par plusieurs facteurs qui dépendent à la fois du matériau et de la sollicitation appliquée. L'équation qui régit l'évolution des pressions interstitielles dans un milieu saturé, soumis à une charge cyclique s'écrit donc comme suit :

$$U = U_g + U_d \quad (3.1)$$

où :  $U$  représente la pression interstitielle résultante,  
 $U_g$ , la pression générée par le tremblement de terre,



$U_d$ , la pression interstitielle dissipée.

#### IV.2 Développement du logiciel C.S.I (Calcul des Surpressions Interstitielles)

En supposant l'écoulement bidimensionnel régi par la loi de DARCY, SEED et al., ont abouti à l'équation suivante [14] :

$$[\nabla]^T \cdot [K] \cdot [\nabla U / r_w] + m_{v3} \cdot [(\partial U / \partial t) - (\partial U_g / \partial N) \cdot (\partial N / \partial t)] = 0 \quad (3.2)$$

où  $U$  est la surpression d'eau,

$$K = \begin{vmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{vmatrix} \quad (3.3)$$

$K_x$  et  $K_y$  sont les coefficients de perméabilité horizontale et verticale,

$r_w$ , le poids volumique volumique de l'eau,

$m_{v3}$ , le coefficient de compressibilité,

$\nabla$  un opérateur tel que :  $[\nabla]^T = [\partial/\partial x, \partial/\partial y]$

Dans le cas particulier d'une charge sismique on peut supposer que pendant un intervalle de temps  $dt$ , l'élément de sol est soumis à une charge équivalente à  $dN$  cycles [17] et l'excès de pressions d'eau générée serait alors égal à :

$$\Delta U_g = (\partial U_g / \partial N) \cdot dN \quad (3.4)$$

La valeur de  $\partial U_g / \partial N$  peut être calculée à partir de l'un des modèles de génération de pressions d'eau proposées dans [14,15,16]. Parmi ces modèles, nous avons choisi celui proposé par SEED et al. [14], qui stipule :

$$U_g / \sigma_0' = (2/\pi) * \text{Arc sin} (N / N_1)^{1/2\theta} \quad (3.5)$$

où :

- $U_g$  : pression interstitielle générée,
- $\sigma_0'$  : contrainte effective initiale,
- $N$  : nombre de cycles réguliers équivalent à la charge cyclique appliquée,
- $N_1$  : nombre de cycles qui conduirait à la liquéfaction pour un chargement cyclique, alterné, régulier dont le déviateur appliqué serait égal à  $0.65 \tau_d$  ( $\tau_d$  étant l'effort de cisaillement dynamique maximal provoqué par le séisme).
- $\theta$  : paramètre à définir expérimentalement.

Dans le cas, plus complexe des séismes, le chargement irrégulier est généralement converti en nombre de cycles réguliers équivalent. Nous obtenons alors :

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{N_{eq}}{t_d} \quad (3.6)$$

où  $t_d$  est la durée du tremblement de terre.

En posant,

$$\xi = \frac{\partial U_g}{\partial N} \cdot \frac{\partial N}{\partial t} \quad (3.7)$$

l'équation (3.2) pour un élément de sol de volume  $V$  s'écrit alors comme suit

$$\int_V \{ (\tau_w)^{-1} \cdot [\nabla \delta U]^T \cdot [K] \cdot [\nabla U] + m_{v3} \cdot \delta U \cdot [\partial U / \partial t - \xi] \} dV = 0 \quad (3.8)$$

#### IV.2.1 Application de la méthode des éléments finis

Une solution par la méthode des éléments finis de l'équation (3.8) conduit à :

$$[\delta U]^T \cdot \{ [A] \cdot [U] + [D] \cdot (dU/dt - \xi) \} = 0 \quad (3.9)$$

où  $[A]$  est la matrice de perméabilité et  $[D]$  la matrice de compressibilité du milieu.

En vue de la discrétisation du milieu, des éléments rectangulaires à quatre (O4) et triangulaire à trois (O3) noeuds ont été choisis.

La discrétisation dans le temps de l'équation différentielle (3.9) par la méthode semi-implicite d'EULER conduit à :

$$[A] \cdot (\beta [U]_{t+\Delta t} + \alpha [U]) \cdot \Delta t + [D] \cdot ([U]_{t+\Delta t} - [U]_t - [\xi] \cdot \Delta t) = 0 \quad (3.10)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres tel que  $\alpha + \beta = 1$  et  $\alpha \leq 0.5$ .

Le système d'équations ainsi obtenu représente un système linéaire dont la résolution peut être effectuée à l'aide de la méthode de GAUSS après application des conditions aux limites et conditions initiales.

Sur toute la face amont de la digue, et au niveau de la surface libre de l'eau contenue dans le corps du barrage, on supposera que le drainage est complet de sorte que la pression sur cette frontière sera nulle. De même, au temps  $t = 0$  la pression résultante sera prise nulle en tout point du barrage.

#### IV.2.2 Prise en compte de la variation de la compressibilité

La variation du coefficient de compressibilité en fonction de la pression interstitielle s'écrit [14]:

$$\frac{m_{v3}}{m_{v30}} = \frac{e^y}{1 + y + \frac{1}{2} \cdot y^2} \quad (3.11)$$



$m_{v30}$  est le coefficient de compressibilité initiale,

$$y = A \cdot (r_u)^B \quad (3.12)$$

$$A = 5 (1.5 - D_r) \quad (3.13)$$

$$B = 3 (2)^{-2D} \quad (3.14)$$

$$r_u = U / \sigma'_0 \quad (3.15)$$

$D_r$  est la densité relative et  $r_u$  le taux de pressions interstitielles.

Le coefficient de compressibilité compatible avec la pression est obtenu par procédé itératif jusqu'à convergence.

## V. ETUDE DE CAS

En vue de mieux décrire les effets induits par les séismes sur les barrages en terre, une analyse statique et dynamique du barrage dit du VIEU-PRE est effectuée. Cette analyse présente l'avantage de traiter un barrage construit en matériaux liquéfiables.

L'accélérogramme enregistré à PACOIMA lors du tremblement de terre de SAN FERNANDO en 1971 ( $M = 6.6$ ) a été utilisé dans cette analyse. L'échelle des accélérations a été modifiée de manière à obtenir une accélération maximale de 0.2 g (g, accélération de la pesanteur) pour la première application et de 0.4 g pour la deuxième.

L'analyse statique et dynamique du barrage a été effectuée selon la méthodologie décrite par l'organigramme présenté sur la figure 1.

### V.1 Etude expérimentale

Les différents paramètres des lois rhéologiques employées dans les logiciels utilisés, ont fait l'objet d'une étude expérimentale approfondie. Faute de moyens les essais ont du être réalisés avec la collaboration effective du laboratoire de Mécanique des Sols de l'Institut de Mécanique de Grenoble.

#### V.1.1 Dispositif expérimental et instrumentation

Le dispositif utilisé est un appareil triaxial classique muni d'une chaîne d'acquisition et d'un système de saturation et de contre pression.

#### V.1.2 Programme d'essais

Six essais monotones nous ont permis de déterminer les paramètres des lois rhéologiques employées aussi bien pour le calcul des contraintes statiques que dynamiques.

Par ailleurs, huit essais cycliques réguliers, alternés,

nous ont permis d'apprécier d'une part le comportement dynamique des matériaux utilisés et de déterminer d'autre part, les caractéristiques de liquéfaction nécessaires à l'analyse.

### V.1.3 Résultats obtenus

#### a - Essais monotones

Les figures 2 et 4 montrent l'allure des courbes contraintes-déformations. On peut observer que pour une même contrainte latérale, ces courbes sont caractérisées par une chute sensible de résistance pour l'essai non drainé.

Les variations de la déformation volumique nous montrent que le matériau a tendance à se contracter puis à se dilater (Fig. 3). Cette variation de la déformation volumique s'est traduite en essais non drainés par une augmentation de la pression interstitielle dans un premier lieu et par une diminution de celle-ci en second lieu (Fig. 5).

Par ailleurs, les essais monotones ont montré que quelque soient les conditions de drainage, le rapport  $(\sigma_1/\sigma_3)_{max}$  (contrainte principale majeure / contrainte principale mineure) décroît lorsque la contrainte de consolidation  $\sigma_3$  augmente.

ESSAI N° 1ND :  $\sigma_3 = 100$  KPa

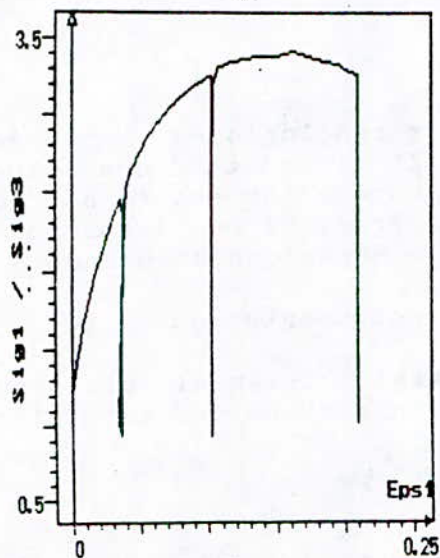


Figure 2 : Plan  $\sigma_1/\sigma_3$ -Eps<sub>1</sub>

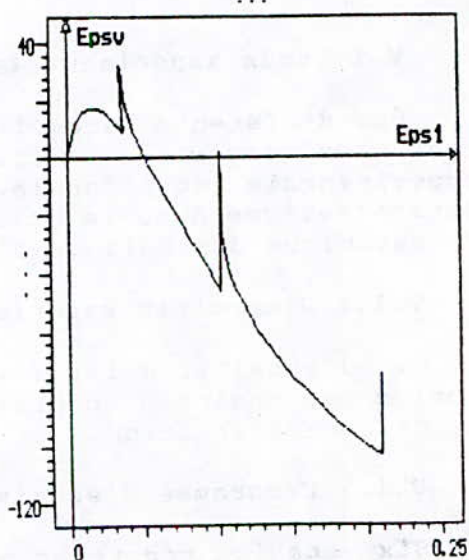


Figure 3 : Plan Eps<sub>v</sub>-Eps<sub>1</sub>



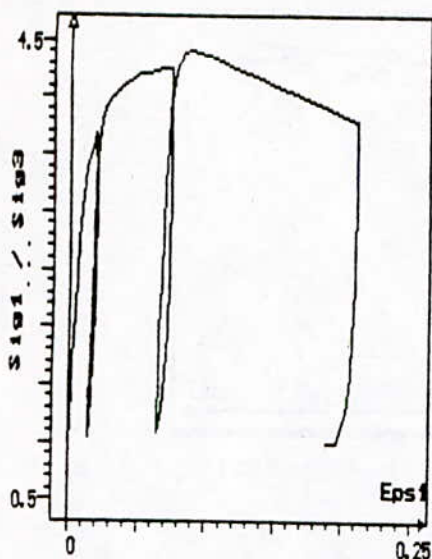


Figure 4 : Plan  $\sigma_1/\sigma_3$ -Eps<sub>1</sub>

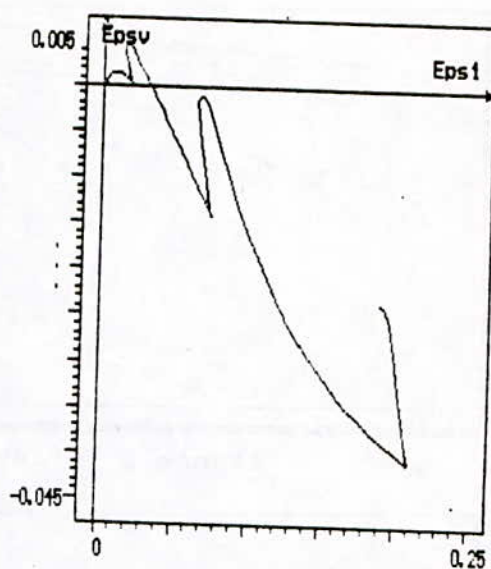


Figure 5 : Plan U-Eps<sub>1</sub>

**b - Essais cycliques**

Les essais cycliques ont permis de révéler l'existence de deux zones :

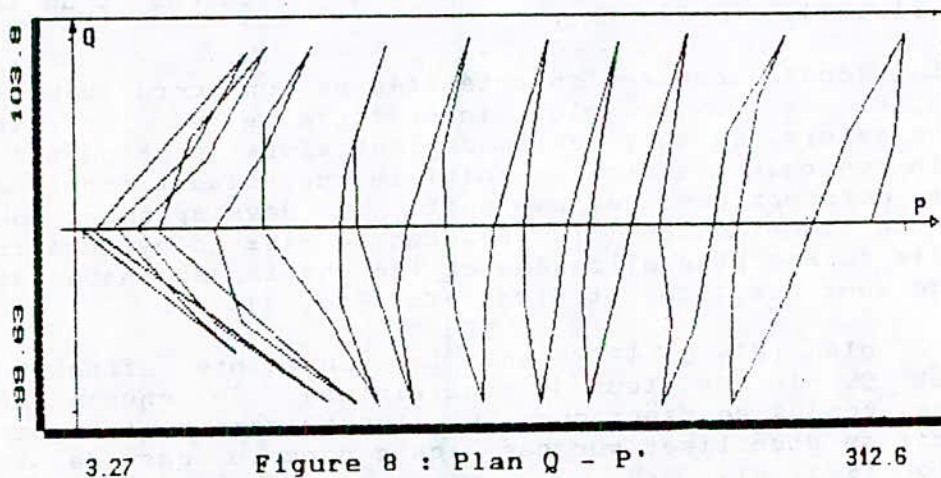
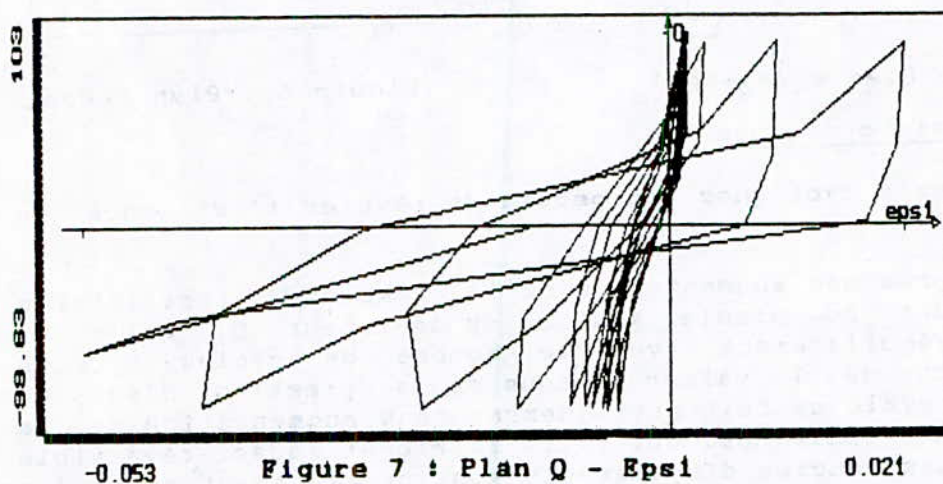
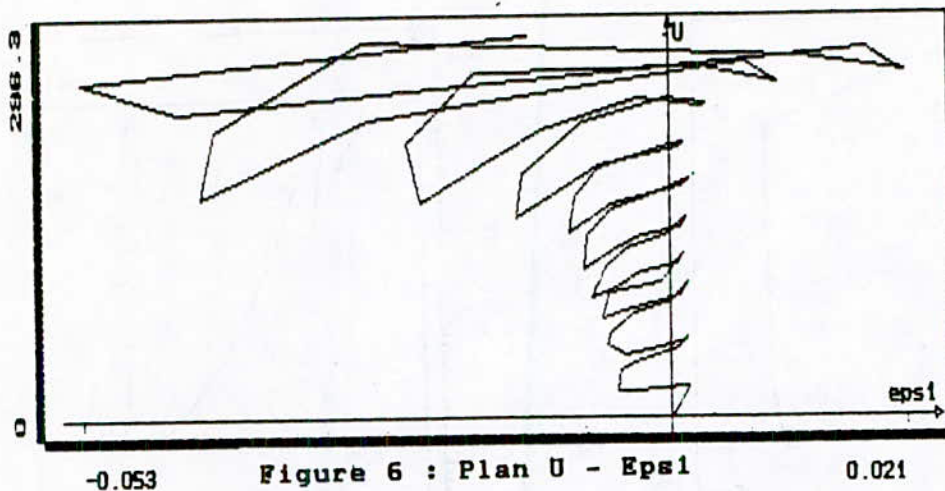
1°)- Après une augmentation de la pression interstitielle correspondant au premier maximum du déviateur  $Q$ , celle-ci augmente régulièrement avec le nombre de cycles. Cette augmentation de la valeur moyenne de la pression d'eau au cours d'un cycle se fait pratiquement sans augmentation de la déformation axiale  $Eps_1$  qui reste faible et quasi-réversible (Fig. 6). Les boucles d'hystérésis sont pratiquement confondues et suivent quasiment le même chemin lors de la charge et de la décharge (Fig. 7).

2°)- La seconde zone est caractérisée par un accroissement assez rapide de la pression interstitielle et de la déformation axiale. La surpression devient alors pratiquement égale à la contrainte effective initiale, conduisant ainsi à de larges déformations, et par suite au développement du phénomène de liquéfaction (Fig. 6). Les boucles d'hystérésis prennent des formes plus allongées et les chemins en charge et en décharge sont complètement disjoints (Fig. 7).

Dans le plan ( $P'$ - $Q$ ) ( $P'$  étant la contrainte effective moyenne et  $Q$ , le déviateur de contraintes), le chemin de contraintes tend à se rapprocher des lignes caractéristiques et à venir se stabiliser sur ces lignes dans le cas de la liquéfaction (Fig. 8).

Le tableau suivant illustre le nombre de cycles  $N_1$  à la liquéfaction obtenu pour différentes valeurs de  $Q$  et  $\sigma_3$ .

ESSAI N° 1CND :  $\sigma_3 = 300$  KPa  
 $Q = 100$  KPa  
 $N_1 = 10$



avec  $Q$  : déviateur,  $P$  : contrainte effective moyenne,  
 $U$  : pression interstitielle,  
 $Eps1$  : déformation axiale,  $Epsv$  : déformation volumique,  
 $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  : contraintes principales majeure et mineure.



$\sigma_3 \backslash Q$	50	75	100
150	16	7	1
300	362	38	10
450	/	106	24

où  $Q$  est le déviateur appliqué, et  $\sigma_3$  est la contrainte effective initiale (Les valeurs de  $Q$  et  $\sigma_3$  sont données en KPa).

Ce tableau montre que le potentiel de liquéfaction augmente pour des valeurs croissantes du déviateur de contraintes. De la même manière, on remarque que la résistance à la liquéfaction est une fonction croissante de la contrainte effective initiale.

## V.2 Analyse statique

Comme illustré sur la figure 1, l'analyse statique permet dans un premier lieu, de définir la loi de comportement et dans un second lieu d'évaluer les surpressions d'eau générées par la charge sismique. Pour cette analyse, nous nous sommes intéressés aux valeurs des contraintes effectives principales et verticales.

## V.3 Analyse dynamique

Cette analyse est faite au moyen du logiciel SHAKE décrit précédemment. Les caractéristiques de déformabilité et d'amortissement ont été déterminées à partir d'essais triaxiaux monotones à l'aide des relations de HARDIN et DRNEVICH. Les paramètres définissant la loi de SEED ont été déduits par identification à ces dernières.

Les colonnes étudiées sont présentées dans la figure 9.

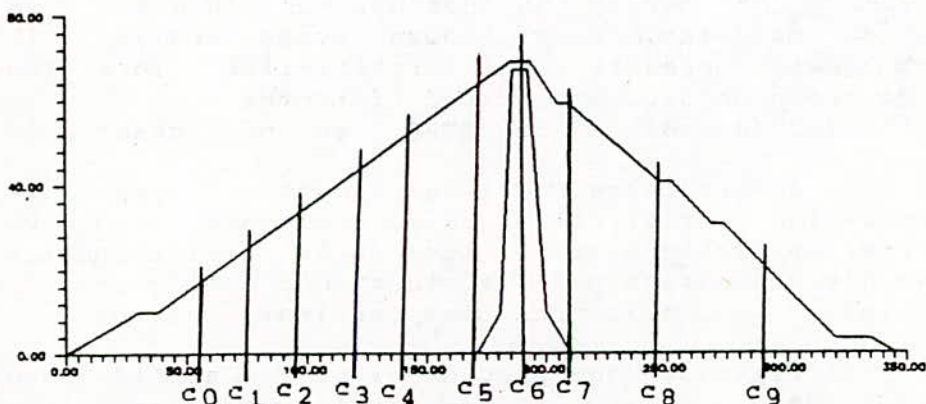


Figure 9 : Colonnes Etudiées

### V.3.1 Détermination de la loi rhéologique

La résistance dynamique des sols est étroitement liée à l'état de contraintes initiales. Comme ce dernier varie en fonction de la position de l'élément dans le barrage, nous avons étudié la variation de la loi de comportement à travers le barrage en utilisant les résultats obtenus par l'analyse statique.

Un programme nommé D.P.H.D (Détermination des Paramètres de la loi de HARDIN et DRNEVICH) a été élaboré à cet effet. A titre indicatif, les résultats obtenus pour la colonne N°8 sont présentés sur les figures 10 et 11.

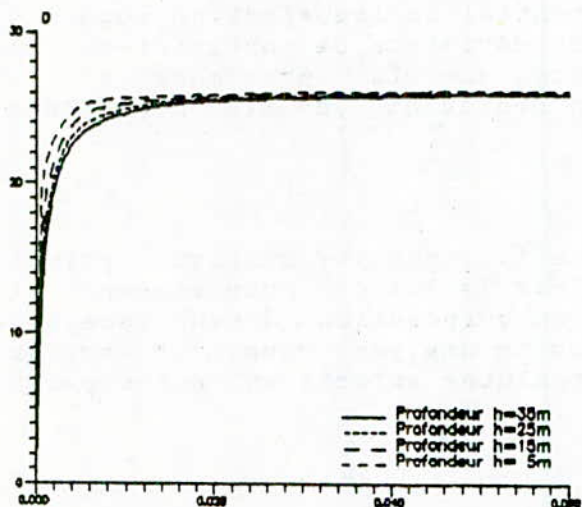


Figure 10 : Variations du Facteur d'Amortissement Le Long de la Colonne N 8

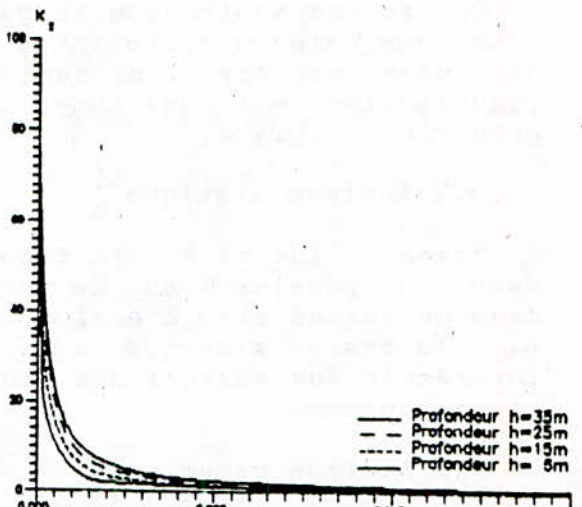


Figure 11 : Variations du Module de Cisaillement Le Long de la Colonne N 8

Les résultats obtenus par l'analyse dynamique ont permis de définir les conditions d'essais, auxquelles, les échantillons ont été soumis en vue de déterminer les caractéristiques de liquéfaction du sol.

### V.4 Evaluation du potentiel de liquéfaction

Huit essais ont permis de définir un domaine de liquéfaction du matériau. Aussi, nous avons analysé le développement des pressions interstitielles lors du tremblement de terre de deux manières différentes :

a - A l'aide du modèle de SEED, en négligeant la dissipation.

b - A l'aide du programme C.S.I en prenant en compte le couplage génération - dissipation des surpressions d'eau. Ce programme permet en particulier, l'étude de la redistribution des pressions d'eau générées par les vibrations sismiques.

Les figures 12 à 16 illustrent les résultats obtenus.

Il convient de remarquer que pour un niveau d'accélération maximale égal à  $20\%g$  ( $A_{max} = 0.2g$ ), aucune liquéfaction n'est à craindre. Néanmoins, il est clair que pour  $A_{max} = 0.4g$ , une



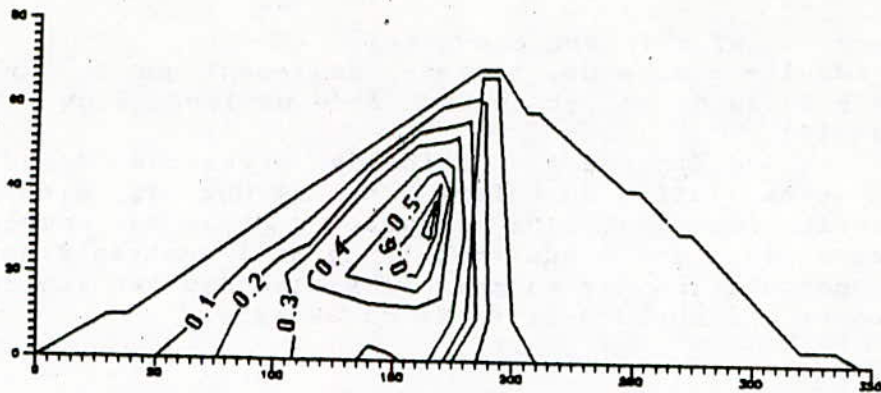


Figure 12 : Iso-Contours des Taux de Pressions Interstitielles (avec effet de drainage)  
Accelérogramme PACOIMA /  $A_{max} = 0.2g$

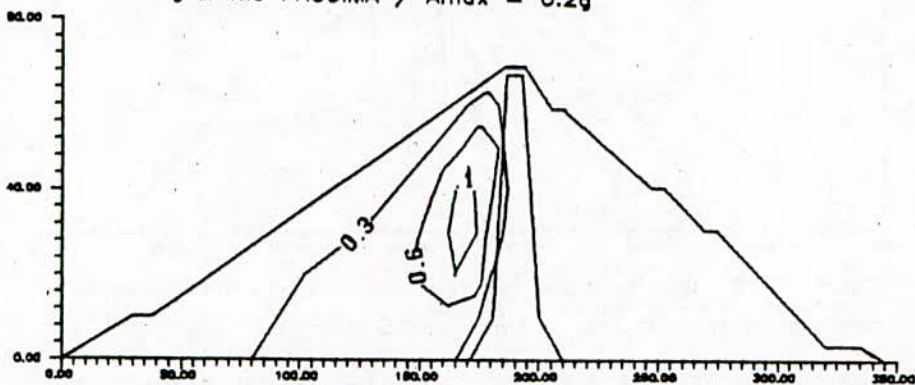


Figure 13 : Iso-Contours des Taux de Pressions Interstitielles (sans effet de drainage)  
Accelérogramme PACOIMA /  $A_{max} = 0.2g$

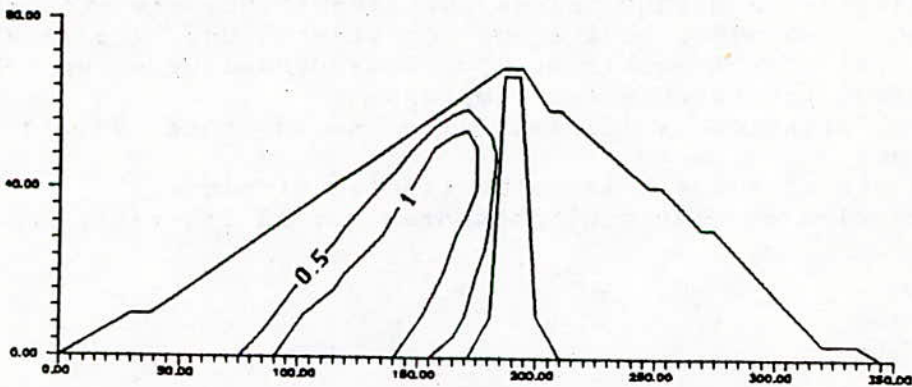


Figure 14 : Iso-Contours des Taux de Pressions Interstitielles (Avec effet de drainage)  
Accelérogramme PACOIMA /  $A_{max} = 0.4g$

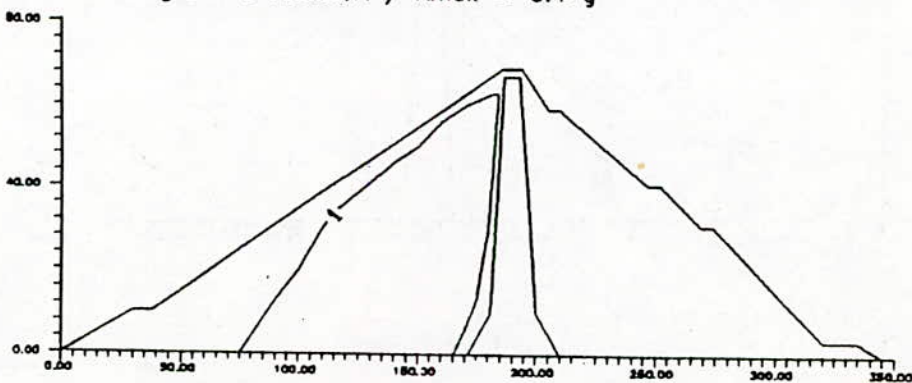


Figure 15 : Zone liquéfiée ( sans effet de drainage )  
Accelérogramme PACOIMA /  $A_{max} = 0.4g$

large zone liquéfiabie est observée.

Les résultats obtenus, montrent également que le drainage joue un rôle important et ne peut être négligé (Figs. 12 et 13, 15 et 16).

L'analyse de la redistribution des pressions d'eau deux minutes après la fin du séisme a montré que la dissipation s'effectuait lentement. De ce fait, la prise en compte des répliques devient une étape importante de l'analyse dynamique, car la superposition des surpressions générées est susceptible de provoquer une rupture différée du barrage.

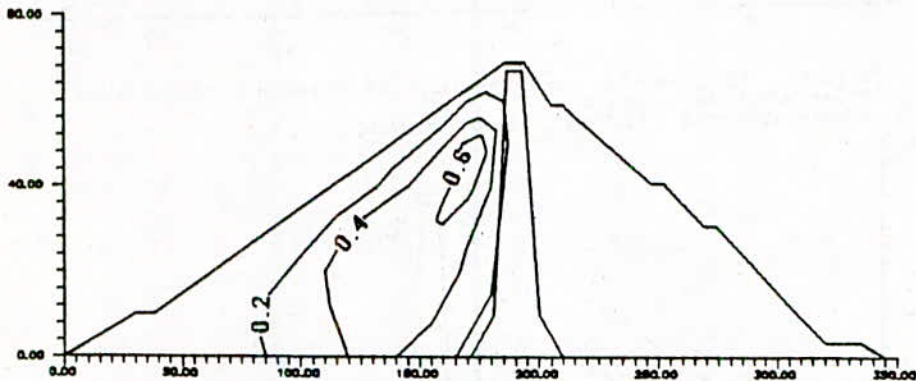


Figure 16 : Iso-Contours des Taux de Pressions Interstitielles  
2 minutes après la fin de la secousse  
Accélérogramme PACOIMA /  $A_{max} = 0.2 \text{ g}$

#### V.5. Analyse de la stabilité globale de la digue

L'étude de la stabilité globale du barrage est effectuée par la méthode de BISHOP, basée sur l'équilibre des tranches. Dans cette méthode, nous avons considéré une accélération moyenne calculée à partir de l'analyse dynamique et un champ de pressions interstitielles comprenant :

- une pression initiale liée à la cote de la nappe phréatique.
- une pression due à la sollicitation sismique.

Les cercles étudiés sont présentés sur la figure 17.

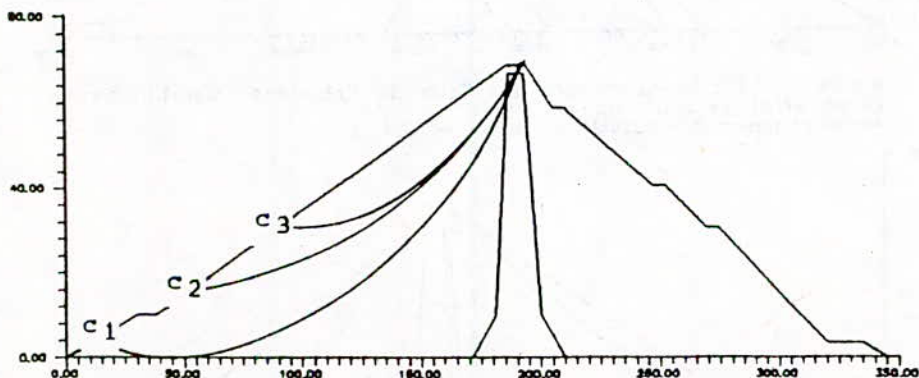


Figure 17 : Cercles Etudiés



Alternativement, il aurait été intéressant de substituer à l'accélération considérée, une accélération moyenne associée à chaque tranche. Ainsi, sans compliquer pour autant l'analyse de stabilité, la précision du résultat serait améliorée.

Pour  $A_{max} = 0.2 g$ , en cas de retenue pleine, les résultats ont montré que bien qu'affectés par la prise en compte des suppressions interstitielles, les coefficients de sécurité restent supérieurs à l'unité.

Ce même résultat aurait pu être obtenu pour  $A_{max} = 0.4 g$ , au cas où la liquéfaction n'aurait affectée qu'une zone étroite du corps du barrage. En effet, l'équilibre aurait pu être assuré par redistribution des efforts le long de la ligne de glissement [18]; il eût fallu cependant admettre les grandes déformations qui auraient pris place.

Une telle éventualité ne peut être envisagée que pour les remblais construits en matériaux denses car ces derniers ne peuvent se liquéfier en s'écoulant [18].

Le tableau suivant montre l'influence de la pression interstitielle induite par le séisme sur le coefficient de sécurité  $F_S$  en cas de vidange rapide (cas le plus défavorable) pour  $A_{max} = 0.2g$ .

cercle N°	$F_S$ (sans U)	$F_S$ (avec U)	$F_S$ (2mn après la secousse)
1	0.64	0.41	0.72
2	0.79	0.44	0.81
3	0.87	0.51	0.85

## VI. CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

La réponse dynamique d'un remblai à un séisme est un problème complexe et requiert la détermination de nombreux paramètres. Le comportement non linéaire des matériaux et le développement des pressions interstitielles sous actions sismiques introduisent des complexités numériques dont la résolution ne peut être efficacement envisagée qu'à l'aide de méthodes incrémentales et d'ordinateurs suffisamment puissants. En effet, l'augmentation des pressions d'eau pendant la durée du séisme, implique une diminution de la rigidité du sol au cours du temps et par suite d'importantes déformations. Ces dernières à leur tour, augmenteront l'intensité des pressions d'eau dans les pores, accélérant ainsi l'apparition de zones liquéfiées dans le barrage. Les méthodes incrémentales sont donc les seules méthodes susceptibles de permettre la correction, à chaque pas, de la résistance au cisaillement du sol, prenant en compte simultanément l'augmentation des pressions interstitielles et des déformations.



Toutefois, malgré la complexité de l'analyse des phénomènes observés dans un barrage soumis à un tremblement de terre, les résultats obtenus montrent que les modèles viscoélastiques linéaires utilisés peuvent être considérés comme satisfaisants eu égard à leur précision par rapport à ceux observés en réalité. La conversion du chargement dynamique en nombre de cycles réguliers, constitue elle aussi une approche raisonnable en vue de l'évaluation du risque de liquéfaction.

Dans le même ordre d'idées, il convient également de noter qu' à l'exception de l'analyse du phénomène de liquéfaction et à condition de fixer les valeurs du coefficient sismique à partir de l'analyse dynamique de l'ouvrage et de prendre en compte les pressions interstitielles générées, la méthode dite pseudo-dynamique conserve toutefois le mérite de classer les barrages en remblai vis à vis de leur résistance au cisaillement.

La réponse à un tremblement de terre d'un barrage en terre dépend aussi de l'état initial des matériaux constitutifs du barrage. Le comportement de ces derniers est lui même fonction du mode de construction du barrage, et de son histoire. Il est donc conseillé de reproduire au laboratoire l'histoire qu'a subi le sol in situ, avant de le soumettre au chargement dynamique. Par ailleurs, il faut noter que l'incertitude existant sur la réalisation de l'expérience ne peut être négligée ( utilisation d'échantillons remaniés, matériaux écrêtés etc...).

Le développement des surpressions d'eau étant la principale cause de rupture des barrages, il conviendra, autant que faire se peut, de maintenir hors de l'eau la totalité du corps du barrage en prévoyant des organes d'étanchéité à l'amont ou de placer à l'abri d'un réseau de drainage, les matériaux liquéfiables empêchant ainsi leur liquéfaction et par suite une rupture prématurée de la structure.

#### BIBLIOGRAPHIE :

- [ 1 ] " A Review of Earthquake Design of Dams ", (1975), Bulletin 27, ICOLD.
- [ 2 ] POST G., TARDIEU B., LINO M., (1985), " Génie Parasismique " Presse de l'Ecole des Ponts et Chaussées, Paris.
- [ 3 ] SEED H.B., (1979), " Considérations in the Earthquake Design of Earth and Rockfill Dams ", Géotechnique 29, N°3.
- [ 4 ] SEED H.B., IDRIS I.M., LEE K.L. and MAKDISI F.I. (1975C), " The Slides in the San Fernando Dams During the Earthquake of February 9, 1971 " A.S.C.E vol. 101, N° GT 7.
- [ 5 ] SEED H.B., LEE K.L. and IDRIS I.M. (1969), " Analysis of



Sheffield Dam Failure ", A.S.C.E vol. 95 N° SM 6.

- [ 6] SEED H.B. and IDRIS I.M., (1970), " Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis ", E.E.R.C, Report N° 70/10.
- [ 7] HARDIN B.O and DRNEVICH V.P., (1972), " Shear Modulus and Damping in Soils : Measurements and Parameter Effects ", A.S.C.E vol 98, N°SM6.
- [ 8] HARDIN B.O and DRNEVICH V.P., (1972), " Shear Modulus and Damping in Soils : Design Equations and Curves ", A.S.C.E vol 98, N°SM7.
- [ 9] DUNCAN J.M., SEED H.B., WONG K.S. and OZAWA Y., (1975), " FEADAM, A Computer Program for Finite Element Analysis of Dams "
- [10] SCHNABEL B., LYSMER J. and SEED H.B., (1972) " SHAKE , A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites ", E.E.R.C, Report N° 72/12.
- [11] DUNCAN J.M. and CHANG C.Y., (1970), " Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils ", A.S.C.E vol. 96, N° SM5.
- [12] VRYMOED J.L and GALZASCIA E.R., (1978), "Simplified Determination of Dynamic Stress in Earth Dams ",A.S.C.E , Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Pasadena.
- [13] TOUILEB B.N., (1988), " Analyse Pseudo-bidimensionnelle des ouvrages en terre ", Thèse de M.Sc.À, Université de Montréal, Ecole Polytechnique, Département de Génie Civil.
- [14] BOOKER J.R, RAHMAN M.S and SEED H.B (1976), " GADFLEA a Computer Program for the Analysis of Pore Pressure Generation and Dissipation During Cyclic or Earthquake Loading ",E.E.R.C, Report 76/24.
- [15] LIAM FINN W.D., (1981), " Liquefaction Potential : Developments since 1976 ", Int. Conf. on recent Advances in Geotechnical Earthquake Eng., St. Louis.
- [16] SCHLOSSER F., CORTE J.F., and DORMIEUX L., (1987), " Les Actions de l'Eau Souterraine en Géotechnique : Effets Dynamiques ", IX ECSMFE, Dublin.
- [17] SEED H.B. et al., (1975), " Representation of Irregular Stress Time Histories by Equivalent Uniform Stress Series in Liquefaction Analyses ", E.E.R.C, Report N°75/29.
- [18] SEED H.B and HON M., (1987), " Design Problem in Soil Liquefaction ", A.S.C.E vol 113 N° GT8.

ETUDE DE LA REPARTITION DE LA VITESSE DANS  
LE RESSAUT HYDRAULIQUE NOYÉ

S. BENMAMAR; M. BERKANT; A. KETTAB

ملخص : ان هدف هذا العمل هو تحديد منحني تغيرات سرعة جريان مائع غير قابل للانضغاط ( الماء ) في القفزة المائية المغرقة في قناة مستطيلة الشكل ومنتظمة .  
انطلاقا من المعادلات الاساسية التي تضبط الجريان المضطرب، قد تم ايجاد نموذج رياضي . الحل الحسابي لهذا النموذج أعطى تعيين توزيع سرعة الجريان في القفزة المائية .  
كما أنجزت في هذا الشأن طريقة تجريبية للتأكد من النتائج النظرية .

**RESUME :**

L'objet de ce travail est de déterminer le profil de la vitesse d'écoulement d'un fluide incompressible (eau) dans le ressaut hydraulique noyé dans un canal rectangulaire et uniforme.

Partant des équations fondamentales régissant les écoulements turbulents, un modèle mathématique a été établi.

La résolution numérique de ce modèle a donné l'allure de la vitesse d'écoulement dans le ressaut .

Une étude expérimentale a été menée pour la vérification des résultats théoriques .

**ABSTRACT:**

The object of this work is to define the flow field in a submerged hydraulic jump formed in a rectangular horizontal channel.

A mathematical model has been developed from the primitive equations governing the turbulent flow.

The longitudinal velocity distribution in the jump has been obtained both analytically and by numerical integration.

An experimental study has been undertaken to verify the theoretical results.



## NOTATIONS

a	[ m ]	: Ouverture de la vanne
b	[ m ]	: Largeur du canal
B	[ - ]	: $\partial p / \partial s$ gradient de pression
c	[ - ]	: Coefficient variable dépendant de la turbulence et de la longueur du ressaut
C <sub>c</sub>	[ - ]	: Coefficient de contraction
C <sub>1,...</sub>	[ - ]	: Constantes d'intégration
g	[ ms <sup>-2</sup> ]	: Accélération gravitationnelle
h	[ m ]	: Hauteur d'écoulement
h <sub>sa</sub>	[ m ]	: Hauteur de submersion limite
h <sub>v</sub>	[ m ]	: Hauteur d'eau à proximité aval de la vanne
h <sub>o</sub>	[ m ]	: Hauteur d'eau après le ressaut
h <sub>1</sub>	[ m ]	: Hauteur conjuguée du ressaut à l'amont
h <sub>2</sub>	[ m ]	: Hauteur conjuguée du ressaut à l'aval
$\Delta h$	[ - ]	: Pas vertical
L <sub>res</sub>	[ m ]	: Longueur du ressaut
L <sub>av</sub>	[ m ]	: Longueur d'une zone en aval du ressaut
P	[ Nm <sup>-2</sup> ]	: Pression
P <sub>o</sub>	[ Nm <sup>-2</sup> ]	: Pression dynamique moyenne dans la section se trouvant après le ressaut
P <sub>o</sub>	[ - ]	: Section transversale située juste au début du ressaut
$\bar{P}$	[ Nm <sup>-2</sup> ]	: Pression moyenne
$\bar{P}_1$	[ - ]	: Pression moyenne adimensionnelle
q	[ m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	: Débit par unité de largeur
Q	[ m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	: Débit d'écoulement
R <sub>t</sub>	[ - ]	: Nombre de Reynolds de turbulence
S	[ - ]	: Coefficient de submersion
s	[ - ]	: Coordonnée adimensionnelle le long du courant
$\Delta s$	[ - ]	: Pas vertical
t	[ - ]	: Coordonnée horizontale adimensionnelle
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	[ ms <sup>-1</sup> ]	: Composantes de la vitesse moyenne locale
$\bar{u}_o$	[ ms <sup>-1</sup> ]	: Vitesse moyenne de l'écoulement à l'aval du ressaut
$\bar{u}_1$	[ - ]	: Vitesse moyenne longitudinale adimensionnelle de la vitesse
$\bar{u}_s$	[ ms <sup>-1</sup> ]	: Vitesse moyenne de l'écoulement à la sortie de la vanne
u', v', w	[ ms <sup>-1</sup> ]	: Fluctuations des composantes de la vitesse
$\bar{v}_1$	[ ms <sup>-1</sup> ]	: Vitesse moyenne transversale adimensionnelle
x, y, z	[ m ]	: Coordonnées
X, Y, Z	[ N ]	: Composantes de la force massique
$\alpha$	[ - ]	: Coefficient de proportionnalité
n	[ - ]	: Coordonnée verticale adimensionnelle
$\tau$	[ Nm <sup>-2</sup> ]	: Tension de frottement
$\lambda$	[ - ]	: Coefficient de perte de charge linéaire
$\epsilon_t$	[ Nsm <sup>-2</sup> ]	: Coefficient de viscosité de turbulence
$\mu$	[ Nsm <sup>-1</sup> ]	: Viscosité dynamique
$\nu$	[ m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	: Viscosité cinématique
$\rho$	[ kgm <sup>-3</sup> ]	: Masse volumique

## INTRODUCTION

Le ressaut hydraulique stationnaire, plus brièvement appelé ressaut, est une brusque surélévation de la surface libre d'un courant permanent, occupant une position fixe dans un lit uniforme [1]. Il exclut tout phénomène qui résulterait d'un accident local tel un seuil de fond, un changement de largeur....etc.

Le ressaut peut être considéré comme une onde stationnaire [2]. Il se produit lorsqu'un régime supracritique devient infracritique et surélévé; Le ressaut dont les surfaces se situent nécessairement d'après ce qui précède de part et d'autre du niveau critique, occupe la courte zone de transition qui sépare les deux régimes [3].

Le ressaut hydraulique est un dissipateur d'énergie. A ce titre, il est souvent employé pour réduire l'énergie cinétique d'une nappe liquide (la lame déversante d'un barrage, par exemple) afin que cette dernière ne provoque pas l'érosion du lit [4]. Le ressaut est un des types les plus caractéristiques de l'écoulement brusquement varié [1 et 2].

Les préoccupations essentielles de ce type de mouvement, concernent les conséquences des propriétés de l'écoulement sur ses frontières plutôt que ces propriétés elles mêmes. Cela justifie l'intérêt des formes intégrales des équations générales (Bernoulli et Euler) pour la détermination de ses caractéristiques [5, 6, 7 et 8].

Si l'on s'intéresse à la variation de la vitesse dans une section transversale le long de l'écoulement, on doit revenir à la présentation de l'écoulement en un point matériel et faire appel aux équations de Reynolds.

La figure 1 (page 5) montre l'aspect habituel du ressaut. La vitesse diminue le long de celui-ci et l'épanouissement de la veine accroît la profondeur en accentuant la turbulence. Si l'exhaussement de la ligne d'eau est suffisamment prononcé, il se crée en surface, sur la partie ascendante du ressaut, un ou plusieurs rouleaux de forme plus ou moins régulière, de position moyenne relativement instable. La présence de ces rouleaux accentue l'agitation de la masse liquide, modifie même sa composition en favorisant l'introduction de bulles d'air, et crée une vitesse superficielle de déferlement dirigée vers l'amont. La turbulence ainsi créée, à l'intérieur même du ressaut, et le mouvement des rouleaux provoquent une importante dissipation de l'énergie qui se transforme en chaleur.

Pour des raisons évidentes, il est important de savoir à quelle distance de son origine, cette transformation s'achève (afin de pouvoir positionner correctement le bassin d'amortissement et éviter ainsi l'érosion du radier).



Différents travaux ont été effectués pour la détermination des caractéristiques moyennes du ressaut, telles ses hauteurs conjuguées [5, 9 et 10] et sa longueur [4, 9 et 11]. Concernant sa structure interne des études expérimentales ont été réalisées, nous citons les travaux de RESH et col [6, 7, 13 et 14].

Le travail présenté porte sur l'étude de la distribution de la vitesse de l'écoulement dans un ressaut hydraulique noyé.

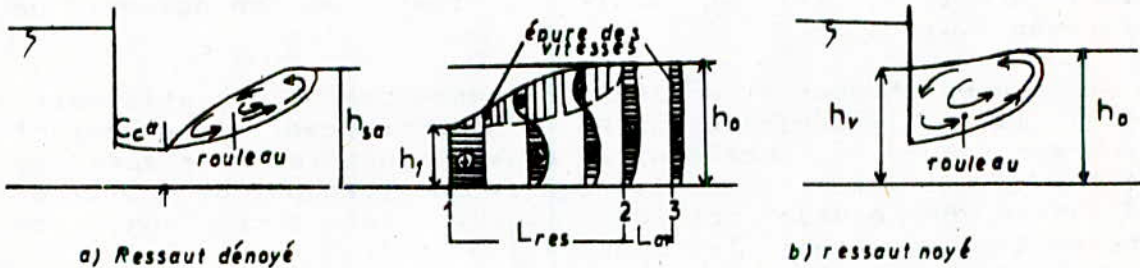


Figure 1 Ressauts hydrauliques

## 1) ETUDE THEORIQUE

Considérons un écoulement en dessous d'une vanne plane dans un canal rectangulaire à fond horizontal de largeur  $b$ , où un ressaut se produit (figure 1 page 5).

Pour  $h_0 < h_{sa}$ , l'écoulement au dessous de la vanne est dénoyé, mais il est noyé (ressaut submergé), si  $h_0 > h_{sa}$ ,  $h_0$  étant la hauteur d'eau aval et  $h_{sa}$  hauteur de submersion limite.

### 1.1 Systèmes de références - hypothèses de base

Le système de coordonnées utilisé est indiqué sur la figure 2 ci-dessous. L'axe  $ox$  est choisi suivant la direction de l'écoulement, l'axe  $oy$  est perpendiculaire à  $ox$  suivant la verticale et l'axe  $oz$  est suivant la direction horizontale transversale à l'écoulement.

Les suppositions faites sont les suivantes :

- l'écoulement est bidimensionnel en moyenne en  $oxy$ ,
- l'écoulement est stationnaire en moyenne [2],
- La surface libre est horizontale [10 et 18].

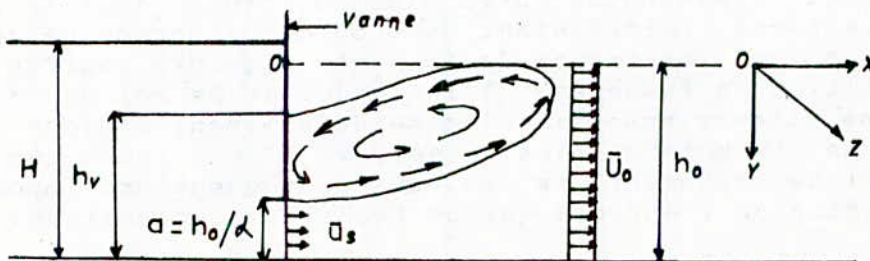


Figure 2 Schéma des données

## 1.2 Equations de base

### 1.2.1 Equation caractéristique

L'eau étant supposée un fluide incompressible, son équation caractéristique est :

$$\rho = \text{constante} \quad (1)$$

### 1.2.2 Equation de continuité

Avec les hypothèses précédentes, l'équation de continuité en valeur moyenne s'écrit sous la forme différentielle suivante :

$$\bar{u}/\partial x + \bar{v}/\partial y = 0 \quad (2)$$

### 1.2.3 Equation de la conservation de la quantité de mouvement

Avec les suppositions précisées ci-dessus, les équations différentielles du mouvement, adoptées aux écoulements turbulents par Reynolds [14 et 19] prennent la forme approchée suivante :

- dans la direction  $ox$  :

$$\bar{u}\bar{u}/\partial x + \bar{v}\bar{u}/\partial y = - \partial P/\partial x + \nu \Delta \bar{u} - \bar{u}'^2/\partial x - \partial \bar{u}'\bar{v}'/\partial y \quad (3)$$

- dans la direction  $oy$  :

$$\bar{u}\bar{v}/\partial x + \bar{v}\bar{v}/\partial y = g - \partial P/\partial y + \nu \Delta \bar{v} - \partial \bar{u}'\bar{v}'/\partial x - \bar{v}'^2/\partial y \quad (4)$$

- Dans le cas d'un écoulement bidimensionnel dans un canal horizontal, c'est l'équation dans la direction  $ox$  qu'il faut considérer, l'équation dans la direction  $oy$  étant seulement utilisée afin d'évaluer le terme de pression [8 et 14].

- Dans le ressaut, la vitesse varie rapidement dans le sens vertical et lentement dans le sens horizontal. Ceci étant, ses dérivées par rapport à  $y$  sont grandes en comparaison de ses dérivées par rapport à  $x$  ( $\partial / \partial x \ll \partial / \partial y$ ).

- Les fluctuations des vitesses longitudinale ( $u'$ ) et axiale ( $v'$ ) sont de même ordre de grandeur [1], il en résulte :

$$\bar{u}'^2 / \partial x \ll \overline{\partial u'v'} / \partial y$$

Soit  $\tau = \rho \overline{\partial u'v'}$ , la valeur moyenne de la tension tangentielle due à la turbulence [1 et 20].

En posant  $\tau = \epsilon_t \bar{u}/\partial y$ , avec  $\epsilon_t$  coefficient d'échange de quantité de mouvement. Ce dernier est la réplique du coefficient de viscosité dynamique  $\mu$ .

Dans l'écoulement turbulent (ressaut) le coefficient de



turbulence est très grand par rapport au coefficient de viscosité [2 et 20]. Ceci donne :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon_t \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \quad (5)$$

#### 1.2.4 Equations du mouvement écrites sous la forme adimensionnelle

Choisissons :  $h_0$ ,  $P_0$  et  $\bar{U}_0$  comme hauteur, pression et vitesse de référence respectivement.

En posant :

$$\bar{u}_1 = \bar{u} / \bar{U}_0, \quad \bar{v}_1 = \bar{v} / \bar{U}_0, \quad P_1 = \bar{P} / P_0, \quad t = x / h_0 \quad \text{et} \quad n = y / h_0$$

l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

en l'intégrant, on obtient :

$$\bar{v}_1 = - \int_0^n \left( \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} \right) dn = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^n \bar{u}_1 dn \quad \text{avec} \quad 0 \leq n \leq 1$$

et en introduisant une nouvelle variable S, égale à :

$$s = \int_0^t dt / R_t$$

avec  $R_t$  nombre de REYNOLDS de turbulence, égal à  $\rho \bar{U}_0 h_0 / \epsilon_t$  on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial (1/R_t)}{\partial s}$$

Ceci conduit à écrire :

$$\bar{v}_1 = - \frac{1}{R_t} \frac{\partial}{\partial s} \int_0^n \bar{u}_1 dn \quad \text{avec} \quad 0 \leq n \leq 1 \quad (7)$$

en posant :

$$\dot{v} = - \frac{\partial}{\partial s} \int_0^1 \bar{u}_1 dn \quad \text{et en simplifiant par } 1 / R_t, \text{ l'équation du}$$

mouvement prend la forme suivante :

$$\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial s} + \dot{v} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial n} = - \frac{\partial P_1}{\partial s} + \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial n^2} \quad (8)$$

cette relation exprime un processus d'égalisation de vitesse. Sa résolution nous permettra d'avoir le profil de la vitesse dans le ressaut.

### 1.3 / Modèle mathématique d'un écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique noyé

Il s'agit de poser le système d'équations définissant le phénomène, et de proposer une méthode de résolution appropriée.

#### 1.3.1 Equation régissant le ressaut hydraulique noyé

En supposant en première approximation que la variation du gradient de pression est constante et égale à B. La transformation de l'équation de continuité sous la forme adimensionnelle s'écrit :

$$\int_0^1 \bar{u}_1 d\eta = 1$$

sachant que  $\bar{v} = \frac{\partial}{\partial s} \int_0^\eta \bar{u}_1 d\eta$  avec  $0 \leq \eta \leq 1$ , la relation (8) devient :

$$\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial s} = -B + \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \eta^2} \quad (9)$$

La solution de cette équation n'a un sens physique que si le coefficient de  $\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial s}$  est positif. Cette condition peut être introduite de la manière suivante :

$$\bar{v} = \begin{cases} \bar{u}_1 & \text{pour } \bar{u}_1 > 1 \\ 1 & \text{pour } \bar{u}_1 \leq 1 \end{cases}$$

Ainsi l'équation du mouvement devient en omettant l'indice 1

$$\bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} - B \quad (10)$$

C'est l'équation définissant l'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique noyé.

Pour que la solution de l'équation (10) soit entièrement déterminée, la fonction  $\bar{u}(s, \eta)$ , doit vérifier les conditions aux limites, correspondant aux conditions physiques du problème.

Les conditions aux limites sont:

$$\bar{u}(s, \eta=0) = \theta_1(s) \quad (a) ; \quad \bar{u}(s, \eta=1) = \theta_2(s) \quad (b); \quad \text{et}$$

$$\bar{u}(0, \eta) = \theta(\eta) \quad (c)$$

Du point de vue physique les conditions (a) et (b) correspondent au fait qu'à la surface libre ( $\eta=0$ ) et au fond du canal ( $\eta=1$ ), on a une vitesse égale à  $\theta_1$  et  $\theta_2$  respectivement. La condition (c) montre que pour la section au niveau de la vanne ( $s=0$ ) la vitesse est prise égale à  $\theta(\eta)$ .



### 1.3.2 Détermination des conditions aux limites

Deux cas de figure sont à considérer pour la détermination  $\bar{u}(s, \eta=0)$  et  $\bar{u}(s, \eta=1)$ .

a) Frottements négligeables : ils sont négligés à la surface libre ( $\eta=0$ ) et au fond du canal ( $\eta=1$ ). Ceci se traduit par :

$\tau = \epsilon_t \delta \bar{u} / \delta \eta = 0$  pour  $\eta=0$  et  $\eta=1$   
comme  $\epsilon_t \neq 0$ , on en déduit :

$$\delta \bar{u} / \delta \eta = 0 \quad (11)$$

b) Prise en compte des frottements au fond du canal : ils sont considérés négligeables à la surface libre ( $\delta \bar{u} / \delta \eta = 0$ ).

Par contre au fond du canal, les frottements sont pris en considération et il en résulte :

$$\delta \bar{u} / \delta \eta = \lambda \rho \bar{u}^2 / 8 \epsilon_t \quad (12)$$

### 1.4 Répartition de la vitesse dans une section transversale au niveau de la vanne $s = 0$

#### 1.4.1 Transformation de l'équation de l'écoulement

L'équation différentielle (10) peut être transformée, en substituant à la dérivée première, le rapport aux différences approximant :

$$\delta (\bar{u}_{n+1} - \bar{u}_n) / \Delta s = \delta^2 \bar{u} / \delta \eta^2 - B \quad (13)$$

En posant :

$$\bar{u}_{n+1} = \bar{u} ; \quad \delta^2 \bar{u} / \delta \eta^2 = \bar{u}'' ; \quad \bar{u}_n = \mathcal{C} \quad \text{et} \quad \Delta s = 1/k$$

et en les introduisant dans l'expression (13), celle-ci devient :

$$\bar{u}'' - \delta k \bar{u} = \delta \mathcal{C} k + B \quad (14)$$

La relation obtenue est une équation différentielle du deuxième ordre indéterminée [21 et 22].

Sa solution peut être présentée, comme la somme des solutions des deux équations indéterminées suivantes :

$$\bar{u}_1 - \delta k \bar{u}_1 = - \delta k \mathcal{C} \quad (15)$$

$$\bar{u}''_2 - \delta k \bar{u}_2 = B \quad (16)$$

En posant  $\bar{u}_2 = Bz$ , ( $z$  fonction inconnue de  $\eta$ ), l'expression (14) s'écrit, après substitution de  $\bar{u}_2$  par son expression et simplification par  $B$  :

$$z'' - \delta k z = 1 \quad (17)$$

1.4.2 Données du problème posé - détermination de  $u(\eta)$  et  $z(\eta)$  dans une section au niveau de la vanne ( $s = 0$ ) pour différents débits

a) Données du problème

Considérons un écoulement sous vanne dans un canal rectangulaire à fond horizontal (figure 2 page 5), les données sont :

- \* la hauteur d'eau  $H$  à l'amont de la vanne,
- \* la hauteur d'eau  $h_0$  à l'aval du ressaut, variable en fonction du débit donné, elle est proportionnelle à l'ouverture de la vanne ( $a$ ):  $h_0 = \alpha a$ , avec  $\alpha$  variant de 2 à 10, seuls les résultats de  $\alpha = 4, 7, 9$  ont été présentés.

L'équation de continuité s'écrit :

$$Q = \bar{U}_0 b h_0 = \bar{u}_s b a$$

comme  $a = h_0 / \alpha$ , il en résulte :

$$\bar{u}_s / \bar{U}_0 = \alpha$$

b) Domaines d'écoulement

Le domaine d'écoulement sera divisé en deux parties. Dans la première partie,  $\eta$  sera pris entre 0 et  $(\alpha-1)/\alpha$  (écoulement au niveau de la vanne), avec  $\dot{u} = 1$  et  $\mathcal{E} = 0$ . Pour la deuxième partie,  $\eta$  sera compris entre  $(\alpha-1)/\alpha$  et 1 (écoulement sous la vanne) (figure 3 ci-dessous), avec  $\dot{u} = \alpha$  et  $\mathcal{E} = \alpha$ .

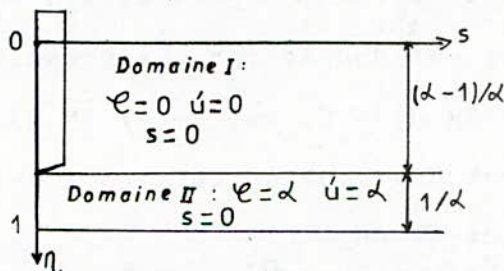


Figure 3 Domaines d'écoulement

c) Répartition de la vitesse d'écoulement dans une section transversale  $s = 0$  dans un ressaut hydraulique

L'équation régissant le phénomène est :

\* dans le domaine I :  $\bar{u}'' - k\bar{u} = B$  (18)  
 équation linéaire non homogène du second ordre. Sa solution générale est donnée par l'expression :

$$\bar{u}_I = C_1 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_2 \exp(-\sqrt{k} \eta) - B / k \quad (19)$$

\* dans le domaine II :  $\bar{u}'' - \alpha k \bar{u} = -\alpha^2 k + B$  (20)



équation linéaire non homogène du second ordre. Sa solution générale est exprimée par :

$$\bar{u}_{II} = C_3 \exp(\sqrt{\alpha k} \eta) + C_4 \exp(-\sqrt{\alpha k} \eta) - B / \alpha k + \alpha \quad (21)$$

$C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , et  $C_4$  sont des constantes déterminées par les conditions aux limites suivantes :

- pour  $\eta = 0$ , on a  $d\bar{u}_I / d\eta = 0$  (sans force de frottement à la surface libre)
- pour  $\eta = 1$ , on a  $d\bar{u}_{II} / d\eta = 0$  (sans force de frottement au fond du canal)
- pour  $\eta = (\alpha - 1) / \alpha$ , on a  $\bar{u}_I = \bar{u}_{II}$
- pour  $\eta = (\alpha - 1) / \alpha$ , on a  $d\bar{u}_I / d\eta = d\bar{u}_{II} / d\eta$

Les courbes représentatives de la distribution de la vitesse  $\bar{u}$  pour les différents débits, sont données dans les figures 4, 5 et 6 (voir page 12).

#### d) Détermination de la fonction $z(\eta)$ pour différents débits

Considérons l'équation linéaire non homogène du second ordre :

$$z'' - \alpha k z = 1$$

elle s'écrit dans le domaine I, en prenant  $\alpha = 1$  :

$$z'' - k z = 1 \quad (22)$$

sa solution générale est :

$$z_I = C_5 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_6 \exp(-\sqrt{k} \eta) \quad (23)$$

dans le domaine II, en prenant  $\alpha = \alpha$ , elle s'écrit :

$$z'' - \alpha k z = 1 \quad (24)$$

sa solution générale est donnée par l'expression suivante :

$$z_{II} = C_7 \exp(\sqrt{\alpha k} \eta) + C_8 \exp(-\sqrt{\alpha k} \eta) - 1 / \alpha k \quad (25)$$

$C_5$ ,  $C_6$ ,  $C_7$  et  $C_8$  sont des constantes tirées des conditions aux limites suivantes :

- pour  $\eta = 0$ , on a  $dz_I / d\eta = 0$  ;
- pour  $\eta = 1$ , on a  $dz_{II} / d\eta = 0$  ;
- pour  $\eta = (\alpha - 1) / \alpha$ , on a  $z_I = z_{II}$
- pour  $\eta = (\alpha - 1) / \alpha$ , on a  $dz_I / d\eta = dz_{II} / d\eta$

Les courbes représentatives de la fonction  $\bar{u} - Bz = \bar{u}_1 - \bar{u}_2$  pour les différents débits, sont données dans les figures 4, 5 et 6 ( voir page 12).

#### e) Analyse des résultats

Les courbes tracées en trait continu représentent la fonction  $\bar{u} = \bar{u}_1 + \bar{u}_2$ , alors que les courbes en pointillé représentent la fonction  $\bar{u} - Bz = \bar{u}_1 - \bar{u}_2$ . Ces deux types de courbes ont une même allure et convergent. On peut donc faire une identité entre les deux fonctions, ce qui signifie que  $\bar{u}_2$  peut être négligé.

$\bar{u}_2$  étant négligeable,  $u$  est pris égal à  $u_1$ , comme solution de l'équation :

$$\bar{u}''_1 - \alpha k \bar{u}_1 = -k \alpha e$$

comme  $k = 1 / \Delta s$ ,  $e = \bar{u}_n$  et  $\bar{u}_1 = \bar{u}_{n+1}$ , cette équation peut s'écrire :

$$\bar{u}'' = \alpha \delta \bar{u} / \delta s \quad (26)$$

Répartition de la vitesse d'écoulement dans une section transversale  $s=0$  pour  $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 4$

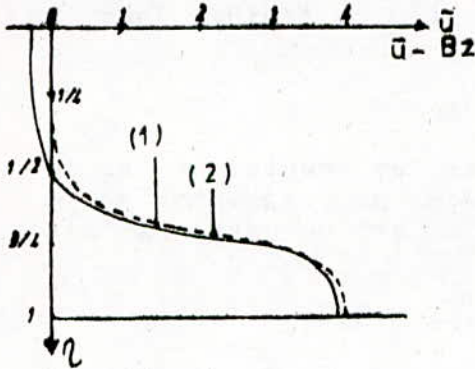


Figure 4

Répartition de la vitesse d'écoulement dans une section transversale  $s=0$  pour  $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 7$

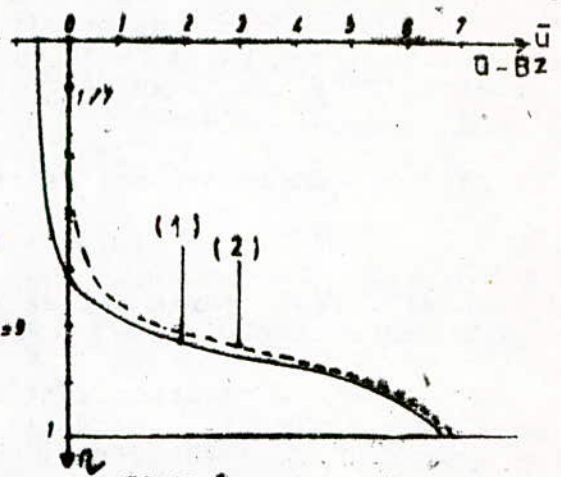


Figure 5

Répartition de la vitesse d'écoulement dans une section transversale  $s=0$  pour  $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 9$

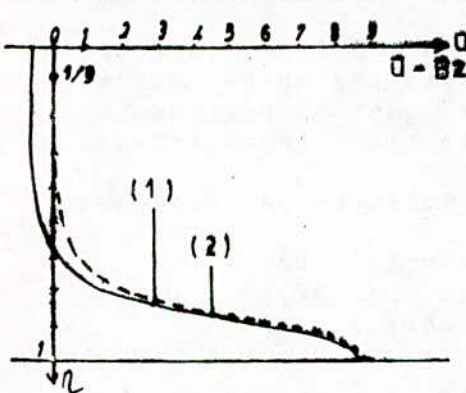


Figure 6

- courbe en trait continu (1) représente la fonction  $\bar{u}(n)$
- courbe en pointillé (2) représente la fonction  $\bar{u}(n) - Bz(n)$

#### f) Détermination du coefficient de submersion S

Soit  $S$  coefficient de submersion pris égal à  $a / h_v$ , avec  $a$  ouverture de la vanne et  $h_v$  hauteur d'eau à proximité aval de la vanne, que l'on détermine à partir des courbes sur les figures 4, 5 et 6 (page 12).

- Pour  $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 4$ , on a  $h_v = h_0 / 2$ , il en résulte que :

$$S = 0.5$$

- Pour  $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 7$ , on a  $h_v = 2.5h_0 / 2$ , il en résulte que :

$$S = 0.4$$



- Pour  $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 9$ , on a  $h_v = 3h_0 / 9$ , il en résulte que :  
 $S = 0.33$

En conclusion, pour  $S < 0.5$ , le ressaut est dit faiblement submergé, alors que pour  $S > 0.5$ , le ressaut est dit fortement submergé.

### 1.5 Solution numérique de l'équation du mouvement du ressaut hydraulique

#### 1.5.1 Signification physique de la relation proposée

L'équation définissant l'écoulement d'un fluide dans un ressaut étant :

$$\partial^2 \bar{u} / \partial \eta^2 = \alpha \partial \bar{u} / \partial s$$

Elle n'a un sens physique que si et seulement si le coefficient de  $\partial \bar{u} / \partial s$  est positif. Afin de respecter cette condition, il y a lieu de poser que  $\bar{u}$  est un carré parfait [22 et 23].

Après transformation, cette équation s'écrit :

$$\partial \bar{u} / \partial s = c^2 \partial^2 \bar{u} / \partial \eta^2 \quad (27)$$

$c$  : coefficient dépendant de la turbulence et de la longueur du ressaut ( $L_{res}$ ).

Pour que sa solution soit entièrement définie, la fonction  $u(\eta)$  doit vérifier les conditions aux limites suivantes :

\* pour  $s = 0$ ,  $\bar{u}(\eta) = f(\eta)$  fonction connue, représente la répartition de la vitesse dans une section transversale au niveau de la vanne

\* pour  $\eta = 0$  : Les frottements sont négligés, par conséquent  $\partial \bar{u} / \partial \eta = 0$

\* pour  $\eta = 1$  : Deux cas de figures se présentent :

- cas où les frottements sont négligés, donc  $\partial \bar{u} / \partial \eta = 0$
- cas où les frottements sont pris en compte on a :

$$\partial \bar{u} / \partial \eta = 1 \quad \text{et} \quad \partial^2 \bar{u} / \partial \eta^2 = \epsilon_t$$

#### 1.5.2 Méthode de résolution numérique :

Supposons le domaine d'écoulement ( le ressaut ) divisé en mailles rectangulaires de côtés  $\Delta s$  et  $\Delta h$  (figure 7 ci dessous).

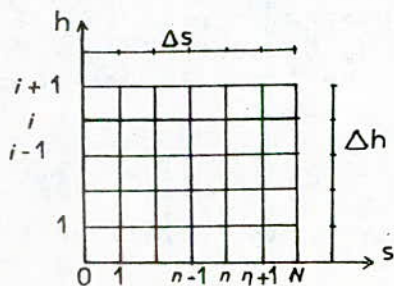


Figure 7 Maillage

Une méthode de résolution numérique courante consiste à approcher l'équation différentielle par des valeurs discrètes de la variable. Le domaine étudié étant maillé, on remplace dans l'équation différentielle les dérivées partielles par des différences finies, exprimées en fonction des valeurs de la fonction aux noeuds du maillage. Une telle méthode est dite méthode des différences finies [21 et 24].

En substituant aux dérivées partielles, les expressions aux différences finies dans l'équation (27), il en résulte :

$$[\bar{u}_{n+1,i} - \bar{u}_{n,i}] / \Delta s = c^2 [\bar{u}_{n,i+1} - 2\bar{u}_{n,i} + \bar{u}_{n,i-1}] / \Delta h$$

Les  $u_{0,i}$  étant connus par les conditions initiales, la relation de définition du schéma permet de déterminer les  $\bar{u}_{1,i} \dots \bar{u}_{2,i} \dots \bar{u}_{n,i}, \bar{u}_{n+1,i} \dots$  etc.

Le schéma est stable si  $c^2 * \delta s / \delta h^2 \leq 1/2$  avec  $\delta s > 0$ . En prenant  $c^2 * \delta s / \delta h^2 = 1/2$ , l'algorithme numérique proposé pour la résolution de l'équation régissant l'écoulement dans un ressaut hydraulique noyé est :

$$\bar{u}_{n+1,i} = [\bar{u}_{n,i-1} + \bar{u}_{n,i+1}] / 2 \quad (28)$$

### 1.5.3 Analyse des résultats numériques

Le calcul numérique a donné les résultats présentés sur les figures 8, 9 et 10 (voir pages 15 et 16). Ces dernières montrent l'évolution longitudinale et transversale de la vitesse axiale pour un ressaut hydraulique noyé.

Il apparaît que la répartition verticale près du fond reste presque uniforme. Il existe donc une zone non perturbée.

Les distributions des vitesses dans une section semblent avoir atteint un état d'équilibre qu'à partir d'une certaine distance de la vanne, variable en fonction du débit et de la hauteur  $h_0$ .

Pour  $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 4$ , il existe un état d'équilibre qu'à partir d'une section  $s = 1600$ .

Pour  $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 7$ , il existe un état d'équilibre qu'à partir d'une section  $s = 2800$ .

Pour  $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 9$ , il existe un état d'équilibre qu'à partir d'une section  $s = 3100$ .

On peut affirmer que : les conditions de l'écoulement amont ont une influence sur la structure cinématique du ressaut.

Le volume occupé par le rouleau augmente avec la vitesse à l'amont. La région de l'écoulement comprise entre la ligne  $\eta = (\alpha - 1) / \alpha$  avec,  $\alpha = 2, \dots, 10$  et la surface libre de l'eau est en effet plus étendue pour les vitesses les plus élevées.

Mais beaucoup plus intéressante est que si la longueur du ressaut ( $L_{res}$ ) définie comme la distance longitudinale entre



le point où commence la discontinuité de l'écoulement super-critique (torrentiel) et le point, dans la partie subcritique (fluvial) du ressaut, où les conditions de l'écoulement sont de nouveau essentiellement définies par les caractéristiques du canal, alors la longueur du ressaut est nettement supérieure à celle qui est d'habitude adoptée (celle-ci est basée sur la fin du rouleau telle que  $L_{res} = 6h_2 + 4.9S$  avec  $S$  facteur de submersion).

Des résultats comparables ont été obtenus par RESH et LEUTHEUSSER [7 et 8] pour un ressaut dénoyé.

REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR  $u_s / U_0 = 4$  SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

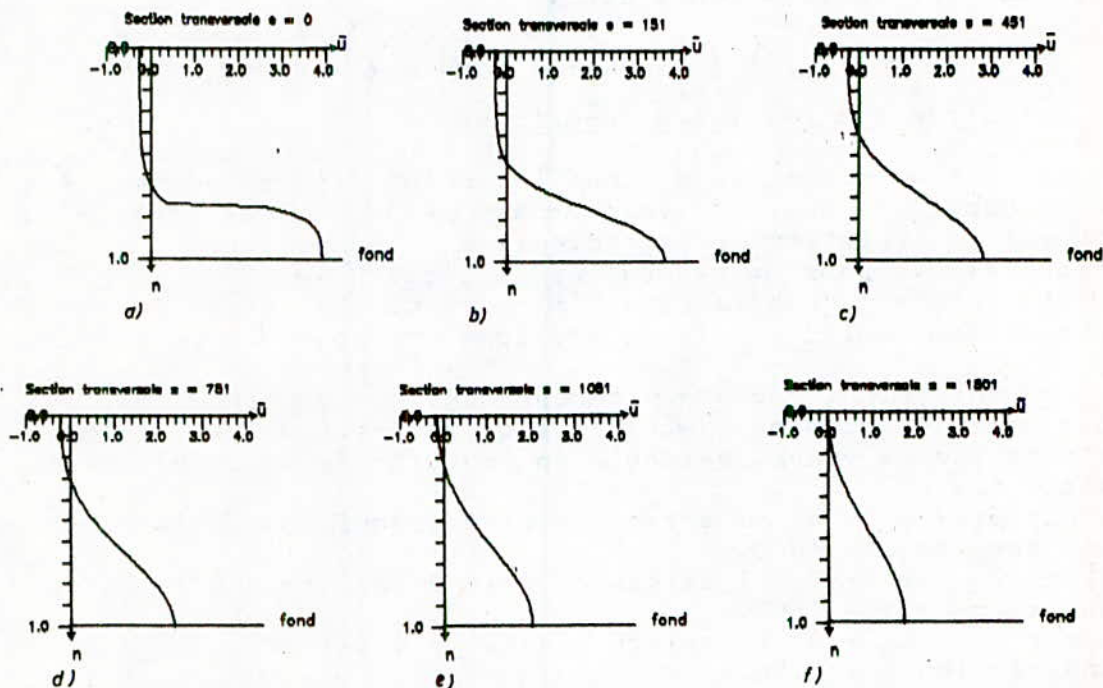


Figure 8

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT  
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR  $u_s / U_0 = 7$   
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

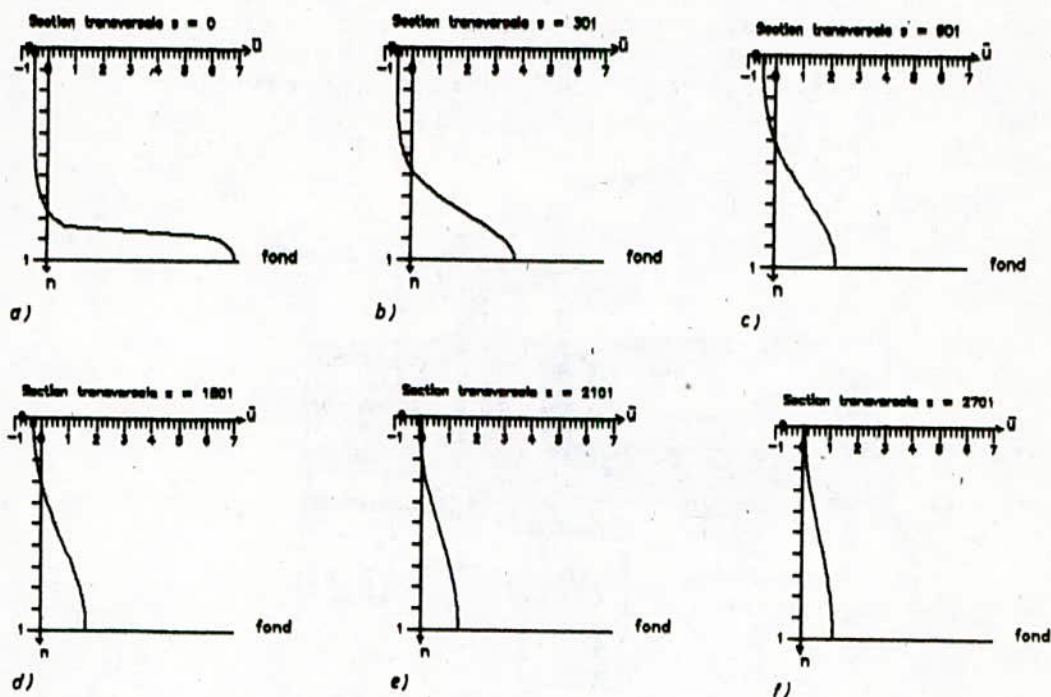


Figure 9

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT  
 HYDRAULIQUE DANS PLUSIEURS SECTIONS TRANSVERSALES POUR  $u_s / U_0 = 9$   
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

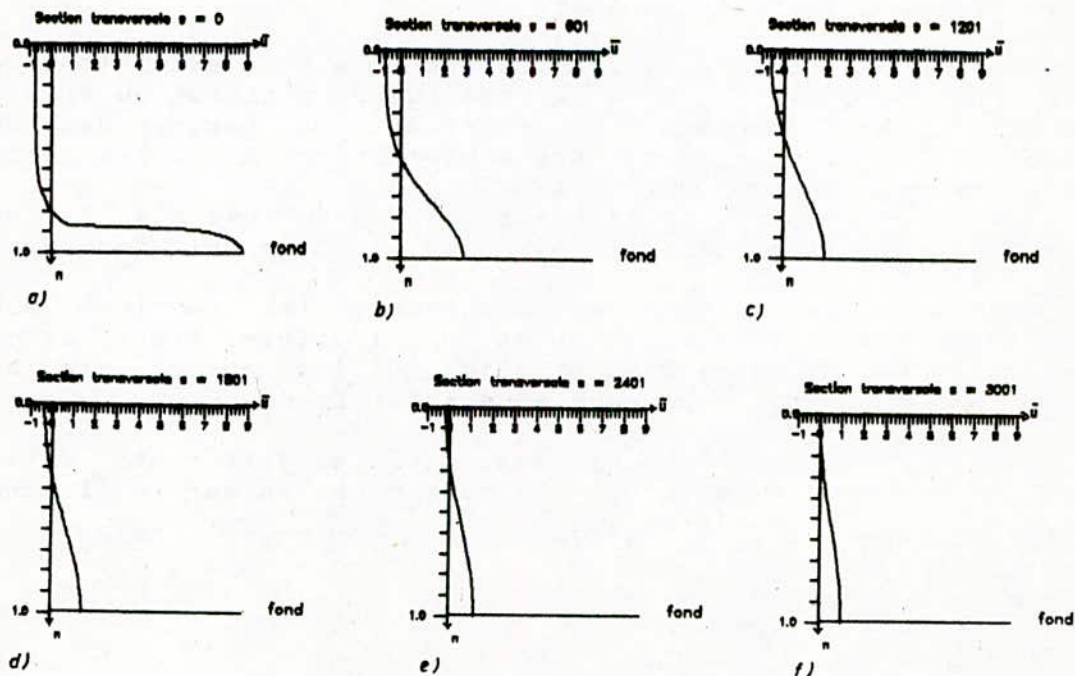


Figure 10



## 2°/ ETUDE EXPERIMENTALE

### 2.1) Dispositif expérimental - appareillage de mesure

Les expériences ont été effectuées dans un canal ouvert à fond horizontal, lisse, et de section rectangulaire.

L'appareillage de mesure se compose de:

- limnimètres : dispositif de repérage des niveaux,
- tube de pitôt,
- manomètre en U.

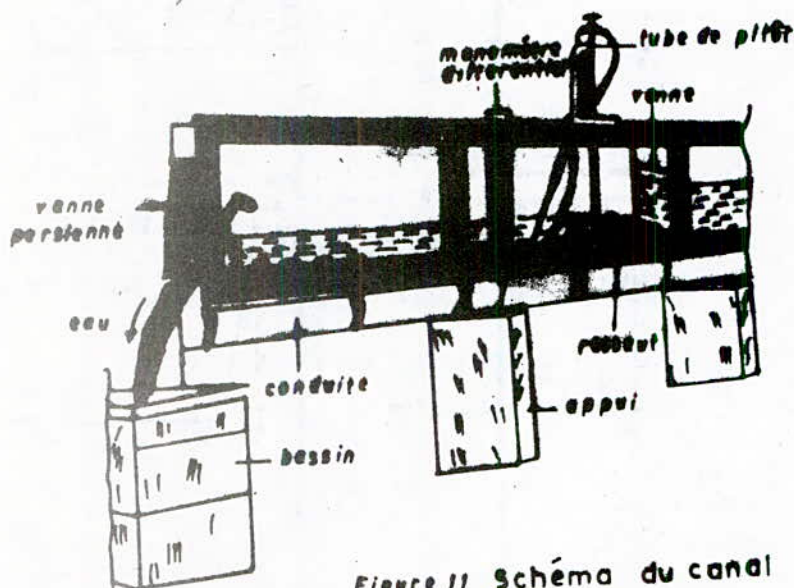


Figure 11 Schéma du canal

### 2.2) Présentation des résultats

Les mesures ont été effectuées sur le plan axial longitudinal de l'écoulement. On a vérifié que ce plan est un plan de symétrie pour l'écoulement en effectuant des mesures dans des sections longitudinales situées à mi-distance entre les parois latérales et la section centrale.

Les mesures dans la partie rouleau n'ont pas été faites, vue la présence de bulles d'air dans le tube qui faussaient les résultats.

Selon l'axe  $x$  (sens de l'écoulement) les sections sont repérées en fonction de la hauteur  $h_0$ , l'origine étant située juste au début du ressaut et notée  $P_0$ , les autres sections ayant un indice correspondant à un multiple de  $h_0$ .

Les distributions de vitesses pour les différents débits ( $u/U_0 = 4$ ;  $u/U_0 = 7$  et  $u/U_0 = 9$ ) sont montrées sur les figures 12, 13 et 14 (pages 18 et 19).

### 2.3 Analyse des résultats

La répartition adimensionnelle de la composante horizontale  $u$  de la vitesse dans la zone près du fond a été analysée expérimentalement. Il ya lieu de constater que les distributions des vitesses ne semble pas avoir atteint un état d'équilibre à des sections aussi éloignées que  $x = 6h_2$  et ceci pour les trois débits.

Ces résultats sont conformes aux résultats théoriques pour la région hors du rouleau.

Un ressaut noyé a tendance à montrer un écoulement séparé de la paroi, ce qui conduit à un état de turbulence plus proche de la turbulence libre. Ce phénomène pourrait être comparé aux processus de mélange d'un jet pénétrant dans un fluide au repos [25].

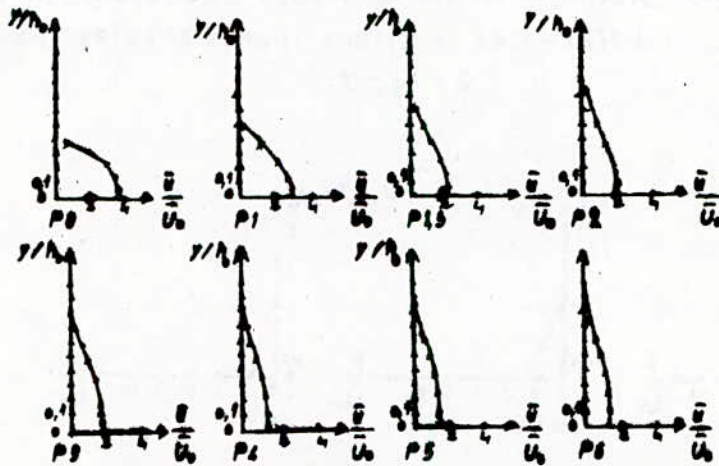


Figure 18 Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour  $Q / U_0 = 4$



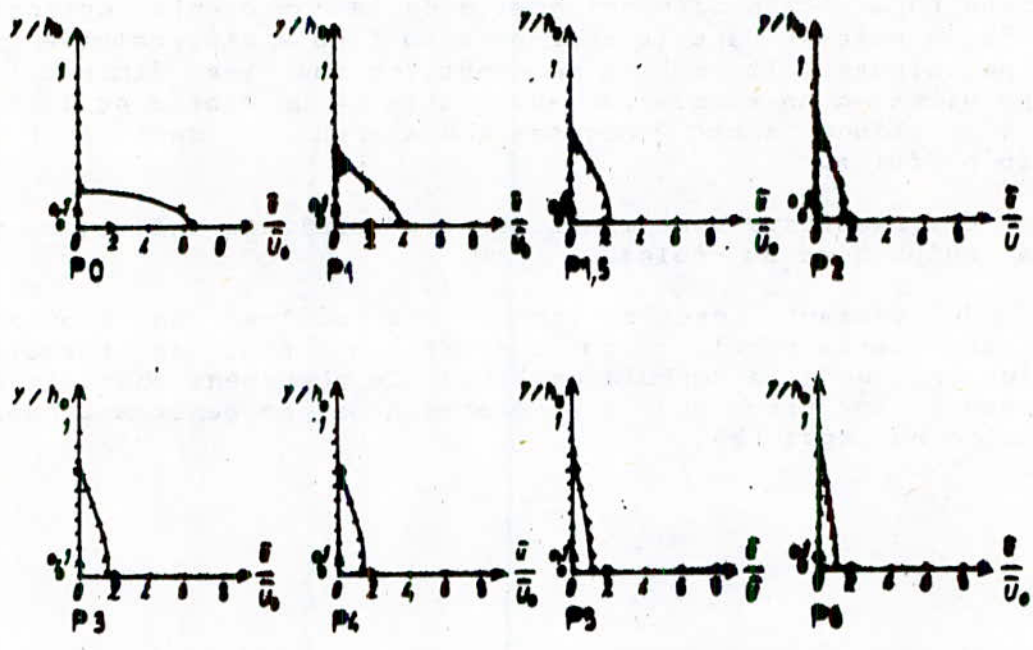


Figure 11 Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour  $\bar{u} / \bar{u}_0 = 7$

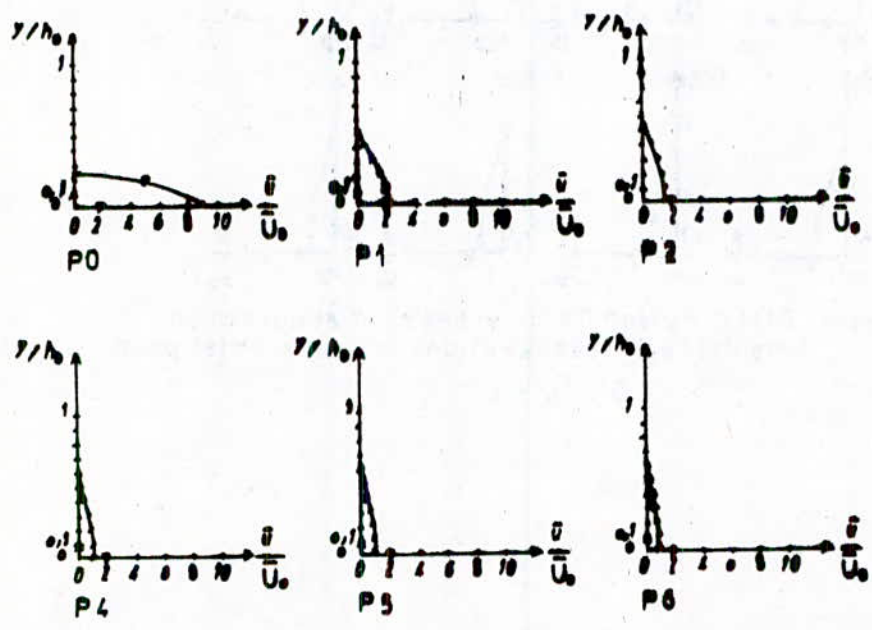


Figure 12 Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour  $\bar{u} / \bar{u}_0 = 9$

## CONCLUSION

Le ressaut hydraulique stationnaire noyé ayant fait l'objet de notre étude, appartient à la catégorie des écoulements brusquement variés, caractérisés par la variation rapide et parfois discontinu des paramètres hydrauliques (pression et vitesse d'une section à une autre).

Ce caractère localisé a permis de les étudier séparément et d'obtenir les fonctions de transfert dans un domaine occupant la zone de transition. Celle - ci sépare les deux régions (torrentielle amont, fluviale aval) dont les surfaces se situent nécessairement de part et d'autre du niveau critique. Elles permettent de connaître les valeurs globales ou moyennes de ce type d'écoulement, par l'application du principe de la conservation de la quantité de mouvement et de continuité (à savoir les profondeurs conjuguées, la longueur et l'énergie dissipée dans le ressaut).

Ces principes de conservation de quantité de mouvement et de masse qui deviennent des équations intégrales (Bernoulli et Euler), ne sont plus suffisantes si l'on s'intéresse à la variation de la vitesse dans une section le long de l'écoulement. On doit revenir à la représentation de l'écoulement en un point matériel et faire appel aux équations de Reynolds.

Sur la base d'hypothèses simplificatrices, notre étude se distingue des autres (citées en bibliographie), par le choix de la longueur de référence rendant les équations de Reynolds adimensionnelles faciles à discrétiser par différences finis.

Les résultats auxquels nous avons abouti permettent de mieux cerner les paramètres caractéristiques du ressaut déterminés par les méthodes globales. Il reste pour améliorer ces résultats, de formuler les hypothèses liées à la ligne d'exhaussement sur la partie ascendante du ressaut où se crée un ou plusieurs rouleaux de force plus ou moins régulière. Ceci pourrait faire l'objet d'une recherche liant les volumes de ces rouleaux à l'énergie absorbée par le ressaut.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. CARLIER : " Hydraulique générale et appliquée " ed Eyrolles, (1980).
- [2] M. HUG : " Mecanique des fluides appliquées. " ed Eyrolles, (1975).
- [3] V.T. CHOW : " Open channel hydraulics" ed MC Grawhill Book (1959).
- [4] L.J. TISON : " Théorie des cours d'eau en mouvement permanent phénomène de filtration " ed Gand (1953).
- [5] RAMAPRASAD et : " Application of momentum equation in  
N. GOVINDA RAO the hydraulic jump" Houille blanche, 4, (1966).
- [6] F.J. RESH et : " Mesure de turbulence dans le ressaut  
H. LEUTHEUSSER hydraulique " Houille Blanche,1, (1974).
- [7] F.J. RESH et : " Le ressaut hydraulique - Mesure de la  
H. LEUTHEUSSER turbulence dans la région diphasique" Houille blanche, 4, (1972).
- [8] F.J. RESH et : " Mesure des tensions de Reynolds dans  
H. LEUTHEUSSER le ressaut hydraulique " Journal de Recherche Hydraulique volume 10, 4, (1972).
- [9] N. RAJARATNAM : " Hydraulic jumps" Adevances hydrosience volume 4, ed V.T. CHOW, Academic Press, NEW YORK (1967).
- [10] N. RAJARATNAM et : " Flow equation for the sluice gate "  
K. SUBRAMANYA proc. ASCE, Irrigation and Drainage Division, volume 93, 3, (1967).
- [11] S. GOUDONOV et : " Schéma aux différences "  
V. RIABENKI ed OPU, (1987).
- [12] R. SINNIGER et : " Constructions hydrauliques -  
W. HAGER Ecoulements stationnaires " Presse Polytechnique Romande, (1988).
- [13] F.J. RESH et : " Bubby two phase flow hydraulic jump "  
H. LEUTHEUSSER et Journal of Hydraulic division, proc.  
S. ALEMLI ASCE, volume 100,1, (1974).
- [14] F.J. RESH et : " Etude de la structure cinétique et  
H. LEUTHEUSSER dynamique du ressaut hydraulique " Journal of Hydraulic research volume 14, 4, (1976).

- [15] N. RAJARATNAM et : " Flow immediately below submerged  
K. SUBRAMANYA sluice gate " proc. ASCE, Journal  
Hydraulic Division, volume 94, 1,  
(1968).
- [16] N. RAJARATNAM et : " Pratical problem of sluice gate  
K. SUBRAMANYA flow " Water Power, 3, (1969).
- [17] N. RAJARATNAM et : " Free flow up stream of vertical  
J. A. HUMPHRIES sluice gate " Houille Blanche 1,  
(1974).
- [18] N. RAJARATNAM et : " Profil of the hydraulic jump "  
S. KANAKA Journal of Hydraulics Division  
ASCE, 3, (1968).
- [19] W. C. REYNOLDS : " La simulation des modèles dans la  
turbulence " Tome 2, ed Eyrolles  
(1983).
- [20] J. O. HINZE : " Turbulence " edition M. C. Grawhill  
(1959).
- [21] S. GODOUNOV et : " Schéma aux différence " ed OPU,  
V. RIABENKI (1987).
- [22] M. KONOVALOV : " Les nappes libres turbulentes des  
liquides " ed MIR MOSCOU, (1962).
- [23] N. PISKONOV : " Calcul différentiel et intégral "  
Tome II, ed MIR MOSCOU, (1980).
- [24] B. RICHARDS et : " Numerical analysis "  
J. D. FAIRER Prindle Weber and Schmidt, BOSTON  
(1981).
- [25] N. RAJARATNAM : " Hydraulic jump " Adveances  
Hydroscience volume 4, ed V. T. CHOW,  
Academic Press NEW YORK, (1967).



# CONTRIBUTION A LA DETERMINATION DE LA PRESSION INTERSTITIELLE DANS LES BARRAGES EN TERRE HOMOGENE

par

D. ABDERRAHIM<sup>(\*)</sup>, B.M. UPPALURI<sup>(\*\*)</sup> et A. KETTAB<sup>(\*\*)</sup>

## ملخص

- ان الضغط المسامي هو عامل أساسي لدراسة استقرار السدود الترابية، ويتعلق هذا بوضعية السطح الحر .
- السطح الحر نحصل عليه بطريقة التشابه اللزج والضغط المسامي بالتشابه الكهربائي . برنامج طور بطريقة التجزيئات المتناهية يسمح بمقارنة نتائج الجريان المستقر . دراسة التصريف السريع حصلنا عليها من خلال تحويل برنامج التجزيئات المتناهية .
- وهذا البحث يساهم في دراسة استقرار السدود الترابية المتجانسة .

## Résumé

La pression interstitielle est un paramètre important dans les études de stabilité des barrages en terre, celle-ci est liée à la position de la surface libre.

La surface libre est déterminée par analogie visqueuse et la pression interstitielle par analogie électrique. Un programme élaboré en éléments finis a permis de comparer les résultats en régime permanent. L'étude de la vidange rapide a été réalisée en adaptant un programme d'éléments finis.

La présente recherche contribuera à l'étude de la stabilité des barrages en terre homogène.

## Abstract

The variation of pore pressures is an important factor defining the stability of earth dams which in turn depends on the location of the free surface of the water.

The free surface is determined by viscous flow model, while the pore pressures were evaluated through electrical analogy. A finite element program was elaborated, which allowed a comparison of the results in steady flow. The rapid drawdown was studied by adopting a finite element program.

The present research contributes to the study of the stability of the homogeneous earth dams.

<sup>(\*)</sup>Enseignants à l'Ecole Nationale Polytechnique

<sup>(\*\*)</sup>Enseignants à l'Institut de Mécanique de Grenoble

## NOTATIONS

- $A^e$  : Aire de l'élément triangulaire du maillage  
 $b$  : Indice pour le prototype du barrage  
 $C$  : Courbe de la surface libre dans le barrage  
 $D$  : Domaine d'écoulement dans le barrage  
 $d$  : fente de l'analogie visqueuse  
 $e$  : Élément triangulaire du maillage en éléments finis  
 $f_N$  : Conditions aux limites
- $G$  : Matrice de conductivité  
 $g$  : Accélération de la pesanteur  
 $H$  : Charge hydraulique ou potentiel  
 $H_0$  : Hauteur maximum de la retenue
- $h^e$  : Charge dans l'élément  $e$
- $h_l$  : Charge nodale au noeud  $l$  avec  $l = i, j$  ou  $k$
- $i, j, k$  : Indices des noeuds de l'élément  $e$   
 $J$  : Fonctionnelle  
 $K$  : Perméabilité du barrage réel  
 $K_m$  : Perméabilité du modèle à analogie visqueuse  
 $L$  : Largeur du barrage  
 $L_b$  : Longueur du barrage  
 $m$  : Indice du modèle à analogie visqueuse  
 $N$  : Nombre total de noeuds  
 $ne$  : Porosité efficace du barrage  
 $P$  : Pression  
 $P^*$  : Pression réduite  
 $Q$  : Débit volumique  
 $q$  : Débit spécifique  
 $t$  : Temps  
 $t^\circ$  : Température  
 $V$  : Vitesse d'écoulement  
 $u, v, w$  : Composantes de la vitesse  
 $x_l, z_l$  : Coordonnées du noeud  $l$  avec  $l = i, j$  ou  $k$
- $z$  : Côte au point considéré  
 $\rho$  : Masse volumique de l'eau
- $\rho_e$  : Résistivité du papier conducteur
- $\lambda$  : Echelle  
 $\Gamma$  : Ligne joignant deux lignes de courant extrêmes  
 $\emptyset$  : Charge hydraulique ou potentiel  
 $\nu$  : Viscosité cinématique du fluide visqueux  
 $\mu$  : Viscosité dynamique du fluide visqueux



## I. INTRODUCTION

Les infiltrations et les variations de la pression interstitielle qui en résultent, responsables d'un grand nombre d'accidents survenus aux barrages en terre, doivent être parfaitement connues [9] et [12].

Ainsi la connaissance de la pression interstitielle est primordiale pour le calcul de la stabilité en régimes permanent et transitoire, lors de la vidange rapide de la retenue et en fin de construction de ces ouvrages.

Le problème de la détermination du champ de potentiel de l'écoulement dans le barrage revient tout d'abord à déterminer la position, a priori inconnue, de la surface libre et de son analyse pour évaluer la pression interstitielle. Plusieurs possibilités pour arriver à résoudre ce problème complexe, par des voies et des moyens extrêmement divers ont été utilisées : calculs approchés [1],[9] et [16], modèles physiques [16] et [17], modèles analogiques continus et discrets [4],[8],[13],[14],[15], et [19], méthodes mathématiques analytiques [9] et [16], et numériques [2],[3],[5],[6],[7],[9],[10],[11] et [20]. Dans notre recherche, on a considéré les conditions les plus défavorables, c'est-à-dire lorsque l'eau est à son niveau maximum.

Pour résoudre le problème expérimentalement, on a utilisé l'analogie visqueuse qui permet d'avoir rapidement la surface libre à n'importe quel instant, et de chercher ensuite le réseau des équipressions par analogie électrique.

On a développé dans l'étude d'analyse numérique un programme en éléments finis en régime permanent servant à déterminer la surface libre et la pression interstitielle. Un autre programme en éléments a été adapté pour le cas de la vidange rapide de la retenue.

Le but principal de cette recherche est de proposer une méthode pour déterminer la pression interstitielle en régime permanent, ainsi qu'en vidange rapide de la retenue des barrages en terre homogène.

## II. FORMULATION DU PROBLEME ET HYPOTHESES :

Considérons l'écoulement à travers le barrage en terre homogène et isotrope de la figure 1 :

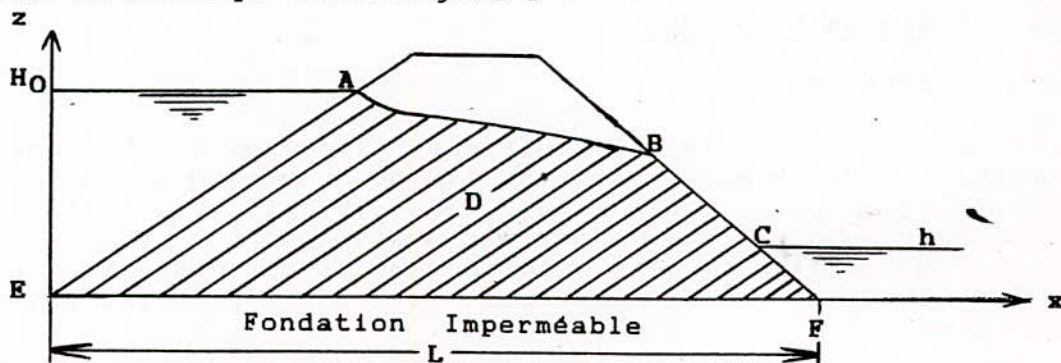


Figure 1. Ecoulement à travers un barrage en terre  
EABCF : Domaine d'écoulement

L'écoulement à travers ce barrage est régi par la loi de DARCY. En régime permanent, on a :

$$\vec{V} = -K \text{ grad } \theta \quad (\text{II.1})$$

$$\text{avec } \theta = z + P/\rho g \quad (\text{II.2})$$

L'eau est supposée incompressible et le milieu poreux traversé saturé et indéformable, ces hypothèses permettent d'écrire l'équation de continuité :

$$\text{div } \vec{V} = 0 \quad (\text{II.3})$$

qui n'est autre que l'équation de LAPLACE :

$$\nabla^2 \theta = (\partial^2 \theta / \partial x^2) + (\partial^2 \theta / \partial z^2) = 0 \quad (\text{II.4})$$

Le potentiel de l'écoulement est donc harmonique et est entièrement déterminé à l'intérieur du domaine, connaissant les conditions aux limites qui sont les suivantes d'après la figure II.1 :

- \_ surfaces filtrantes : pour AE,  $\theta = H_0$  et pour CF,  $\theta = h$
- \_ surface imperméable : pour EF,  $\partial \theta / \partial n = 0$
- \_ surface de suintement : pour BC,  $\theta = z$
- \_ surface libre : pour AB,  $\theta = z$  et  $\partial \theta / \partial n = 0$

avec  $\partial \theta / \partial n = 0$ , condition de NEUMANN qui indique qu'aucun flux ne traverse la limite (n étant la normale à la surface imperméable) et  $\theta = \text{constante}$ , condition de DIRICHLET impliquant que la surface filtrante est identifiée à une surface équipotentielle.

Pour le cas non permanent, l'équation est :

$$(\partial^2 \theta / \partial x^2) + (\partial^2 \theta / \partial z^2) = (ne/K) \cdot (\partial \theta / \partial t) \quad (\text{II.5})$$

### III. ETUDE EXPERIMENTALE

#### III.1. ANALOGIE VISQUEUSE

##### III.1.1. PRINCIPE :

Il s'agit d'étudier l'écoulement plan dans un barrage par analogie dans un modèle où un fluide visqueux s'écoule entre deux plaques parallèles rapprochées (Fig. III.2 et III.3).

On suppose que l'écoulement est assez lent pour que le régime soit laminaire, de sorte que le mouvement obéit aux équations de NAVIER-STOKES et qu'il satisfasse aux trois hypothèses suivantes:



1°) Les trajectoires des particules fluides sont placées dans des plans parallèles à  $xOz$ , de sorte que  $v = 0$ .

2°) Le long d'une ligne parallèle à  $Oy$ , et pour une même valeur de  $x$  et  $z$ , toutes les vitesses sont dans un même plan.

3°) Par suite du faible écartement entre les plaques, et de l'évolution relativement lente des vitesses en fonction de  $x$ ,  $y$ , et de l'échelle selon  $Ox$  et  $Oz$  (grande devant l'écartement  $Oy$ ), il ne subsiste des équations de NAVIER-STOKES que les termes de viscosité.

Les équations de NAVIER STOKES projetées sur les axes  $Ox, Oy$  et  $Oz$  et soumises aux hypothèses précédentes, donnent les composantes de la vitesse moyenne :

$$\vec{v} \begin{cases} \bar{u} = (-d^2/3\mu) \cdot (\partial P^*/\partial x) \\ \bar{v} = (-d^2/3\mu) \cdot (\partial P^*/\partial z) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

On obtient ainsi l'équation :

$$\vec{v} = \vec{\text{grad}} \bar{\varphi}_1 \quad (\text{III.2})$$

avec  $\bar{\varphi}_1 = (-d^2/3\mu) \cdot P^* \quad (\text{III.3})$

analogue à la relation de base des milieux poreux homogènes :

$$\vec{v} = \vec{\text{grad}} \theta \quad (\text{III.4})$$

avec  $\theta = -K.H = -K.(P^*/\rho.g) \quad (\text{III.5})$

Les formules (III.2) et (III.4) font apparaître une analogie entre l'écoulement dans le modèle et celui dans le barrage. On peut en effet, définir un coefficient de perméabilité fictif ou équivalent  $K_m$  de l'analogie en comparant les formules (III.3) et (III.5) :

$$K_m = (g.d^2)/(3.\nu) \quad (\text{III.6})$$

Dans ces conditions, on a pour le barrage :

$$\vec{v} = -K \vec{\text{grad}} h, \quad \text{div } \vec{v} = 0$$

et pour le modèle en analogie visqueuse :

$$\vec{v} = -K_m \vec{\text{grad}} h, \quad \text{div } \vec{v}_m = 0$$

### III.1.2. ANALYSE DIMENSIONNELLE

En appliquant la loi de DARCY et en définissant des variables réduites, l'équation de NAVIER-STOKES devient :

$$Hc(\partial V^*/\partial t^*) + g^*/Fr + Eu(\partial P^*/\partial r^*) = 0 \quad (III.7)$$

où :

$$Hc = (L.ne)/(K.t) \quad (III.8), \text{ est le nombre de simultanité}$$

$$Fr = (K/ne)^2/(g.L) \quad (III.9), \text{ est le nombre de FROUDE}$$

$$Eu = P/[(K/ne)^2] \quad (III.10), \text{ est le nombre d'EULER.}$$

Pour que les deux écoulements du modèle et du barrage soient semblables, il faut que Hc, Fr et Eu du modèle soient respectivement égaux à ceux du barrage.

Eu étant satisfait automatiquement car il n'impose aucune condition de similitude, et Fr n'est pas prépondérant à cause des faibles vitesses. On obtient ainsi la relation suivante :

$$z/L = F(x/L, H_0/L, L.ne/K.t) \quad (III.11)$$

### III.1.3. SIMILITUDE

Le débit  $Q_1$  qui traverse une ligne ( $\Gamma$ ) joignant deux lignes de courant extrêmes est égal au débit fourni par l'abaissement vertical du niveau d'eau dans le barrage. Pour une longueur  $L_b$  de barrage, les débits  $Q_1$  et  $Q_2$  ont pour expression :

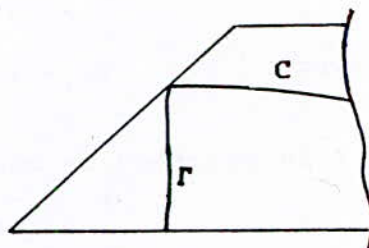


Figure III.1 Limites des lignes de courant

$$Q_{1b} = \int_{\Gamma} L_b.K. [(\partial h_b/\partial x_b).dz_b + (\partial h_b/\partial z_b).dx_b] \quad (III.12)$$

$$Q_{2b} = \int_C L_b.ne.(\partial h_b/\partial t_b).dx_b \quad (III.13)$$

-En utilisant les grandeurs réduites :

$$X = x/x^*, Z = z/z^*, H = h/h^*, T = t/t^* \text{ et } q = Q/Q^* \quad (III.14)$$

-Il vient en n'utilisant pas de distorsion :

$$q_{1b} = L_b.K.h_b^*/Q_b^* \int_{\Gamma} [(\partial H_b/\partial X_b).dZ_b + (\partial H_b/\partial Z_b).dX_b] \quad (III.15)$$

$$q_{2b} = [L_b.ne.h_b^{*2}/Q_b^*.t_b^*] \int_C (\partial H_b/\partial T_b).dX_b \quad (III.16)$$



-En opérant de la même manière pour l'écoulement sur le modèle , on obtient :

$$q_{1m} = (e.K_m.h^*_m)/Q^*_m \int_{\Gamma} (\delta H_m / \delta X_m) . dZ_m + (\delta H_m / \delta Z_m) . dX_m \quad (III.17)$$

$$q_{2m} = (e.h_m^2 . n_m) / (Q^*_m . t^*_m) \int_C (\delta H_m / \delta T_m) . dX_m \quad \text{avec } n_m = 1 \quad (III.18)$$

La condition de similitude est l'identité des fonctions q et H dépendant des variables réduites X, Z et T, pour lesquelles les plages de variation doivent coïncider. Les conditions de similitude seront donc :

$$(L_b . K . h^*_b) / Q^*_b = (e . K_m . h^*_m) / Q^*_m \quad (III.19)$$

$$\text{et } (L_b . n_e . h^*_b^2) / (Q^*_b . t^*_b) = (e . h^*_m^2) / (Q^*_m . t^*_m) \quad (III.20)$$

En faisant les rapports membre à membre de ces deux équations , on obtient la relation suivante :

$$n_e . (h^*_b / h^*_m) . (K_m / K) . (t^*_m / t^*_b) = 1 \quad (III.21)$$

où les rapports  $h^*_m / h^*_b$  ,  $K_m / K$  et  $t^*_m / t_b$  représentent respectivement les échelles de longueur , de perméabilité et de temps. L'équation précédente conduit à la relation principale :

$$n_e . \lambda_k . \lambda_t = \lambda_l \quad (III.22)$$

#### III.1.4. LE MODELE EXPERIMENTAL :

Le modèle à analogie visqueuse ( Figures III.2 et III.3 ), entièrement conçu et réalisé par nos soins au DEPARTEMENT HYDRAULIQUE de L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE , est composé de :

- deux plaques (1) et (2) de plexiglas verticales et parallèles distantes l'une de l'autre de  $a = 15$  mm.
- une cuve cylindrique (3) faisant office de réservoir principal ou de retenue, est placée à l'amont.
- une deuxième cuve (4) est placée à l'aval permettant de récupérer l'huile.
- une pompe (5) reliant les deux cuves.
- un plongeur cylindrique (6) en cuivre, rempli de sable, permettant de maintenir ou de varier le niveau amont.
- le modèle (7) en plexiglas, ayant la forme du barrage est fixée sur la plaque du fond, à une distance  $d = 1$  mm de la plaque avant (1) .
- un support (8) sur lequel repose le système.

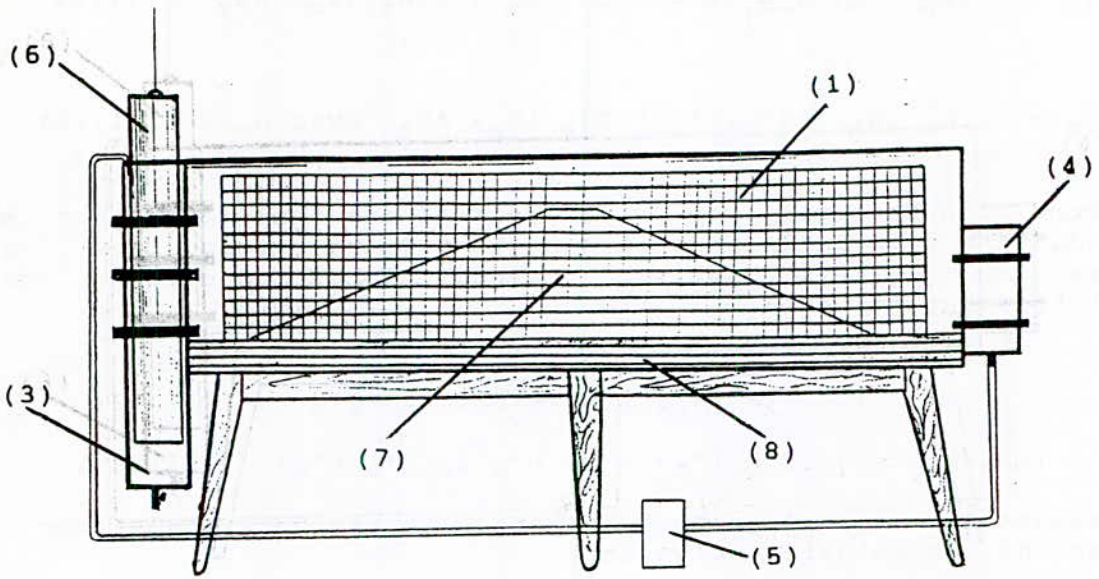


FIG.III.2. VUE DE FACE DU MODELE A ANALOGIE VISQUEUSE

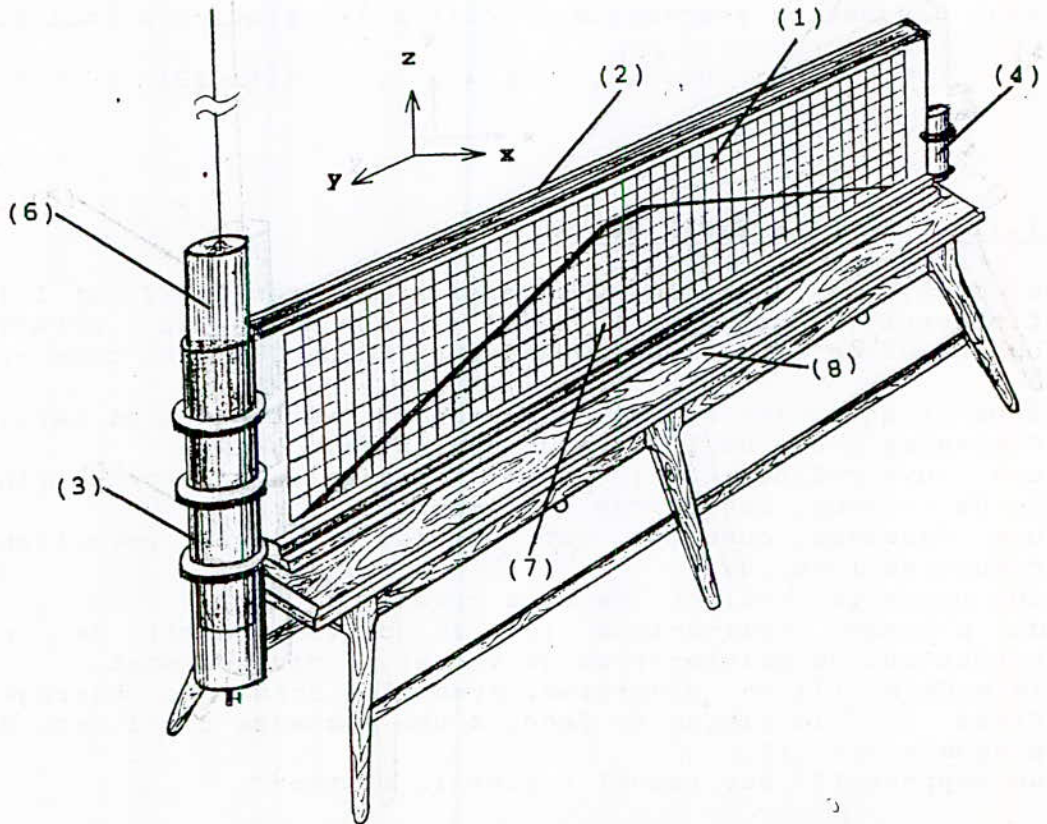


FIG.III.3. VUE EN PERSPECTIVE DU MODELE A ANALOGIE VISQUEUSE



### III.1.5.1.MODE OPERATOIRE :

#### a) Régime permanent:

Le plongeur est maintenue à une certaine profondeur afin que l'huile soit à une hauteur fixée. Le débit de la pompe est réglé de telle manière que le régime permanent soit établi, c'est-à-dire que les niveaux amont, aval et de la surface libre soient constants. Ainsi, la surface libre est directement reproduite en relevant ses coordonnées.

#### b) Régime transitoire:

Après stabilisation du régime permanent, un opérateur fait remonter rapidement le plongeur afin de vidanger la retenue. L'évolution de la surface libre est suivie par des prises de photographies à différents instants. La plaque de pléxiglas de face a été quadrillée par des mailles carrées de 5 cm afin de faciliter le dépouillement des diapositives.

### III.2.ANALOGIE ELECTRIQUE :

#### III.2.1.PRINCIPE :

Il s'agit d'étudier l'écoulement plan dans le barrage par analogie dans un corps conducteur soumis à une tension électrique.

Un corps conducteur parcouru par un courant électrique  $I$  est soumis à une certaine répartition de la tension électrique  $E$ . On a les relations:

$$\vec{I} = -(1/\rho_e) \cdot \vec{\text{grad}} E \quad (\text{III.23})$$

où  $\rho_e$  est la résistivité du conducteur

$$\text{div} \vec{I} = 0 \quad (\text{III.24})$$

Dans le cas d'un conducteur plan et homogène, l'équation (III.2) de l'écoulement à deux dimensions avec  $\rho_e$  constante, devient une équation de LAPLACE :

$$\nabla^2 E = (\partial^2 E / \partial x^2) + (\partial^2 E / \partial z^2) = 0 \quad (\text{III.25})$$

La comparaison des équations (II.1) et (III.23) d'une part et (II.4) et (III.25) d'autre part, fait apparaître une correspondance analogique particulière :

$$\begin{array}{lcl} I & \longrightarrow & V \\ E & \longrightarrow & \emptyset \\ 1/\rho_e & \longrightarrow & K \end{array} \quad (\text{III.26})$$

Il suffit de construire un modèle électrique de dimensions géométriques semblables à celles du barrage et d'y imposer les conditions aux limites correspondantes.

Le passage des grandeurs électriques aux grandeurs hydrauliques se fait en écrivant les égalités des rapports analogues sans dimension. On a par exemple :

$$E/U = \theta/H \quad (\text{III.27})$$

où H est la charge hydraulique de l'écoulement et U la tension électrique correspondante.

### III.2.2. MODE OPERATOIRE :

- On découpe dans du papier conducteur le modèle du barrage pour lequel la surface libre et les conditions aux limites sont connues.
- On impose ces conditions aux limites, en certains points ou lignes, des potentiels constants par l'intermédiaire de potentiomètres (r) et d'un générateur (G).
- A l'aide d'une sonde et d'un pont de mesure, on détermine le potentiel dont la valeur est fixée en plusieurs points pour pouvoir tracer les différentes équipotentiellles et en tirer les pressions interstitielles.

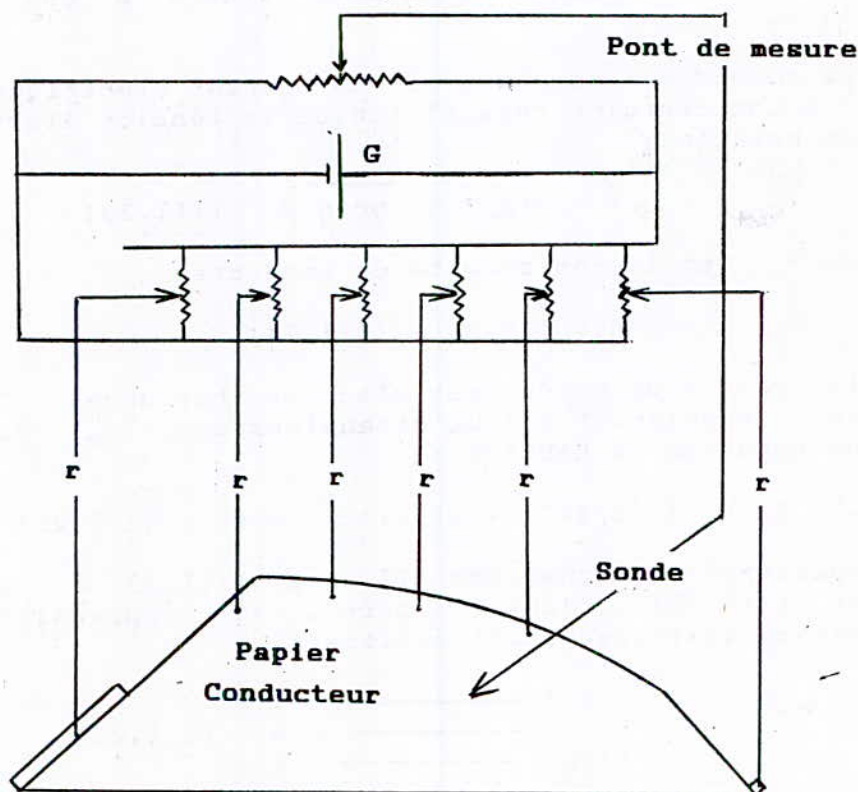


FIGURE III.4 SCHEMA DU MONTAGE ELECTRIQUE



### III.3. Résultats expérimentaux et interprétations :

Les valeurs expérimentales obtenues pour les surfaces libres par analogie visqueuse sont reproduites dans les graphes sous les formes adimensionnelles  $z/L = F(x/L, H_0/L, L \cdot \eta_e / K \cdot t)$  (Figures III.7 à 14), et par  $\theta/H_0$  pour le réseau des équipotentiels déterminées par analogie électrique ( Figures III.9 à 14 ).

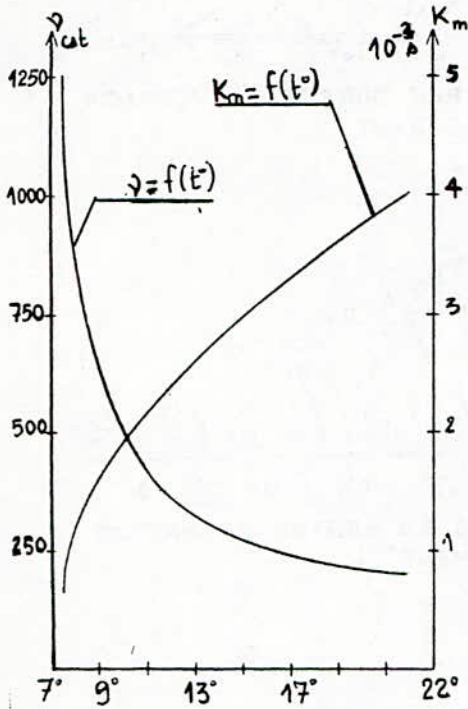


FIG.III.5 VISCOSITE ET PERMEABILITE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

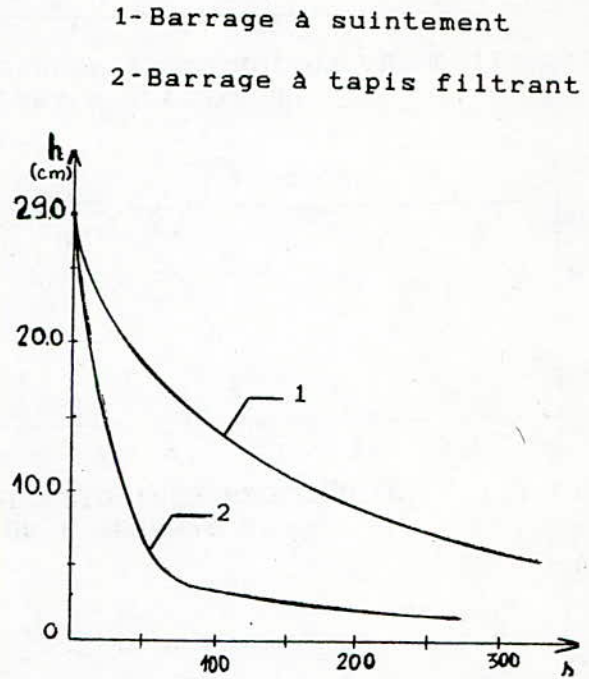


FIG.III.6 VARIATION DE LA RETENUE EN FONCTION DU TEMPS

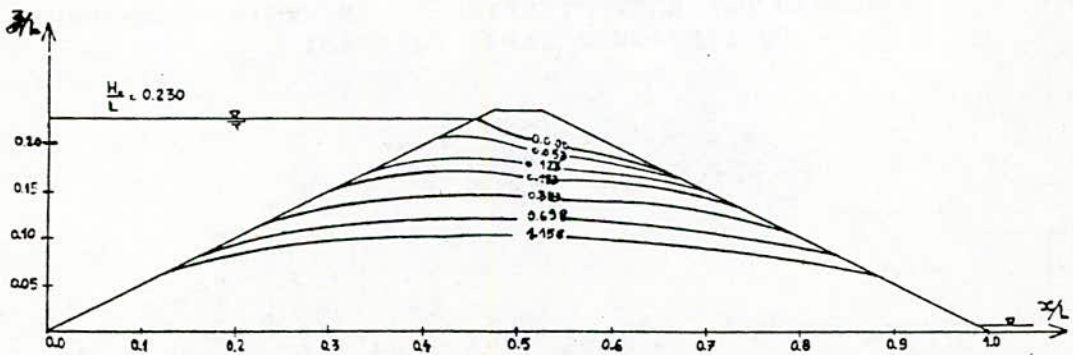


FIG.III.7 EVOLUTION DE LA SURFACE LIBRE DURANT LA VIDANGE DU BARRAGE A SUINTEMENT

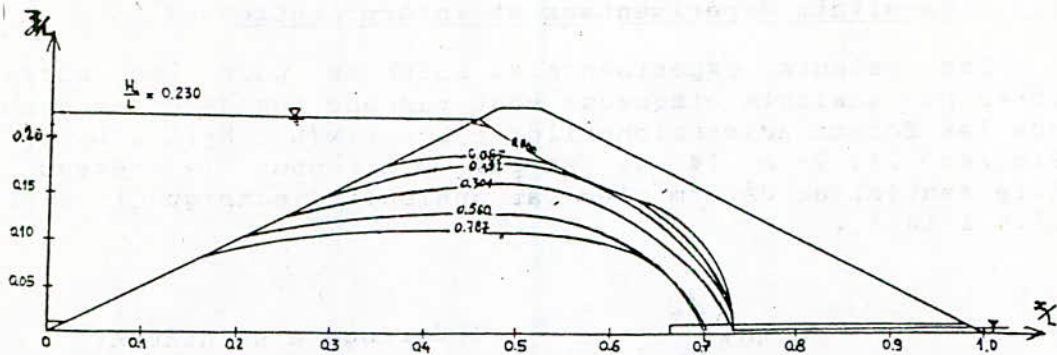


FIG.III.8 EVOLUTION DE LA SURFACE LIBRE DURANT LA VIDANGE DU BARRAGE A TAPIS FILTRANT

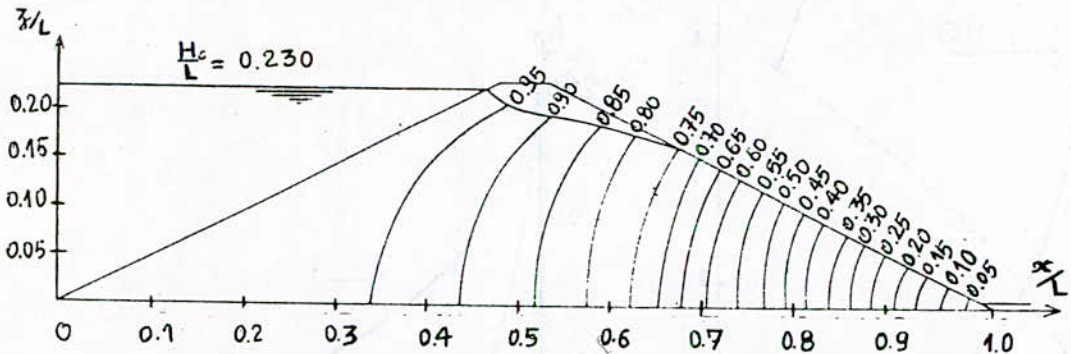


FIG.III.9 RESEAU DES EQUIPOTENTIELLES EN REGIME PERMANENT DU BARRAGE A SUINTEMENT

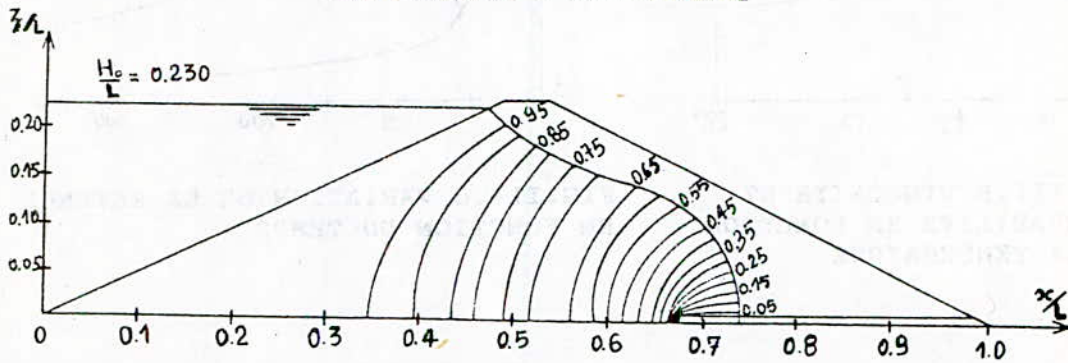


FIG.III.10 RESEAU DES EQUIPOTENTIELLES EN REGIME PERMANENT DU BARRAGE A TAPIS FILTRANT

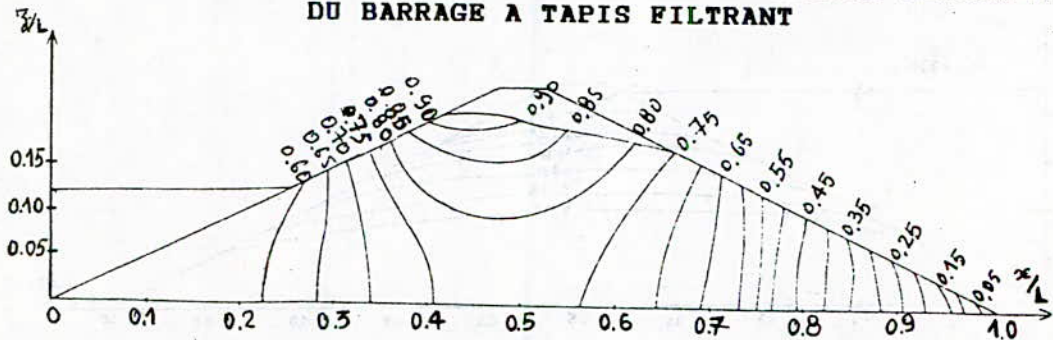


FIG.III.11 RESEAU DES EQUIPOTENTIELLES EN REGIME TRANSITOIRE POUR  $K.t/L.n_e = 0.053$  DU BARRAGE A SUINTEMENT



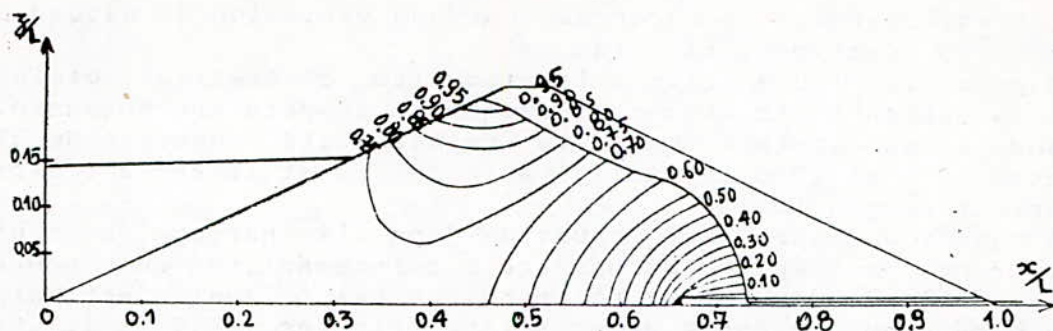


FIG. III.12 RESEAU DES EQUIPOTENTIELLES EN REGIME TRANSITOIRE POUR  $K.t/L.ne = 0.035$  DU BARRAGE A TAPIS FILTRANT

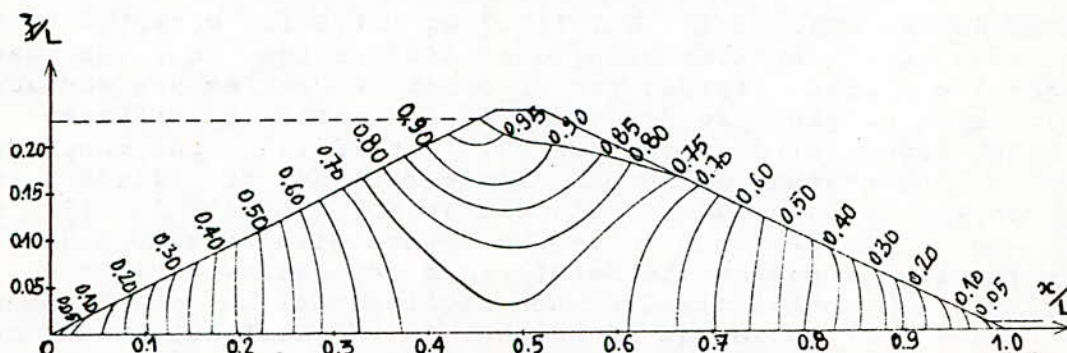


FIG. III.13 RESEAU DES EQUIPOTENTIELLES POUR LA VIDANGE TOTALE INSTANTANEE DE LA RETENUE DU BARRAGE A SUINTEMENT

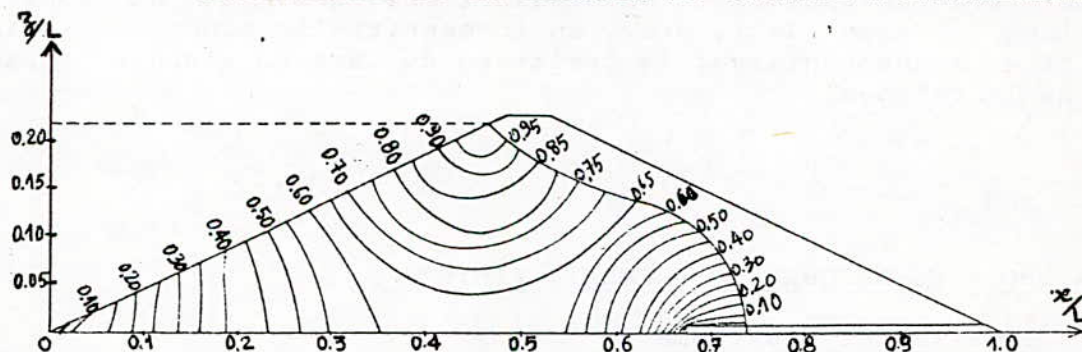


FIG. III.14 RESEAU DES EQUIPOTENTIELLES POUR LA VIDANGE TOTALE INSTANTANEE DE LA RETENUE DU BARRAGE A TAPIS FILTRANT

Les principales constatations des études expérimentales sont les suivantes :

**a) En régime permanent :**

- Le paramètre influençant la perméabilité ( équation III.6 ) est la viscosité cinématique du fluide utilisé ( ). On a ainsi réalisé un viscosimètre de type capillaire dont l'étalonnage a donné la formule suivante :

$$\nu = 0.108t \quad (\text{III.28})$$

où  $t$  est le temps en secondes pour une variation de niveau de 25 mm du réservoir, et  $\tau$  en cst .

D'après la figure III.5 , la viscosité cinématique diminue et la perméabilité augmente, lorsque la température augmente.

-Nous avons constaté quand la perméabilité augmente de 33% entre 10°C et 20°C, le débit varie de 5% et la surface libre varie très peu (1%).

-La surface libre est rabattue dans le barrage à tapis filtrant par rapport au barrage à suintement, ce qui montre l'importance du tapis filtrant. Le talus aval n'est plus saturé, ce qui augmente sa stabilité (Figures III.7 et III.8).

#### b) En régime transitoire:

-D'après les figures III.6 , III.7 et III.8 les variations des niveaux des retenues bien que différentes pour les deux barrages , sont rapides par rapport à celles des surfaces libres . De plus, la forme des équipotentiels obtenues en régime transitoire ( Figures III.11 et III.12 ) par rapport à celles du régime permanent ( Figures III.9 et III.10 ) et à celles de la vidange instantanée ( Figures III.13 et III.14 ) montrent que le régime transitoire ressemble au cas de la vidange rapide. Ce dernier cas est défavorable car des pressions interstitielles non négligeables se maintiennent dans les barrages et qu'on ne peut faire abstraction de ces pressions interstitielles dans les projets de barrages.

On a donc étudié les vidanges rapides de la retenue pour différentes variations de niveau ( 25%, 50%, 75% et 100% ). Les valeurs de la pression interstitielle pour des points fixes augmentent avec la variation du taux de vidange rapide de la retenue.

### IV.METHODE NUMERIQUE DES ELEMENTS FINIS

#### IV.1.PRINCIPE ET EQUATIONS :

La résolution de l'équation de LAPLACE équivaut à minimiser la fonctionnelle  $J$  ayant pour expression :

$$J = \int_D 1/2.K [ (\partial h/\partial x)^2 + (\partial h/\partial z)^2 ] dx.dz \quad (IV.1)$$

Comme il ne saurait être question de rechercher analytiquement une fonction  $h$  qui minimise  $J$  et qui satisfasse les conditions aux limites, on a recours à une division du domaine en un certain nombre d'éléments finis et c'est à l'intérieur de chaque élément qu'on applique le processus de minimisation . Sur le plan pratique, la mise en oeuvre effective est réalisée de la manière suivante :



1°) On se fixe une forme géométrique triangulaire des éléments, dans le cas étudié (Figure IV.1).

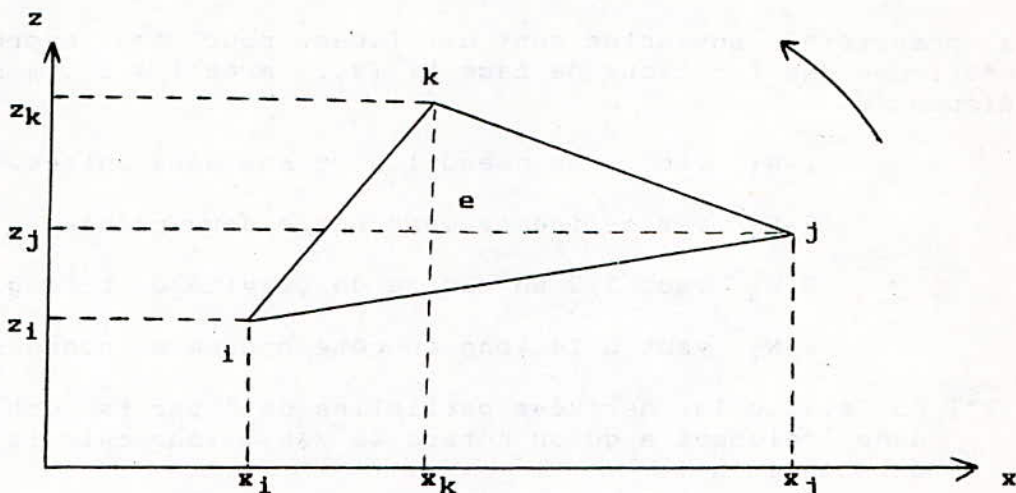


Figure IV.1 SCHEMA DE L'ELEMENT TRIANGULAIRE e DU MAILLAGE

2°) Dans chaque élément, on applique la fonction d'interpolation de la charge qui est linéaire en  $x$  et  $z$ . Ainsi, la solution approximative  $h^e(x, z)$  dans tout l'élément triangulaire a pour expression :

$$h^e(x, z) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot z \quad (\text{IV.2})$$

$a_0$ ,  $a_1$  et  $a_2$  étant des coefficients déterminés à partir de trois équations où les charges nodales sont connues. La résolution de ces trois équations en  $a_0$ ,  $a_1$  et  $a_2$  et leurs substitutions dans l'équation (IV.2) donnent :

$$h^e(x, z) = N_i^e(x, z) \cdot h_i + N_j^e(x, z) \cdot h_j + N_k^e(x, z) \cdot h_k \quad (\text{IV.3})$$

avec :

$$N_i^e(x, z) = [(x_i \cdot y_k - x_k \cdot y_i) + (y_i - y_k)x + (x_k - x_j)y] A^e / 2 \quad (\text{IV.4})$$

$$N_j^e(x, z) = [(x_k \cdot y_i - x_i \cdot y_k) + (y_k - y_i)x + (x_i - x_k)y] A^e / 2 \quad (\text{IV.5})$$

$$N_k^e(x, z) = [(x_i \cdot y_i - x_j \cdot y_i) + (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y] A^e / 2 \quad (\text{IV.6})$$

où  $A^e$  l'aire du triangle  $ijk$  ou de l'élément  $e$ , a pour expression :

$$A^e = [(x_i \cdot y_j - x_j \cdot y_i) + (x_k \cdot y_i - x_i \cdot y_k) + (x_j \cdot y_k - x_k \cdot y_j)]/2 \quad (IV.7)$$

Les propriétés suivantes sont utilisées pour les expressions algébriques des fonctions de base  $N_l^e(x, z)$  avec  $l = i, j$  ou  $k$  de l'élément  $e$  :

- 1-  $N_l^e$  vaut 1 au noeud  $l$  et 0 aux deux autres.
- 2-  $N_l^e$  varie linéairement entre deux noeuds.
- 3-  $N_l^e$  vaut  $1/3$  au centre de gravité du triangle.
- 4-  $N_l^e$  vaut 0 le long du côté opposé au noeud  $l$ .

3°) On évalue les dérivées partielles de  $J$  par rapport à  $h_1$  dans l'élément  $e$  qu'on notera  $\delta J^e / \delta h_1$ . Tous calculs faits, on aboutit à :

$$\begin{aligned} \delta J^e / \delta h_1 = & A^e [(\delta N_i^e / \delta x)(\delta N_i^e / \delta x) + (\delta N_i^e / \delta z)(\delta N_i^e / \delta z)] \cdot h_1 \\ & + A^e [(\delta N_j^e / \delta x)(\delta N_j^e / \delta x) + (\delta N_j^e / \delta z)(\delta N_j^e / \delta z)] \cdot h_j \\ & + A^e [(\delta N_k^e / \delta x)(\delta N_k^e / \delta x) + (\delta N_k^e / \delta z)(\delta N_k^e / \delta z)] \cdot h_k \end{aligned} \quad (IV.8)$$

Les coefficients de  $h_1, h_j$  et  $h_k$  de cette dernière équation sont les données en colonnes le long du rang 1 de la matrice de conductivité de l'élément  $e$ , c'est-à-dire :

$$\delta J^e / \delta h_1 = A^e \begin{pmatrix} h_1 \\ h_j \\ h_k \end{pmatrix} (G_{1,i}^e + G_{1,j}^e + G_{1,k}^e) \quad (IV.9)$$

La sommation de l'ensemble des contributions de chacun des éléments au processus de minimisation conduit à la relation matricielle :

$$[G] \{h_N\} = \{f_N\} \quad (IV.10)$$

dans laquelle  $[G]$  est la matrice carrée d'ordre  $N$  ( $N$  étant le nombre total de noeuds de l'ensemble des éléments) obtenue à l'issue du processus;  $\{h_N\}$  est la matrice colonne qui contient l'ensemble des  $N$  valeurs nodales et  $\{f_N\}$  la matrice colonne contenant les conditions aux limites.

La relation (IV.10) montre donc, qu'on peut calculer l'ensemble des charges nodales en résolvant ce système linéaire à l'aide de la méthode itérative de GAUSS-SEIDEL.



#### IV.2. Détermination de la surface libre :

On impose la condition de NEUMANN  $\partial\theta/\partial n = 0$  et recherchons la surface libre sur laquelle on vérifie la condition de DIRICHLET  $\theta = z$ . D'où les différentes opérations du calcul itératif par amélioration pas à pas de la position de la surface libre en fonction du champ de pression obtenu à chaque approximation.

Le degré de convergence est repéré par deux critères :

- $\Sigma | \theta_r - z_r |$  sur la surface libre ,
- $\Sigma | \theta_r(s) - \theta_r(s-1) |$  entre les résultats des itérations (s) et (s-1) .

Il est nécessaire que ces deux quantités soient suffisamment petites simultanément pour être certain de la convergence .

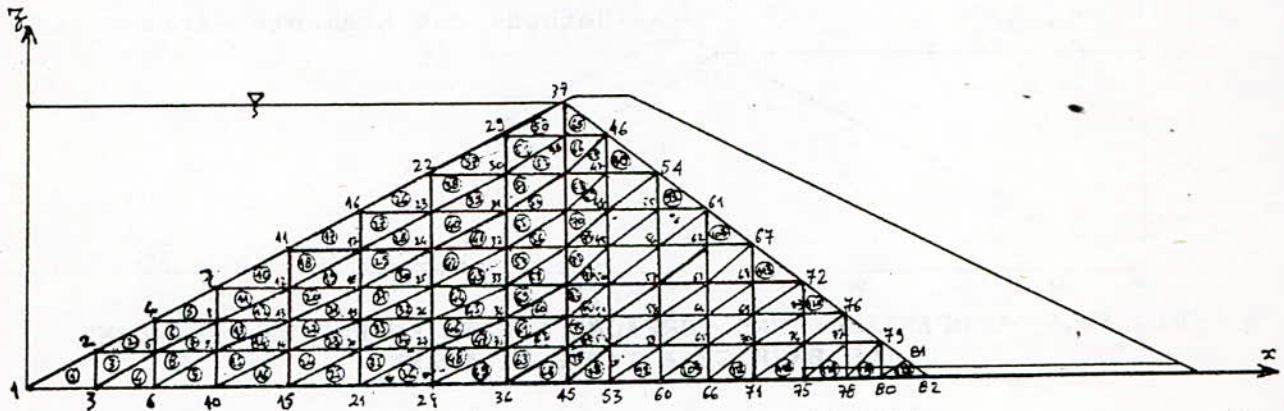


FIG. IV.2 MAILLAGE EN REGIME PERMANENT

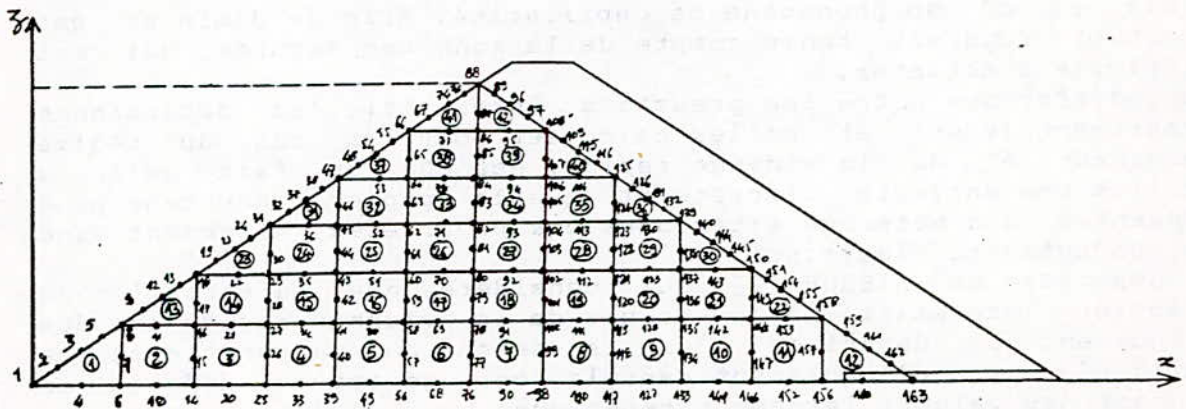


FIG. IV.3 MAILLAGE EN VIDANGE RAPIDE

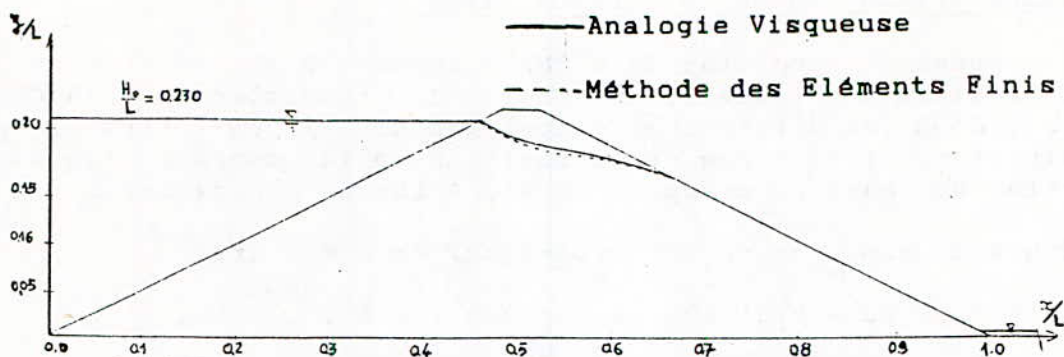


FIG. IV.4 COMPARAISON DES SURFACES LIBRES EN REGIME PERMANENT DU BARRAGE A SUINTEMENT

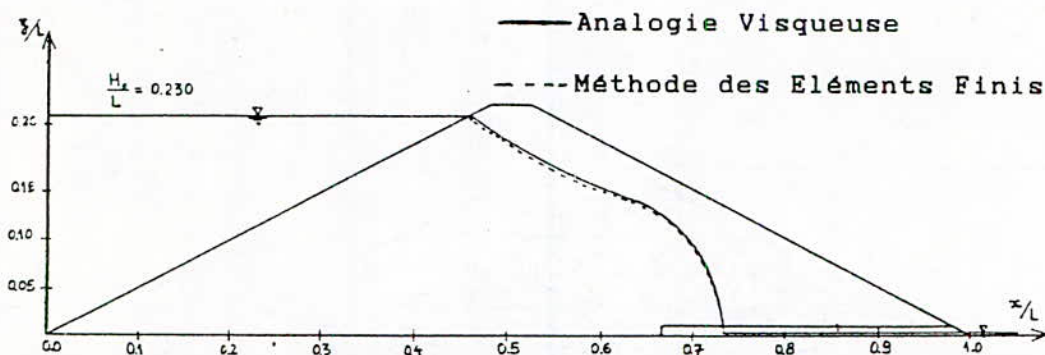


FIG. IV.5 COMPARAISON DES SURFACES LIBRES EN REGIME PERMANENT DU BARRAGE A TAPIS FILTRANT

#### V. COMPARAISON DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET THEORIQUES:

-L'écart de 8% (Figures IV.4 et IV.5) entre les surfaces libres obtenues par analogie visqueuse et par la méthode des éléments finis est dû au phénomène de capillarité. Afin de diminuer cet écart, il faudrait tenir compte de la zone non saturée qui est difficile à détecter.

-La différence entre les pressions interstitielles déterminées expérimentalement et celles calculées pour les cas du régime permanent et de la vidange rapide, est due au fait qu'on a utilisé une analogie discrète et que le papier conducteur peut présenter des hétérogénéités dans ses propriétés, notamment dans sa conductivité électrique.

-L'hypothèse de BISHOP [9] qui considère que la variation de pression interstitielle au cours de la vidange rapide est due uniquement au départ de l'eau au-dessus du parement amont et qu'il n'y a pas d'écoulement dans le barrage est en défaut, car donnant des valeurs largement supérieures.



## VI. CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS :

-Par ces travaux de simulation, nous avons déterminé la pression interstitielle dans les barrages en terre homogène à suintement et à tapis filtrant, d'une part par voie expérimentale, et d'autre part par voie numérique pour les cas du régime permanent et de la vidange rapide de la retenue.

-Nous avons pu, en réalisant un modèle à analogie visqueuse qui est un excellent outil de mesure et de visualisation, déterminer la position de la surface libre pour n'importe quel régime. Nous avons ensuite déterminé les équipotentielles par analogie électrique, pour en déduire les pressions interstitielles.

-A l'aide de la méthode des éléments finis, nous avons élaboré en régime permanent un programme, et adapté un autre pour le cas de la vidange rapide de la retenue afin de déterminer la pression interstitielle dans les barrages.

-Cette étude a permis de mettre en évidence l'étendue des possibilités et de la fiabilité qu'offre le modèle mathématique. Pour chaque cas étudié, il faudrait réaliser un modèle en analogie visqueuse et continuer le travail par analogie électrique, avec tous les risques d'erreur d'expérience. Tandis qu'avec la méthode numérique, il suffit de changer les paramètres hydrodynamiques et géométriques de l'ouvrage en considérant les conditions aux limites correspondantes.

-Nous pouvons ainsi suggérer la méthode des éléments finis pour déterminer la pression interstitielle dans les barrages en terre homogène.

-Pour que l'étude soit complète pour les cas réels, il faut intégrer les mesures piézométriques et de perméabilité. Ces dernières ne peuvent être disponibles qu'en installant un système d'auscultation qui permettrait de préciser le comportement hydraulique du barrage, afin d'établir le calage des modèles.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.CARLIER (1980), *Hydraulique Générale et Appliquée*, édition Eyrolles .
- [2] A. CIVIDINI and G.GIODA (1989), On the variable mesh finite element analysis of unconfined seepage problems, *Geotechnique*, N°2, pp.585-601.
- [3] A.CIVIDINI, R.NOVA, D.ROSSI and S.SALANI (1987), Unconfined flow through earth dams. IX.ECSMFE, DUBLIN, Groundwater effect geotechnical Engineering, Vol.2, Session 8, pp.763-766.
- [4] A. DAS GUPTA (1967), Contribution à l'étude des drains d'interception en milieu poreux, Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N°438.
- [5] C.S. DESAI (1984), Free surface flow through porous media using a residual procedure, *Finite Elements in Fluids*, Vol.5, pp. 377-392.
- [6] G.DHATT et G.TOUZOT (1984), Une présentation de la méthode des éléments finis, Collection Université de Compiègne .
- [7] P.GUELLEC (1970), Calcul des écoulements en milieu poreux par la méthode des éléments finis, Rapport N°10 du LCPC .
- [8] J.P. GUPTA, A.N.SUNEJA and J.C.THUKRAL (1981), Study for undermining in barrages by electric analog technique, *Water Resources Conservation, Pollution and Abatement*, International Symposium, ROORKEE, INDIA, Vol.N°1, pp.85-90 .
- [9] LA HOUILLE BLANCHE (1973), Les barrages en terre, N° Spécial 5/6 .
- [10] P.HUMBERT (1984), Application de la méthode des éléments finis aux écoulements en milieu poreux, *Bulletin de liaison du LCPC*, N°132, pp.21-37.



- [11] S.J.LACY and J.H.PREVOST (1987), Flow through porous media: a procedure for locating the free surface, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.11, pp.585-601 .
- [12] A. LEBRETON (1985), Les ruptures et accidents graves de barrages de 1964 à 1983, La Houille Blanche, N°6/7 , pp. 529-544.
- [13] C. MIEUSSENS (1984), Exemples de problèmes spécifiques relatifs à des digues de faible hauteur, Bulletin de Liaison du LCPC, N°130, pp. 15-23 .
- [14] P.H. MITCHELL and B. HUNT (1985), Unsteady Groundwater drawdown in embankments, Journal of Hydraulics Research, Vol.23, N°3, pp. 241-254 .
- [15] P.H. NAGARKAR, B.S. DESAI and B.S. LAVHALE (1982) Hydraulic and electrical analogy model studies for old RADHANAGARI dam, The International Commission on Large Dams, 14th congress, RIO DE JANEIRO .
- [16] P.Y.POLUBARINOVA-KOCHINA (1962), Theory of Groundwater movement, Princeton University press .
- [17] G. SCHNEEBELI (1978), Hydraulique Souterraine, Edition Eyrolles.
- [18] A.TAIGBENU and J.LIGETT (1986), An Integral Formulation Applied to the Diffusion and BOUSSINESQ Equation, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.23, pp. 1057-1079
- [19] C. THIRRIOT (1968), Ecoulement non permanent de filtration dans les barrages en terre, XI. Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, GENOVA , pp. 25-27.
- [20] H.F. WANG and P. ANDERSON (1982), Introduction to Groundwater modeling. Finite Difference and Finite Element Methods , W.H.FREEMAN and Company , SAN FRANCISCO .

# RECOMMANDATIONS AUX AUTEURS

L'Algerian Journal of Technology (AJOT) publie des articles originaux de travaux de recherche relevant de son domaine scientifique et technologique. Les sujets traités concernent la théorie, la conception, les applications et le développement dans le cadre des disciplines couvertes par les séries A, B, C et D. Les contributions paraîtront sous forme:

1. d'articles présentant un apport significatif en recherche, développement, ou applications de concepts (moins de 20 pages)
2. de notes techniques et correspondances courtes, commentant ou corrigeant des articles antérieurs publiés dans l'AJOT (moins de 10 pages)
3. de Synthèses ou Monographies (moins de 40 pages)
4. de Comptes Rendus de Conférences, Colloque, Symposium, Séminaires regroupés dans un numéro spécial de l'AJOT

La soumission d'un manuscrit signifie qu'il n'est pas déjà protégé par un Copyright, qu'il n'a pas été publié, ou soumis ou accepté pour publication ailleurs.

Les manuscrits doivent être écrits, de préférence, en Anglais. L'AJOT tendra en régime normal à n'accepter les manuscrits en Arabe ou en Français qu'à concurrence de 50% au maximum de son contenu global.

Tous les manuscrits doivent être aussi concis que possible. L'Éditeur se réserve le droit de refuser de considérer les articles dont la pagination dépasse la limite maximale autorisée. En cas d'acceptation les dépassements seront facturés aux auteurs.

## A. PROCEDURE DE SOUMISSION D'UN MANUSCRIT

1. Tous les manuscrits seront soumis en 5 exemplaires complets, l'un d'eux étant l'original. Ceci est requis pour permettre au Comité de Lecture d'oeuvrer rapidement.
2. Les auteurs dont les articles sont acceptés, s'ils ne l'ont pas déjà fait, doivent fournir une brève biographie (moins de 100 mots) et 2 photographies de passeport.
3. Les manuscrits seront transmis avec 2 copies de la lettre demande de publication. Cette lettre donnera votre adresse préférée pour la correspondance et, si possible, le numéro de téléphone et/ou du télex. Informer le Rédacteur en Chef de tout changement d'adresse en temps utile.

## B. COPYRIGHT

Par son règlement intérieur, l'AJOT, pour compenser son apport d'éditeur, s'adjugera la moitié des droits de ses auteurs. A cet effet, la lettre demande de publication doit comporter l'accord signé des auteurs sur ce règlement.

## C. PRESENTATION DU MANUSCRIT

1. Les manuscrits seront dactylographiés sur du bon papier blanc de format A4 (21x29.7 cm), au recto seulement avec une marge de 3 cm relativement à chaque bord; la revue se présentant en format 27x19 cm avec une impression recto-verso.
2. On portera sur la première feuille:
  - le titre de l'article (sans symboles) aussi condensé que possible
  - les noms des auteurs (en nombre limité, éviter les articles de plus de 3 auteurs) seront précédés de leurs prénoms. Un Astérisque marquera le nom de l'auteur auquel sera adressée toute correspondance relative à l'article
  - les noms et adresses des Laboratoires concernés
  - les mots clés conformément aux normes admises par les banques de données
  - les résumés dans les 3 langues: Arabe, Anglais et Français, dans cet ordre (300 mots au maximum pour les articles originaux ou de Synthèse, 75 mots au maximum pour les notes techniques et correspondances, et sans équations, références, ou notes de remerciements)
3. Fournir une introduction qui indique un état du sujet et la contribution de l'article.
4. Indiquer éventuellement les avantages, limitations, et applications possibles en Conclusion.
5. Les références bibliographiques numérotés entre crochets, placées à la fin de l'article préciseront dans l'ordre:
  - les noms de tous les auteurs précédés des initiales de leurs prénoms,
  - le titre de l'article,
  - l'abréviation du titre du périodique, dans le cas d'un livre, donner le nom de l'Éditeur,
  - les nombres de pages inclusifs (ou chapitre) à la suite de l'indication du Volume, le Mois et l'Année.



6. Les équations doivent être numérotées dans le texte en chiffres arabes (entre parenthèses) et on évitera l'emploi simultané des indices.
7. Les références dans le texte apparaîtront par numéro entre crochets placé éventuellement après le nom d'un ou deux auteurs au maximum.
8. La liste des références sera frappée en double interlignes à la fin du texte dans l'ordre de leur citation dans le texte.
9. La nomenclature et les abréviations doivent être représentées dans un glossaire en fin de texte après la liste de référence.
10. Le système d'unité international sera employé même si la pratique particulière nécessite l'emploi d'un autre système d'unités. L'équivalence dans le système international (SI) devra apparaître entre parenthèses.
11. L'impression de la frappe de couleur noire doit être bien contrastée. Se méfier des imprimantes d'ordinateurs donnant l'impression grise difficile à reproduire.
12. Les caractères de frappe choisis ne doivent être ni trop serrés ni trop grêles. Les lettres et signes auront une hauteur d'au moins 2 mm. Eviter les caractères et les symboles trop gras.
13. Pour les titres de paragraphe, utiliser des capitales ou des caractères gras, non soulignés. Les titres d'alinéas seront soulignés.
14. Tous les titres de paragraphes ou d'alinéas commencent à partir de la marge gauche de la feuille.
15. L'espacement de l'écriture sera de 60 à 70 signes par ligne 150 mm par ligne; celui des inter-lignes sera choisi de telle sorte qu'il ait environ 35 lignes par page.

#### D. COURBES, TABLEAUX ET PHOTOS

1. Il est dans l'intérêt des auteurs de soumettre des illustrations de qualité professionnelle. L'AJOT n'a pas de service d'art et de dessin à offrir.
2. Les dessins originaux seront faits à l'encre de chine noire sur calque blanc. La taille maximum est limitée à 21x13 cm. Les impressions sur papier glacé des illustrations sont aussi acceptables.
3. Toutes les inscriptions doivent être assez grandes pour pouvoir demeurer lisibles après réduction au quart de la dimension originale. Il est interdit de porter à même les figures, les inscriptions ou autres commentaires.
4. Numéroté très légèrement au crayon noir chaque figure de l'illustration originale. Aucune légende ne doit apparaître sur les figures.
5. Fournir dans une feuille séparée le listing de toutes les légendes, dans un style soigné pour la composition.

6. Les photographies des auteurs devraient mesurer entre 3 et 9 cm dans leur plus grande dimension. Le format des photographies, en générale, peut aller depuis celui d'identité passeport au format 21x13 cm.
7. La numérotation des figures et des photographies est commune. Une liste doit être fournie à part avec leurs titres.
8. Toutes les figures doivent être présentées dans le texte aux emplacements souhaités.
9. Les tableaux seront numérotés à part des figures, et doivent être présentés dans le texte aux emplacements qui leur sont destinés.

#### E. TIRAGE A PART

Quand cela est possible, il sera alloué 30 tirés à part sans couvertures aux auteurs. Dans ce cas, le paiement des frais correspondants doit être acquitté des acceptations du manuscrit conformément au vœu de l'imprimeur.

#### F. ADRESSAGE DES ARTICLES

Les articles manuscrits conformes à ces recommandations doivent être adressés à:

Mr. le Rédacteur en Chef de la Revue AJOT  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. No. 182, Hassan Badi  
El-Harrach, Algiers 16200  
Algeria

TEL: 76-59-29  
76-53-01/03

TELEX: 64.147 ENP/DZ

FAX: 213-2-76-09-66

Je désire souscrire un abonnement annuel au Journal Of Technology

Nom : .....

Adresse : .....

Abonnement Annuel <sup>(1)</sup>  
Prix promotionnel

80DA ALGERIE

90FF ETRANGER

15 \$ US

Je joints mon règlement à la demande  
au compte C.C.P. N. 16196-58

Signature

Agent Comptable  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. N. 182  
H. Badi El-Harrach

(1) Frais d'envoi en sus

Je désire souscrire un abonnement annuel au Journal Of Technology

Nom : .....

Adresse : .....

Abonnement Annuel <sup>(1)</sup>  
Prix promotionnel

80DA ALGERIE

90FF ETRANGER

15 \$ US

Je joints mon règlement à la demande  
au compte C.C.P. N. 16196-58

Signature

Agent Comptable  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. 182  
H. Badi El-Harrach

(1) Frais d'envoi en sus



*Achevé d'imprimer sur les presses de*

**L'OFFICE DES PUBLICATIONS  
UNIVERSITAIRES**

*1, Place Centrale - Ben-Aknoun - ALGER*

TABLE DES MATIERES

Comité de Rédaction .....	I
Avant Propos .....	III
Investigation analytique des effets de troncature modale sur la réponse dynamique des structures	
B. TILIOUINE, A. TAIBI .....	01
L'analyse matricielle des réseaux de poutres croisées et son extension au calcul automatique des dalles	
B. TILIOUINE, D. SAIS, A. HAMMAL .....	25
Dimensionnement d'un vilebrequin par la méthode des éléments finis	
M.L. MOUSSAOUI, F. BELBLIDIA, S. RECHAK .....	37
Modélisation 3D en super éléments de vilebrequin par la méthode des éléments finis	
F. BELBLIDIA, S. RECHAK .....	51
Prédiction du gonflement des sols expansifs. Application aux sols d'In-Aménas	
S. BELKACEMI, M. KEBAILI .....	67
Contribution à l'analyse du comportement dynamique des barrages en terre	
B. TILIOUINE, F.Z. ZERFA .....	77
Etude de la répartition de la vitesse dans le ressaut hydraulique noyé	
S. BENMAMAR, M. BERKANI, A. KETTAB .....	97
Contribution à la détermination de la pression interstitielle dans les barrages en terre homogène	
D. ABDERRAHIM, B.M. UPPALURI, A. KETTAB .....	119
Recommandations aux auteurs .....	141